

15 Regions D. Bieles i tirants

15.1 Mènsula curta

15.2 Biga simplement recolzada. Gran cantell

15.3 Biga contínua. Gran cantell

15.4 Fonamentació. Rígida

15.5 Capçal per a dos pilons. Rígid

15.6 Capçal per a tres pilons. Rígid

15.7 Capçal per a quatre pilons. Rígid

15.8 Càrrega concentrada sobre massís

En els articles 24, 40, 58.4, 61, 63 i 64.1 de la *Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08* s'estudien les regions D. Es diu que una regió o zona d'un element estructural és D si en aquesta no es compleix la teoria general de flexió. La discontinuïtat geomètrica, estàtica, o generalitzada, són qüestions no analitzables amb les hipòtesis generals de flexió. Aquestes discontinuïtats poden ser analitzades de diferents maneres i aquí aplicarem el mètode de les bieles i els tirants. L'elecció d'aquest sistema permet un plantejament geomètric en el qual la utilització del programa GeoGebra és beneficiosa. Aquest sistema permet convertir l'estructura, o les parts on es dona la regió D, en una estructura reticular de barres articulades que pot ser estudiada plantejant vectors interiors i exteriors que han d'estar en equilibri. Les barres poden estar sotmeses a compressió, bieles, o a tracció, tirants. Les bieles han de ser suportades pel formigó a compressió, mentre que els tirants han de ser assumits per l'acer a tracció. Per tant, una primera aproximació consistirà en orientar les bieles i els tirants de forma que les primeres treballin a compressió i les segones a tracció.

Les aplicacions que s'exposen a continuació donen les forces i les tensions a què estan sotmeses les bieles i les forces als tirants, en funció d'unes càrregues exteriors de servei. No es contemplen les qüestions referides als coeficients de seguretat. No s'estudia la idoneïtat de l'acer o del formigó per suportar les sol·licitacions a què estan sotmesos, qüestió que queda indicada en l'article 40 de la *Instrucción EHE-08 Capacidad resistente de bielas, tirantes i nudos*. Tampoc es contempla l'ancoratge de les armadures, les armadures comprimides, les bieles de formigó confinat, els nusos multicomprimits o el sistema de distribuir de forma pràctica els tirants en certs elements estructurals, etc.

A cada element estructural estudiat, i atès que finalment es tracta d'una estructura reticular composta per barres, es podria, per exemple, aplicar Cremona. Però es tracta d'estructures molt senzilles i es prefereix, per tant, plantejar triangles de forces. Tindrem uns diagrames de forces on es dona l'equilibri i el sentit de les forces. Però en el diagrama de formes es prefereix, sempre que sigui possible, no indicar el sentit de les forces (atès que està clar quines barres treballen a compressió i quines a tracció) i col·locar aquestes traslladades del diagrama de forces, de tal manera que resulti intuïtiu observar l'esquema mecànic en el diagrama de formes. Freqüentment, la posició de les forces en el diagrama de formes obeeix al fet que no es doni superposició de línies o de nomenclatura.

La *Instrucción EHE-08* fa propostes d'estudis mecànics de bieles i tirants per a estructures molt definides com, per exemple, les mènsules curtes o les bigues de gran cantell. Però no queden clars els criteris a seguir quan es vol aplicar el sistema per a estructures no tipificades (o per a estructures contemplades a l'*EHE-08* però amb un plantejament de bieles i tirants diferent). A la *Instrucción EHE-08* es diu literalment "*Este tipo de modelos, que suponen un comportamiento plástico perfecto, satisfacen los requerimientos del teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad y, una vez decidido el modelo, el de unicidad de la solución.*" Cosa que sobrepassa àmpliament els propòsits del tractament geomètric d'aquestes aplicacions. Únicament la

recomanació inclosa en els comentaris sobre el fet que els tirants tinguin la menor longitud possible serveix com a base en el projecte de les regions D.

Sempre que és possible se segueix la nomenclatura de la *Instrucción EHE-08*.

