TRABAJO AUTÓNOMO

DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.

PARA NIVEL SUPERIOR.

LIC. HUMBERTO SARANGO

OCTUBRE 2017 – MARZO 2018

CLUB GEOGEBRA. 2018

Introducción a la Investigación de operaciones

Que es la Investigación de Operaciones

En esta disciplina se destacan las siguientes características esenciales:

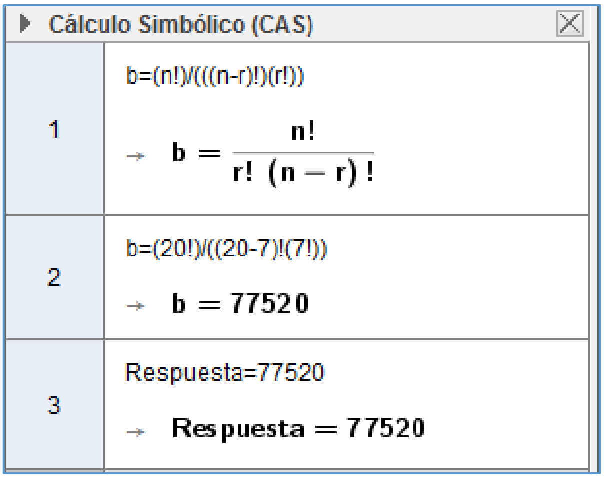
- Una fuerte orientación a Teoría de Sistemas.
- La participación de equipos interdisciplinarios.
- La aplicación del método científico en apoyo a la toma de decisiones.

En base a estas propiedades, una posible definición es: La Investigación Operativa es la aplicación del **método científico** por **equipo interdisciplinario** a problemas que comprenden el control y gestión de **sistemas** organizados (hombre-máquina); con el objetivo de encontrar soluciones que **sirvan mejor**a los propósitos del sistema (u organización) como un todo, enmarcados en proceso de tomas de decisiones.
Los pasos a seguir en la aplicación del método científico (coincidentes con los de la Teoria General de Sistemas) son, en su expresión más simple:

1. Planteo y Análisis del problema.
2. Construcción de un modelo.
3. Deducción de la(s) solución(es).
4. Ejecución y Control de la(s) solución(es).

Introducción a La Probabilidad.
Ejercicios De Permutaciones Y Combinaciones

1. Una clase de 20 alumnas va a elegir un comité de 7 personas, formado por un presidente, un vicepresidente, un secretario y cuatro vocales. ¿de cuantas formas se puede elegir un comité?



2. Con los dígitos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) ¿Cuántos números diferentes de seis cifras se pueden formar sin que se repita ninguno?

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	p=n! → $p = n!$
2	p=7! → $p = 5040$
3	Respuesta=5040 → $Respuesta = 5040$

3. ¿Cuántos arreglos se pueden hacer con la palabra geometría?

G-E-O-M-E-T-R-I-A

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	p=(n!)/(n!) → $p = 1$
2	p=9!/2! → $p = 181440$
3	Respuesta=181440 → $Respuesta = 181440$

Solución: Se pueden hacer 181440 arreglos con la palabra geometría**.**

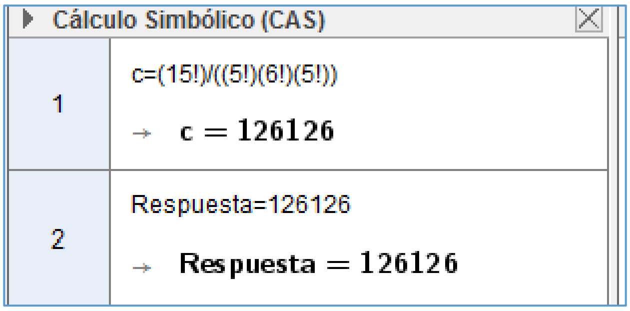
4. Hay veinte boletos para una rifa de ellos se debe seleccionar en orden cuatro boletos, el que tenga el primer boleto gana aun automóvil, el segundo gana una motocicleta, el tercer una bicicleta y el cuarto una patineta. ¿De cuantas formas distintas se pueden ganar?

