

Objetivos específicos de aprendizaje:

1 DISTRIBUCIONES MULTIVARIADAS

1.1 Función de Probabilidad conjunta

- 1.1.1 Definir variables aleatorias multivariadas, discretas y continuas.
- 1.1.2 Definir función de probabilidad conjunta de dos variables aleatorias discretas.
- 1.1.3 Obtener la función de probabilidad conjunta de dos variables aleatorias discretas.
- 1.1.4 Enunciar y aplicar el teorema que establece las condiciones necesarias y suficientes para que una función $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ sea la función masa de probabilidad conjunta de dos variables aleatorias discretas.
- 1.1.5 Definir función de distribución acumulada conjunta de dos variables aleatorias discretas.
- 1.1.6 Obtener la función de distribución acumulada conjunta de dos variables aleatorias discretas.

1.2 Función de Densidad conjunta

- 1.2.1 Definir función de densidad conjunta de dos variables aleatorias continuas.
- 1.2.2 Enunciar y aplicar el teorema que establece las condiciones necesarias y suficientes para que una función $f(x, y)$ sea la función de densidad conjunta de dos variables aleatorias continuas.
- 1.2.3 Definir función de distribución acumulada conjunta de dos variables aleatorias continuas.
- 1.2.4 Obtener la función de distribución acumulada conjunta de dos variables aleatorias continuas.

$$f(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F(x, y)$$

- 1.2.5 Enunciar y aplicar la relación
 - 1.2.6 Extender los conceptos de los objetivos 1.1.2 a 2.2.5 para más de dos variables aleatorias.
 - 1.2.7 Calcular probabilidades conjuntas de dos o más variables aleatorias.
- #### 1.3 Distribuciones marginales
- 1.3.1 Definir función de probabilidad y función de densidad marginal para variables aleatorias conjuntas, discretas y continuas respectivamente.
 - 1.3.2 Obtener la función de probabilidad o función de densidad marginal para variables aleatorias conjuntas, discretas o continuas respectivamente.

1.4 Distribuciones condicionales

- 1.4.1 Definir función de probabilidad y función de densidad condicional de una variable aleatoria, dada otra.
- 1.4.2 Extender la definición del objetivo anterior a grupos de más de una variable.
- 1.4.3 Encontrar funciones de probabilidad condicionadas y funciones de densidad condicionadas, según sean las variables discretas o continuas.
- 1.4.4 Definir variables aleatorias independientes.
- 1.4.5 Determinar si un conjunto de variables aleatorias son o no independientes.

1.5 Esperanzas condicionales

- 1.5.1 Definir y obtener el valor esperado de una función de dos o más variables aleatorias.
- 1.5.2 Enunciar y aplicar el resultado:

$$E\left[\sum_{i=1}^n c_i g_i(X_1, X_2, \dots, X_k)\right] = \sum_{i=1}^n c_i E[g_i(X_1, X_2, \dots, X_k)]$$

- 1.5.3 Definir y obtener la covarianza de las variables aleatorias X y Y.
- 1.5.4 Enunciar, demostrar y aplicar la propiedad: $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
- 1.5.5 Enunciar y demostrar el teorema: Si las variables aleatorias X y Y son independientes entonces $E(XY) = E(X)E(Y)$ y generalizarlo para n variables independientes.
- 1.5.6 Enunciar, demostrar y aplicar el resultado que expresa el valor esperado y la varianza de una combinación lineal de variables aleatorias en función de los valores esperados, las varianzas y las covarianzas entre las variables.

- 1.5.7 Enunciar, demostrar y aplicar el resultado que expresa la covarianza entre dos combinaciones lineales de variables aleatorias en función de las varianzas y las covarianzas entre las variables.
- 1.5.8 Definir y obtener el valor esperado condicional de una variable dada otra.
- 1.6 Distribución Multinomial
 - 1.6.1 Definir variables aleatorias multinomiales.
 - 1.6.2 Deducir la función de probabilidad conjunta de variables aleatorias multinomiales a partir de su definición.
 - 1.6.3 Demostrar para el caso particular de variables multinomiales de dimensión 3, que las marginales son binomiales y generalizar para dimensiones mayores.
 - 1.6.4 Calcular la covarianza entre las variables que conforman una multinomial.
- 1.7 Distribución Normal Multivariada
 - 1.7.1 Definir la variable aleatoria normal bivariada.
 - 1.7.2 Demostrar que las densidades marginales la normal bivariada son a su vez normales.
 - 1.7.3 Para las variables X y Y con distribución conjunta normal bivariada, calcular la función de densidad condicional de X dado Y, y la de Y dado X.
 - 1.7.4 Utilizar las densidades condicionales para calcular las medias y las varianzas de X dado Y, y de Y dado X.
 - 1.7.5 Demostrar que si las variables X y Y tienen distribución conjunta normal bivariada entonces $\rho = 0$ si y solo si X y Y son independientes.
 - 1.7.6 Definir variable aleatoria normal multivariada.
 - 1.7.7 Enunciar el vector de la media y la matriz de varianzas y covarianzas de una variable normal multivariada.