És necessari a continuació tractar les excentricitats. Aquestes poden crear desequilibris que es poden manifestar en els tirants, per exemple, en estar aquests sol·licitats de forma diferent en els seus extrems. Igual pot passar a les bieles. Per evitar les excentricitats i aconseguir l'equilibri, es poden col·locar bigues centradores, riostres o paviments col·laborants. Però sempre de forma externa a la fonamentació pròpiament. Es donen dos tipus d'excentricitats: l'excentricitat geomètrica i l'excentricitat mecànica. L'excentricitat geomètrica té en compte la forma de les accions i de les reaccions per definir-se. L'excentricitat mecànica depèn de la disposició de les càrregues. Les aplicacions d'aquest capítol no la contemplen. A les aplicacions 15.4 i 15.8 únicament es donen excentricitats geomètriques i aquestes s'especifiquen en els resultats. A les aplicacions 15.5, 15.6 i 15.7 es poden donar excentricitats geomètriques i mecàniques però únicament es donen les geomètriques.

15.1 Mènsula curta

De les dues condicions que la *Instrucción EHE-08* dona per determinar una mènsula curta (fig. 15.1): $a \leq d$ o $d \geq (a \cdot \cotg \theta) / 0.858$, s'adopta la segona. No es té en compte el valor de la $\cotg \theta$ degut a la forma o metodologia del formigonat.

La distribució geomètrica de les bieles s'aconsegueix movent el punt P de forma que aquestes es trobin, en tot cas, limitades per la forma de la mènsula. Les seves amplades b_1 , b_2 i b_3 estan determinades únicament per la longitud A-B.

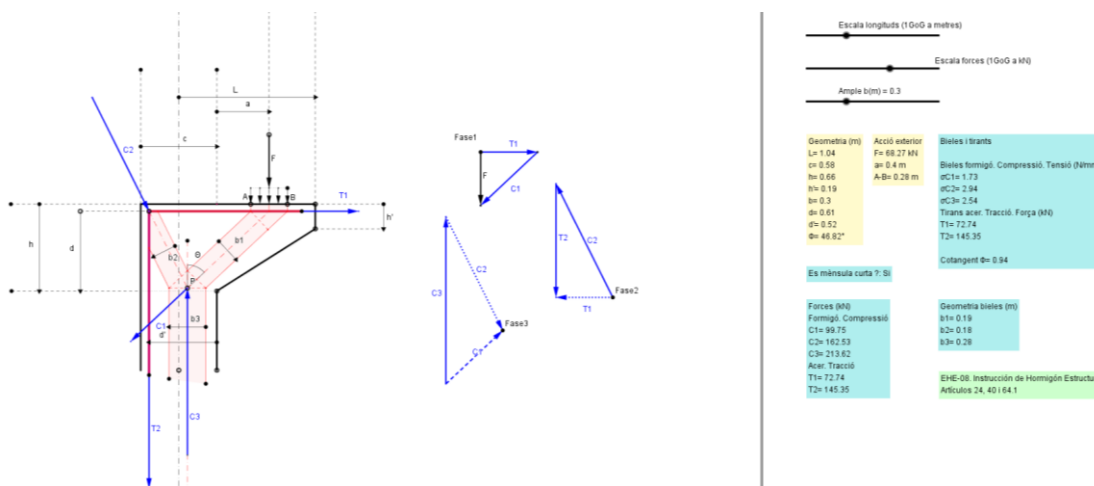


Fig. 15.1

15.2 Biga simplement recolzada. Gran cantell

En l'article 63 de la *Instrucción EHE-08* es defineix una biga de gran cantell simplement recolzada amb dues càrregues concentrades i simètricament col·locades a la testa superior de la biga. En aquesta aplicació les càrregues F1...F9, encara que la seva distància d és constant, la seva intensitat és, per a totes elles, variable (fig. 15.2). La ubicació de les bieles es regula pels punts mòbils P i Q i la seva amplada pels valors de les dimensions dels suports cA i cB. Les creus de color vermell, que es troben alineades als punts P i Q a distància s (coincidents amb la posició de les càrregues F3 i F7) dels recolzaments, són les que la *Instrucción EHE-08* proposa quan les

càrregues concentrades són únicament dues. Els paràmetres s , t i z són els indicats per la *Instrucción EHE-08*.