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	c=(n!)/((n-r)!(r!)) → $c = \frac{n!}{r!\ (n-r)!}$
2	c=(20!)/((20-4)!(4!)) → $c = 4845$
3	Respuesta=4845 → $Respuesta = 4845$

Solución: Existen 4845 formas distintas de ganar los premios

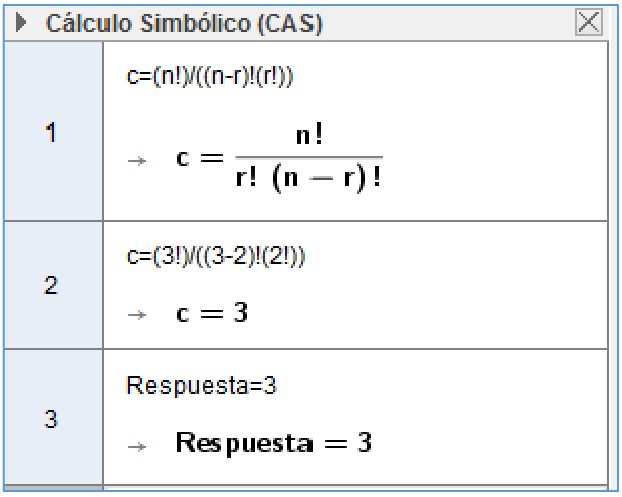
5. ¿De cuantas formas diferentes se pueden colocar quince canicas de colores en una fila, si cinco son verdes, seis rojas y cinco azules?

$$P = \frac{n!}{n_1!.n_2!.n_3 \ldots n_i!}$$



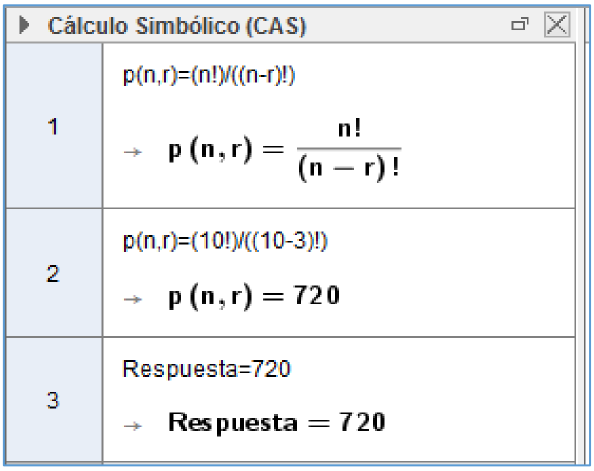
Solución: Se pueden organizar 126126 canicas de forma diferentes.

6. Alberto para asistir a su nuevo trabajo tiene dos corbatas negra y roja y tres ternos azul, negro y café.
¿De cuantas maneras puede usar un terno y una corbata?



Solución: Puede usar tres formas distintas el terno y a corbata.

7. Un grupo de diez personas deben elegir una directiva una directiva: presidente, secretario, tesorero, todos pueden ser elegidos pero una persona no puede tener más de un cargo. ¿De cuantas maneras diferentes puede realizarse la elección?



Solución: Se puede realizar la elección de la directiva 720 maneras diferentes.

8. Una maquina desarmada tiene cinco componentes. Para ensamblarla se puede colocar sus componentes en cualquier orden. ¿Cuántas formas diferentes de ensamblaje se pueden realizarle?

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	p=n! → $p = n!$
2	p=5! → $p = 120$
3	Respuesta=120 → $Respuesta = 120$

Solución: Se puede ensamblar de 120 maneras diferentes.

9. Para aprobar un test de aptitud debe elegirse una muestra de cinco estudiantes de un curso que tiene veinte estudiantes. ¿De cuantas formas se puede tomarse la muestra?

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	c=(n!)/((n-r)!(r!)) → $c = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$
2	p(n,r)=(20!)/((20-5)!(5!)) → $p(n,r) = 15504$
3	Respuesta=15504 → $Respuesta = 15504$

Solución: Se puede tomarse la muestra 15504 formas de elección.

Probabilidades

Experimento.- Es un proceso en el que se obtienen resultados definidos.

Experimento determinista.- Cuando se conoce de antemano el resultado del experimento.

Ejemplo:

- Al lanzar una piedra al aire y observar si cae o no.
- El número de hermanos y hermana s constituidos en una familia.
- El número total de galones de gasolina que utiliza un auto Suzuki force.
- Averiguar la edad de una persona.
- Color de vestido de la reina.

