¿Quieres problemas? √=1+5

RAÚL ROJAS GONZÁLEZ
rojas@inf.fu-berlin.de
UNIVERSIDAD LIBRE DE BERLÍN

El **número de Euler** y el interés compuesto

Hay algunas constantes de gran fama. Son aquellas que han podido acaparar una letra latina o griega para ellas solas. Son las "jugadoras más valiosas" de las matemáticas, aquellas que conservan su camiseta, como en el fútbol, aunque se cambien de equipo. Una constante así es π (Pi), la razón del diámetro de un círculo a su perímetro. Otra más es la llamada constante de Euler, el número que denotamos con la letra *e*. Es la base de los llamados logaritmos naturales y tiene un valor aproximado de 2.718, con muchos decimales más, ya que es un número de los conocidos como irracionales, aquellos que no tienen expansión decimal finita. La función exponencial se define con base en esta constante como *y=e^x*. Esta función es muy importante en matemáticas, por todas sus propiedades y aparece en todos los procesos que presentan crecimiento exponencial, por ejemplo en cultivos de bacterias.

El primero que de alguna manera comenzó a ocuparse implícitamente de *e* fue el escocés John Napier (1550-1617), el inventor de las tablas de logaritmos. Antes, en la escuela secundaria, aprendíamos a multiplicar y dividir con la llamada regla de cálculo que era algo así como un sustituto para las tablas de logaritmos. Las generaciones actuales no la conocen —ha sido reemplazada por las calculadoras—.

El libro de Napier sobre los logaritmos, publicado en 1614, ostentaba el rimbombante titulo *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (*Descripción del maravilloso canon de los logaritmos*). En esa obra Napier mostró cómo reducir la multiplicación y la división a una suma (o sustracción) de logaritmos. Utilizó la base *e*, pero sin darle un nombre. Por eso fue el matemático suizo Leonhard Euler (1707-1783) quien tuvo el privilegio de bautizar a la constante *e* con la letra con la que hoy la conocemos. Euler fue tan prolífico y tan estudiado que sus escritos ayudaron a establecer una notación estándar para las matemáticas. En su honor, *e* es llamada "número de Euler" en Alemania.

Sin embargo, la explicación más sencilla del significado de *e* se la debemos a otro suizo, Jacob Bernoulli, quien al provenir de una familia de banqueros tuvo la ocurrencia de establecer la relación entre *e* y el interés compuesto.

Supongamos que la tasa anual de interés es 100 por ciento. Si adeudo un peso al principio del año, al final del mismo deberé dos pesos. Pero si el banco insiste en cálculos semestrales de la deuda, con la misma tasa anual, después de seis meses debo 1.5 pesos (50 por ciento, además del peso inicial) y al final de 12 meses debo 2.25 pesos (1.5 pesos después del primer semestre, más 50 por ciento de 1.5). Si el cálculo de los intereses se hace cada tres meses, al final del trimestre debo 1.25 pesos y al final del año debo 2.44 pesos (que es 1.25 a la cuarta potencia). Parece algo injusto: el banco recalcula los intereses cada tres meses para obtener lo que se llama el interés compuesto. Por eso surge la pregunta, ¿qué pasaría si recalcularan los intereses cada mes?, ¿o cada día?, ¿o cada segundo? Curiosamente ¡la deuda no se va hacia infinito sino precisamente al número *e*! Si un banco agiotista recalculara la deuda instantáneamente, un peso de deuda se transforma al final del año en *e* pesos, cuando la tasa anual de interés es 100 por ciento.

Expresado en el lenguaje moderno de las matemáticas el numero *e* es el límite de la expresión $(1+(100\%)/n)^n$ cuando *n* tiende a infinito. En esta expresión *n* es el número de recálculos de interés compuesto, en un año, de un interés de 100 por ciento anual.

En la década de 1980, durante la época de la hiperinflación en México, compré un departamento en la Ciudad de México. El constructor no tenía la menor idea de cómo calcular el interés compuesto para el banco (que quería cálculos trimestrales), así que él seguía cobrando el interés anual simple cada mes. ¡No sé cuanto dinero nos ahorramos en esa época y esta historia del interés compuesto no es una que yo le haya contado a nuestros acreedores!