Les reaccions R_A i R_B es calculen a partir d'un polígon funicular auxiliar i aquests són els vectors per on es comença la composició de forces.

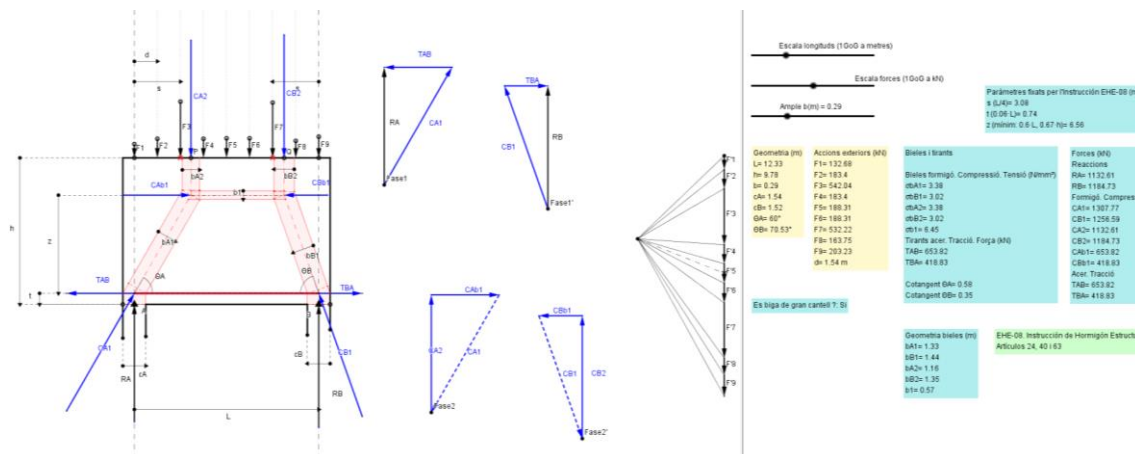
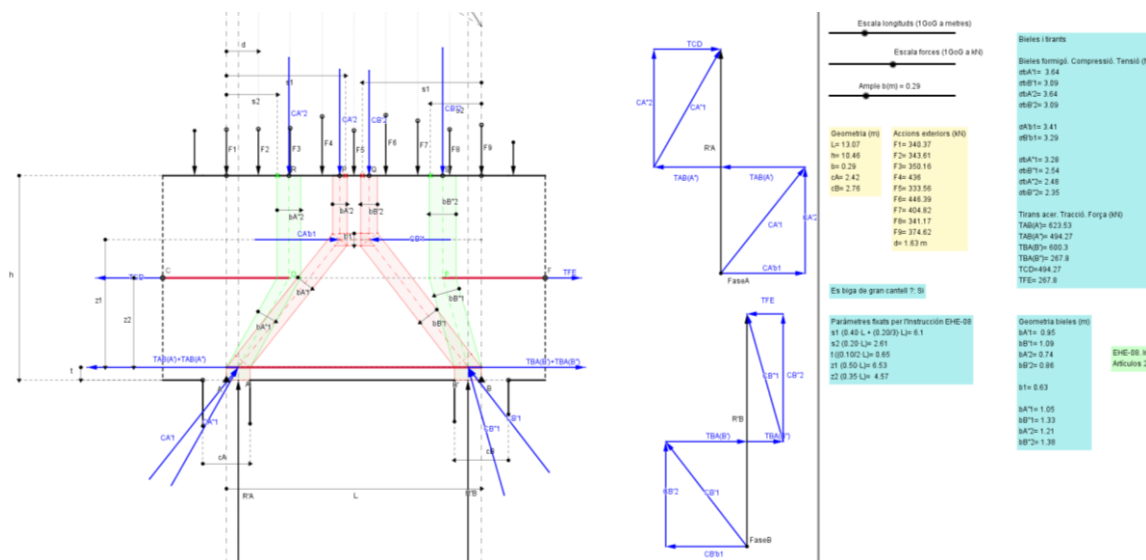