Experimento aleatorio.-Es cualquier proceso que produce resultados que no se pueden definir.

Ejemplos:

- Lanzamiento de una moneda.
- Lanzamiento de un dado.
- Una prueba de embarazo.
- Nacimiento de un bebe.
- Una fusión de elementos químicos.

Ejercicios de aplicación:

Escriba al frente de cada enunciado si los experimentos si son **deterministas** o **aleatorios.**

a) Al abrir un libro de 20 páginas y que se abra en una página aparte**(Exp.Determinista)**

b) Al aplasta el interruptor de la luz y observar que pasa. **(Exp.Aleatario)**

c) Dejar caer una pelota de dos colores blanca y roja y observar sobre qué color queda en reposo**.(Exp.Determinista)**

d) Calentar a la misma temperatura dos varillas una de cobre y la otra de hierro, y observar cual se alarga más.**(Exp.Aleatorio)**

e) Preguntar a tus compañeros sobre el número de hermanos que tienen. **(Exp.Determinista).**

f) Lanzar un lápiz al aire y esperar si al caer al suelo corta en la línea de una baldosa del piso. **(Exp.Aleatario)**

g) Investigar en tu familia sobre la preferencia de un equipo de futbol. **(Exp.Determinista).**

h) Seleccionar los integrantes de un equipo de baloncesto de tu curso. **(Exp.Determinista).**

Definición de probabilidad.- sea (s) el espacio muestra de un experimento y sea (E) un evento, la probabilidad del evento se representa por:

$$P(\boldsymbol{E}) = \frac{\boldsymbol{n(e)}}{\boldsymbol{n(s)}}$$

Probabilidad.- Es el cociente del número de eventos sobre el número de sucesos.

Ejemplos:

1. Elegir una persona ecuatoriana de un grupo de cuatro venezolanos, tres ecuatorianos y seis peruanos.

$venezolanos = 4, ecuatorianos = 3, peruanos = 6$

$Total = 13(n. sucesos)$

$P(\boldsymbol{e}) = \frac{\boldsymbol{n(e)}}{\boldsymbol{n(s)}}$

$\boldsymbol{P(e) = \frac{3}{13}}$

$\boldsymbol{P(e) = 0,23}$ **R. //**

2. Si yo tengo una canasta llena de peras y manzanas, de las cuales hay 20 peras y 10 manzanas que fruta probable que saque al azar de la canasta.

$peras = 20, manzanas = 10$
$Total = 30(n. sucesos)$

$P(\boldsymbol{p}) = \frac{\boldsymbol{n(e)}}{\boldsymbol{n(s)}}$

$P(p) = \frac{20}{30}$

$P(p) = \frac{2}{3}$

$P(p) = 0{,}67$ **R. //**

$P(\boldsymbol{m}) = \frac{\boldsymbol{n(e)}}{\boldsymbol{n(s)}}$

$P(m) = \frac{10}{30}$

$P(m) = \frac{1}{3}$

$P(e) = 0{,}33$ **R. //**

R/. Es más probable que se obtengan peras.

2. Calcula la probabilidad de cada evento. Una ruleta giratoria están dividida en nueve partes iguales. Cada división esta numerada del 1-9 al hacerla girar, cual es la probabilidad de:
   a) Que la flecha se detenga en un número par.
   b) Que la flecha se detenga en un número impar mayor a tres.
   c) Que la flecha se detenga en un número múltiplo de cuatro.
   d) Que la flecha se detenga en el cero.

a) $E = \{1, \boldsymbol{2}, 3, \boldsymbol{4}, 5, \boldsymbol{6}, 7, \boldsymbol{8}, 9\}$
$P(\boldsymbol{n}) = \frac{\boldsymbol{n(e)}}{\boldsymbol{n(s)}}$
$P(n) = \frac{4}{9}$
$P(n) = 0.44$ **R.** // La probabilidad de que se detenga en un numero par es 0.44

b) $E = \{1,2,3,4,\mathbf{5},6,\mathbf{7},8,\mathbf{9}\}$

$$P(\boldsymbol{n}) = \frac{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{e})}{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{s})}$$

$$P(\boldsymbol{n}) = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{9}}$$

$P(\boldsymbol{n}) = \mathbf{0.33}$ **R. //** La probabilidad es de 0,33.

c) $E = \{1,2,3,\mathbf{4},5,6,7,\mathbf{8},9\}$

$$P(\boldsymbol{n}) = \frac{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{e})}{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{s})}$$

$$P(n) = \frac{2}{9}$$

$P(n) = 0{,}22$ **R. //** La probabilidad de que se detenga en número múltiplo de 4 es 0,22

d) **R. //** Imposible el cálculo de probabilidad.