Fig. 15.2

15.3 Biga contínua. Gran cantell

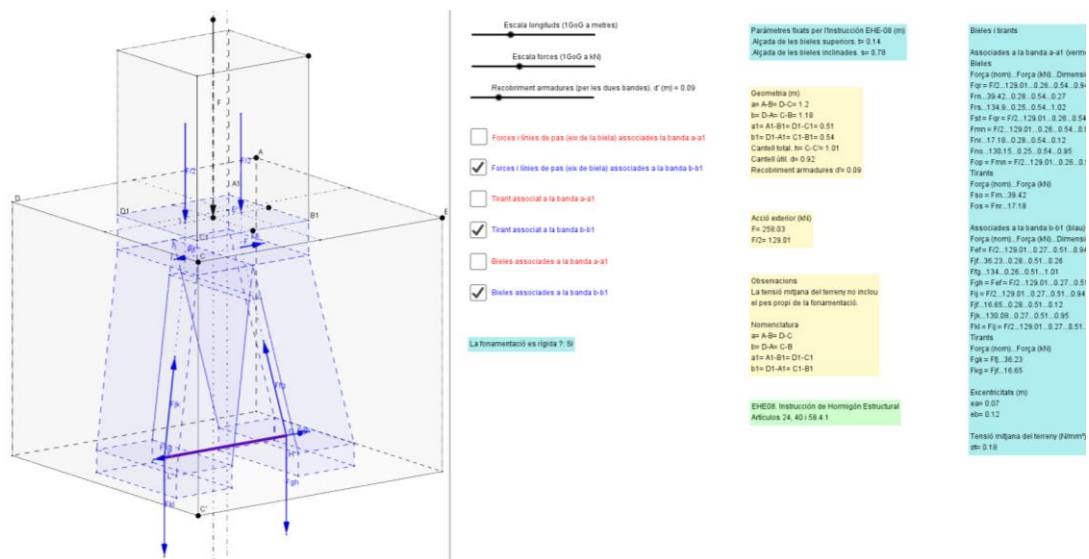
Quan la biga de gran cantell es recolza en una sèrie de suports alineats es converteix en una biga contínua. En aquesta aplicació s'estudia un tram intermedi de la biga contínua (fig. 15.3). El primer o últim tram de la biga pot estudiar-se combinant la present aplicació amb l'anterior 15.2.

Les característiques geomètriques d'aquesta aplicació no varien essencialment de la biga simplement recolzada. Les bieles s'orienten amb els punts P, Q, R i S i la seva dimensió està condicionada per la dimensió de la meitat dels suports c_A i c_B . Les dimensions s_1 (creus vermelles), s_2 (creus verdes), t , z_1 i z_2 estan regulades per la *Instrucción EHE-08*. Com es comprova, en els punts A' i B' dels recolzaments neixen dues bieles d'amplada $bA'1$ i $bA''1$ en el punt A' i $bB'1$ i $bB''1$ en el punt B'. Per obtenir les forces que li corresponen a cada biela es reparteix cadascuna de les reaccions R'_A i R'_B proporcionalment a les amplades de les bieles, tal com es veu en el diagrama de forces. Per cert, en aquest diagrama les forces s'han col·locat de manera superposada, de tal manera que, en el diagrama de formes, les forces adopten el sentit didàctic de les compressions en el formigó i de tracció en l'acer amb independència del sentit donat en el diagrama de forces.