3. Calcular la frecuencia relativa de cada suceso. Al sacar al azar mil veces una bola de una caja donde siete bolas numeradas del 1-7 se obtienen los siguientes resultados.

N° Bolas	Frecuencia	F.Relativa
1	140	**0.14**
2	145	**0.15**
3	142	**0.14**
4	148	**0.15**
5	149	**0.15**
6	141	**0.14**
7	135	**0.14**
Total	**1000**	**1**

   a) ¿Cuál es la frecuencia absoluta del cinco?
   b) Estima la probabilidad de extraer un siete.
   c) Estima la probabilidad de extraer un dos.
   d) ¿Cuál es la probabilidad mayor de cinco bolas?

$a)\ Fr = \frac{Fi}{N}$

$Fr = \frac{140}{1000}$

$Fr = 0{,}15$ **R. //**

$b)\ La\ probabilidad\ de\ extraer\ un\ 7\ es\ 0{,}14$

$c) La\ probabilidad\ de\ extraer\ un\ 2\ es\ 0{,}15$

d) La probabilidad de extraer mayor a cinco es 0,28

Probabilidad condicional

Se utiliza la siguiente fórmula:

- $\boldsymbol{P\frac{A}{B} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}} \qquad \boldsymbol{P(B) \neq 0}$
- $\boldsymbol{P(^{A}/_{B}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$
- $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A).P(B)}$

Problemas:

1. Si la probabilidad de que un estudiante apruebe algebra lineal es 0.7, como la probabilidad de que apruebe inglés es 0,8 y la probabilidad de que apruebe ambas materias es 0,6. ¿Cuál es la probabilidad que el estudiante apruebe al menos una de estas materias?

$$\boldsymbol{P(A/B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

$$P(A/B) = 0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}6$$
$$P(A/B) = 0{,}9 \quad \textbf{R. //}$$

R. /La probabilidad de que el estudiante apruebe cualquiera de las dos materias es 0,9.

2. En una empresa hay 200 empleados de los cuales son 150 son graduados, 60 empleados realizan trabajos administrativos de estos últimos 40 son graduados. Si se toma al azar un empleado encuentra la posibilidad que:

   a) Sea graduado no realice trabajo administrativo.
   b) Sea graduado dado que no realice trabajo administrativo.
   c) No sea graduado dado que realiza trabajos administrativos.

Hoja de Cálculo

Tabla			
	Administracion	No administracion	Total
Graduados	**40**	110	150
No graduados	**20**	30	50
Total Parcial	**60**	**140**	**200**

a) De los 200 graduados solo realizan trabajos administrativos 110.
b) 110/200//140/200
c) 60/200

3. En un pueblo hay 100 jóvenes, 40 de las chicas y 35 chicas juegan al tenis. El total de chicas en el pueblo es de 45. Si elegimos un joven de esta calidad al azar.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico?
   b) Si sabemos que juega tenis. ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico que no juega al tenis?

Hoja de Cálculo

B3

	A	B	C	D	E	F
1						
2			Tabla			
3			Chicos	Chicas	Total	
4		Juegan tenis	40	35	**75**	
5		No juegan tenis	**15**	**10**	**25**	
6		Total Parcial	**55**	45	100	
7						

$a)\ P = \frac{n(e)}{n(s)}$

$P = \frac{\mathbf{55}}{100}$

$P =$ **0,55 R. //**

$b)\ P = \frac{n(e)}{n(s)}$

$P = \frac{\mathbf{35}}{75}$

$P = \mathbf{0,5}\ \ \boldsymbol{R.//}$

$c)\ P = \frac{n(e)}{n(s)}$

$P = \frac{\mathbf{15}}{100}$

$P = \mathbf{0,15}$ **R. //**

a) La probabilidad de escoger a los 100 jóvenes sean chicos es 0,55.

b) La probabilidad de que sea chica es 0,5.

c) La probabilidad de que sea chico que no juegue tenis es 0,15.