15.4 Fonamentació. Rígida

L'aplicació 'Fonamentació. Rígida' té molts punts en comú amb la 'Càrrega concentrada sobre massís'. Els aspectes diferents venen determinats per la *Instrucción EHE-08*. Si la càrrega no està centrada en la fonamentació, és a dir, si les excentricitats e_a i e_b no són zero, les bieles en les dues direccions principals tenen un aspecte diferent, qüestió aquesta que també es dona en la càrrega sobre massís. Però en el present cas, les altures de les bieles són totes elles iguals, cosa que vol dir que el recobriment de les armadures és constant en les dues direccions principals (fig. 15.4).



15.5 Capçal per a dos pilons. Rígid

Es parteix de les reaccions dels pilons F_1 i F_2 i de les dimensions dels seus diàmetres d_{P1} i d_{P2} per conformar la secció i la direcció, amb intersecció en el punt O , de les bieles a compressió. Per tant, la càrrega del suport F és una incògnita i no una dada, tal que $F = F_1 + F_2$. No es considera el pes propi del capçal ni el pes de la terra per sobre. Tampoc es consideren les excentricitats que pugui produir la força F .

En aquest cas, el diagrama de formes i el de forces se superposen en una vista 3D.

Tal con es veu a la figura 58.4.1.2.2.1.b de la *Instrucción EHE-08*, una manera de considerar les bieles a compressió és que totes elles conflueixin en el punt O, que coincideix amb el centre del pilar que s'entrega al capçal. Des d'aquest punt de vista, les dimensions del pilar no intervenen en la definició de les bieles comprimides i tenen sentit únicament per definir les condicions de rigidesa o flexibilitat del capçal (fig. 15.5).

Quan el valor de les forces a les bieles superen geomètricament el punt O, es produeix una inestabilitat geomètrica. Com que el valor d'aquestes forces depèn de les forces F_i en els pilons, allò més còmode és modificar (augmentar) l'escala de forces.

L'excentricitat geomètrica e , que queda oculta, es determina a partir de la perpendicular de l'eix del pilar a la línia que uneix P1 amb P2.

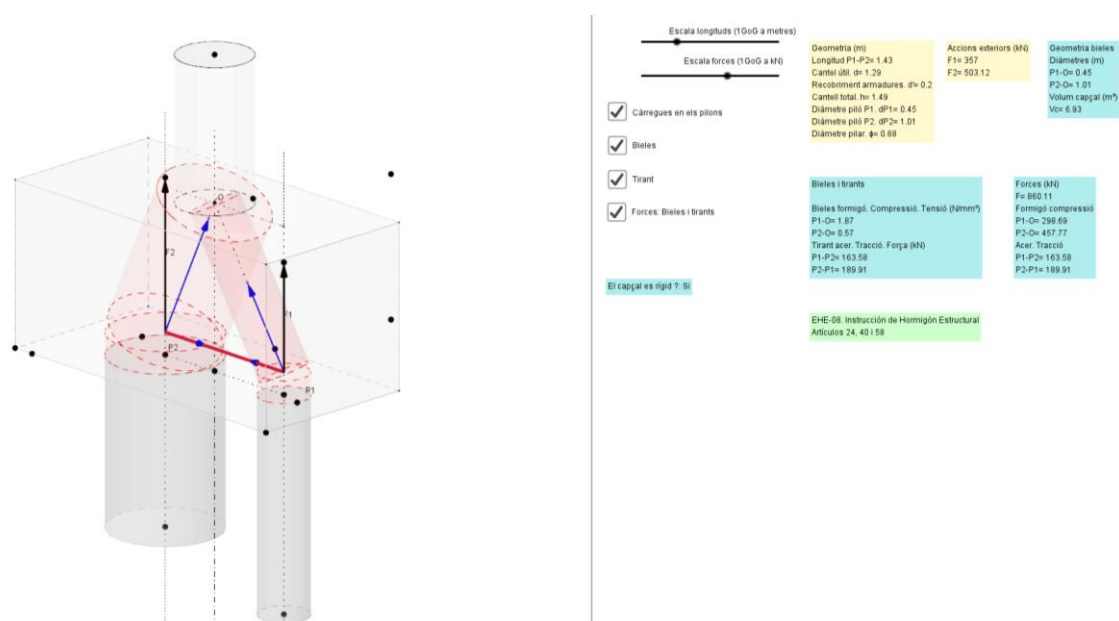


Fig. 15.5

15.6 Capçal per a tres pilons. Rígid

Es parteix de les reaccions dels pilons F_1 , F_2 i F_3 i de les dimensions dels seus diàmetres dP_1 , dP_2 i dP_3 per conformar la secció i la direcció, amb intersecció en el punt O, de les bieles a compressió. Per tant, la càrrega del suport F és una incògnita i no una dada, tal que $F = F_1 + F_2 + F_3$. No es considera el pes propi del capçal ni el pes de la terra per sobre. Tampoc es consideren les excentricitats que pugui produir la força F .

En aquest cas, el diagrama de formes i el de forces se superposen en una vista 3D.

Tal con es veu a la figura 58.4.1.2.2.1.b de la *Instrucción EHE-08*, una manera de considerar les bieles a compressió és que totes elles conflueixin en el punt O, que coincideix amb el centre del pilar que s'entrega al capçal. Des d'aquest punt de vista, les dimensions del pilar no intervenen en la definició de les bieles comprimides i tenen sentit únicament per definir les condicions de rigidesa o flexibilitat del capçal (fig. 15.6).

Quan el valor de les forces a les bieles superen geomètricament el punt O es produeix una inestabilitat geomètrica. Com que el valor d'aquestes forces depèn de les forces F_i en els pilons, allò més còmode és modificar (augmentar) l'escala de forces.

L'excentricitat geomètrica e es determina a partir de la distància entre l'eix del pilar i el baricentre del triangle format per P1, P2 i P3.

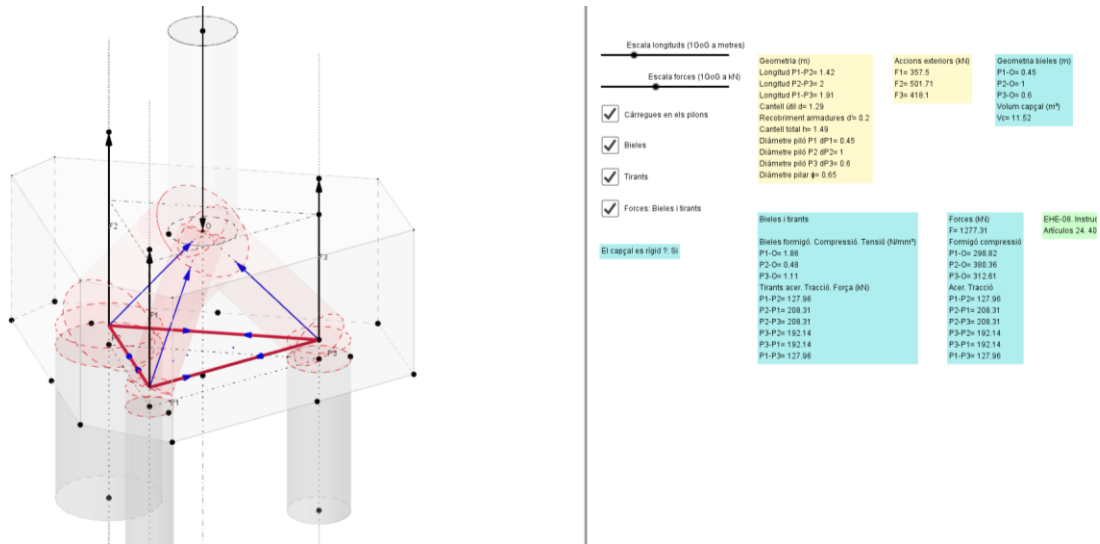


Fig. 15.6

15.7 Capçal per a quatre pilons. Rígid

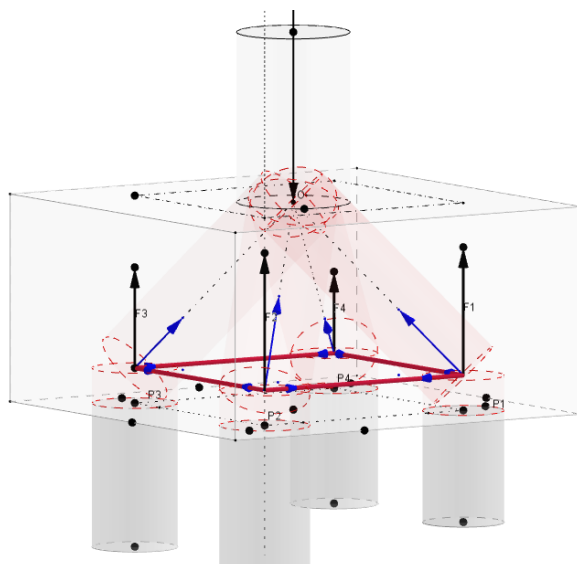
Es parteix de les reaccions dels pilons F1, F2, F3 i F4 i de les dimensions dels seus diàmetres dP1, dP2, dP3 i dP4 per conformar la secció i la direcció, amb intersecció en el punt O, de les bieles a compressió. Per tant, la càrrega del suport F és una incògnita i no una dada, tal que $F = F1 + F2 + F3 + F4$. No es considera el pes propi del capçal ni el pes de la terra per sobre. Tampoc es consideren les excentricitats que pugui produir la força.

En aquest cas, el diagrama de formes i el de forces se superposen en una vista 3D.

Tal com es veu a la figura 58.4.1.2.2.1.b de la *Instrucción EHE-08*, una manera de considerar les bieles a compressió és que totes elles conflueixin en el punt O, que coincideix amb el centre del pilar que s'entrega al capçal. Des d'aquest punt de vista, les dimensions del pilar no intervenen en la definició de les bieles comprimides i tenen sentit únicament per definir les condicions de rigidesa o flexibilitat del capçal (fig. 15.7).

Quan el valor de les forces a les bieles superen geomètricament el punt O es produeix una inestabilitat geomètrica. Com que el valor d'aquestes forces depèn de les forces F_i en els pilons, allò més còmode és modificar (augmentar) l'escala de forces.

L'excentricitat geomètrica e es determina a partir de la distància entre l'eix del pilar i el baricentre del quadrilàter format per P1, P2, P3 i P4.

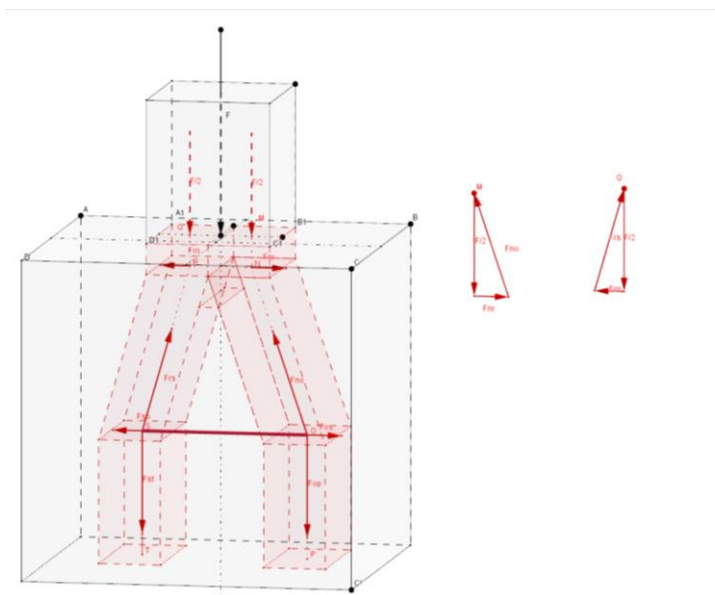


Escala longitud (1GoG a metres)																									
Escala forces (1GoG a kN)																									
☒ Càrregues en els pilons ☒ Bieles ☒ Tirants ☒ Forces: Bieles i tirants																									
El capçal es rígid ? : Si																									
Geometria (m) Longitud P1-P2= 1.76 Longitud P2-P3= 1.69 Longitud P3-P4= 1.76 Longitud P4-P1= 1.68 Cantell útil. d= 1.31 Recobriment armadures. d'= 0.27 Cantell total. h= 1.57 Diàmetre piló P1. dP1= 0.61 Diàmetre piló P2. dP2= 0.68 Diàmetre piló P3. dP3= 0.64 Diàmetre piló P4. dP4= 0.66 Diàmetre pilar. ϕ = 0.85																									
Bieles i tirants Bieles formigó. Compensió. Tensió (N) <table> <tr><td>P1-O=</td><td>0.54</td></tr> <tr><td>P2-O=</td><td>0.51</td></tr> <tr><td>P3-O=</td><td>0.39</td></tr> <tr><td>P4-O=</td><td>0.29</td></tr> </table> Tirants acer. Tracció. Força (kN) <table> <tr><td>P1-P2=</td><td>101</td></tr> <tr><td>P2-P1=</td><td>78.91</td></tr> <tr><td>P2-P3=</td><td>78.91</td></tr> <tr><td>P3-P2=</td><td>78.44</td></tr> <tr><td>P3-P4=</td><td>50</td></tr> <tr><td>P4-P3=</td><td>49.59</td></tr> <tr><td>P4-P1=</td><td>46.91</td></tr> <tr><td>P1-P4=</td><td>67.88</td></tr> </table>		P1-O=	0.54	P2-O=	0.51	P3-O=	0.39	P4-O=	0.29	P1-P2=	101	P2-P1=	78.91	P2-P3=	78.91	P3-P2=	78.44	P3-P4=	50	P4-P3=	49.59	P4-P1=	46.91	P1-P4=	67.88
P1-O=	0.54																								
P2-O=	0.51																								
P3-O=	0.39																								
P4-O=	0.29																								
P1-P2=	101																								
P2-P1=	78.91																								
P2-P3=	78.91																								
P3-P2=	78.44																								
P3-P4=	50																								
P4-P3=	49.59																								
P4-P1=	46.91																								
P1-P4=	67.88																								

Fig. 15.7

15.8 Càrrega concentrada sobre massís

L'article 61 de la *Instrucción EHE-08* explica les forces internes en forma de tirants i bieles que es produeixen quan una càrrega F actua sobre un massís de formigó (fig. 15.8). Els esforços de tracció en els tirants no impliquen necessàriament l'existència d'una armadura. Es tracta d'un esforç que pot, si és el cas, absorbir-se amb el formigó.



Escala longitud (1GoG a metres)	
Escala forces (1GoG a kN)	
☒ Forces i línies de pas (niv de la biela) associades a la banda a-a' ☐ Forces i línies de pas (niv de la biela) associades a la banda b-b' ☒ Tirant associat a la banda a-a' ☐ Tirant associat a la banda b-b' ☒ Bieles associades a la banda a-a' ☐ Bieles associades a la banda b-b'	
Geometria (m) an A-B= D-C= 1.37 bn D-A= C-B= 1.24 atn A1-B1= D1-C1= 0.48 bt1= D1-A1= C1-B1= 0.54 bn C-C= 1.23	
Acció exterior (kN) F= 184.3 FQ= 92.15	
Observacions Els càlculs de les bieles i tirants associats a la banda a-a' (vermel) són independents dels de la banda b-b' (blau). Escollir el més o considerar els dos. En aquest cas d(a) o d(b) poden donar valors semblants a h/2.	
Nomenclatura an A-B= D-C bn D-A= C-B atn A1-B1= D1-C1 bt1= D1-A1= C1-B1	

Fig. 15.8