4. Se hace una encuesta en un grupo de 120 personas preguntando si les gusta leer y ver televisión. Los resultados son:
   - 32 personas les gusta leer y ver la televisión.
   - 92 personas les gusta leer.
   - 47 personas les gusta ver televisión

   Si elegimos al azar una de estas personas:

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste ver televisión?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le guste ver la televisión?
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?

Hoja de Cálculo

B3

	A	B	C	D	E	F
1						
2			Tabla			
3			Ver Tv	No ver Tv	Total	
4		Leer	**32**	60	**92**	
5		No Leer	15	13	28	
6		Total Parcial	**47**	73	120	

$a)\ P = \frac{n(e)}{n(s)}$ $b)\ P = \frac{n(e)}{n(s)}$ $c)\ P = \frac{n(e)}{n(s)}$

$P = \frac{\mathbf{73}}{120}$ $P = \frac{\mathbf{32}}{47}$ $P = \frac{\mathbf{92}}{120}$

$P = \mathbf{0,61}\ \boldsymbol{R}./$ $P = \mathbf{0,68}\ \boldsymbol{R}./$ $P = \mathbf{0,72}\ \boldsymbol{R}.//$

a) La probabilidad de que no le guste ver la televisión es 0,61.
b) La probabilidad de que le guste leer y ver la televisión es 0,68.
c) La probabilidad de que no le guste leer es 0,72.

Distribución de probabilidad binomial.

Ejemplos:

1. La probabilidad de un jugador de golf haga hoyo en un lanzamiento a una cierta distancia es 0.2, si lo intenta 5 veces, calcular las siguientes probabilidades:

a. Acierte dos veces
Pb= 0.2
q= 1-p
q= 1-0.2
q= 0.8
n= 5 veces
Acierte 2 veces k= 2

Pb(n,p)=(n k)pk.qn-k

P(5,2)= (5/2) (0.2)2(0.80)5-2
P(5,2)= <u>5!   (0.2)2(0.8)3</u>
(5-2)!(2)
P(5,2)= <u>5!   (0.2)2(0.8)3</u>
3!2!
P(5,2)=<u>(5.4.3.2.1)</u> (0.2)2 (0.8)2
(3.2.1)(2.1)
P(5,2)= 10(0.04)(0.512)
P(5,2)= 0.20

Sol= La probabilidad de que el jugador de golf haga hoyo y acierte dos veces es de 0.20 que equivale al 20%.

b. No acierte ninguna vez
Pb(n,p)=(n k)pk.qn-k
Pb(5,0)= (5 0) (0.2)0 (0.8)8-0
Pb(5,0)=<u> 5!   </u> (0.2)0(0.8)5
(5-0)! (0)
Pb(5,0)=<u> 5!   </u> 1 (0.8)5
5! 1
Pb(5,0)=<u> 5.4.3.2.1 </u>1 (0.33)
5.4.3.2.1 (1)
Pb(5.0) =0.33

Sol: La probabilidad de que el jugador de golf no haga hoyo y no acierte ninguna vez es de 0.33 que equivale al 33%.

c. La probabilidad que acierte menos de 3 veces

Pb(<3)=(n k)pk.qn-k+(n k)pk.qn-k+(n k)pk.qn-k

Pb(<3)= (5 0) (0.2)0 (0.8)5-0+(1) (0.2)1 (0.8)8-1+(5 0) (0.0)2 (0.8)5-2

Pb(<3)= 5! (0.2)0(0.8)5+5! (0.2)1 (0.8)4 + 5! (0.2)2 (0.8)3
(5-0)! (0)! (5-1)! 1! (5.2)! 21

Pb(<3)= 5! 1 (0.33)+ 5! (0.2)(0.41)+ 5! (0.04) (0.512)
5! 1 4! 1! 3!2!

Pb(<3)= (0.33) + 5.4.3.2.1 (0.08)+ 5.4.3.2.1 (0.02)
4.3.2.1 (1) 3.2.1 (2.1)

Pb(<3) =0.33 +0.40+0.2

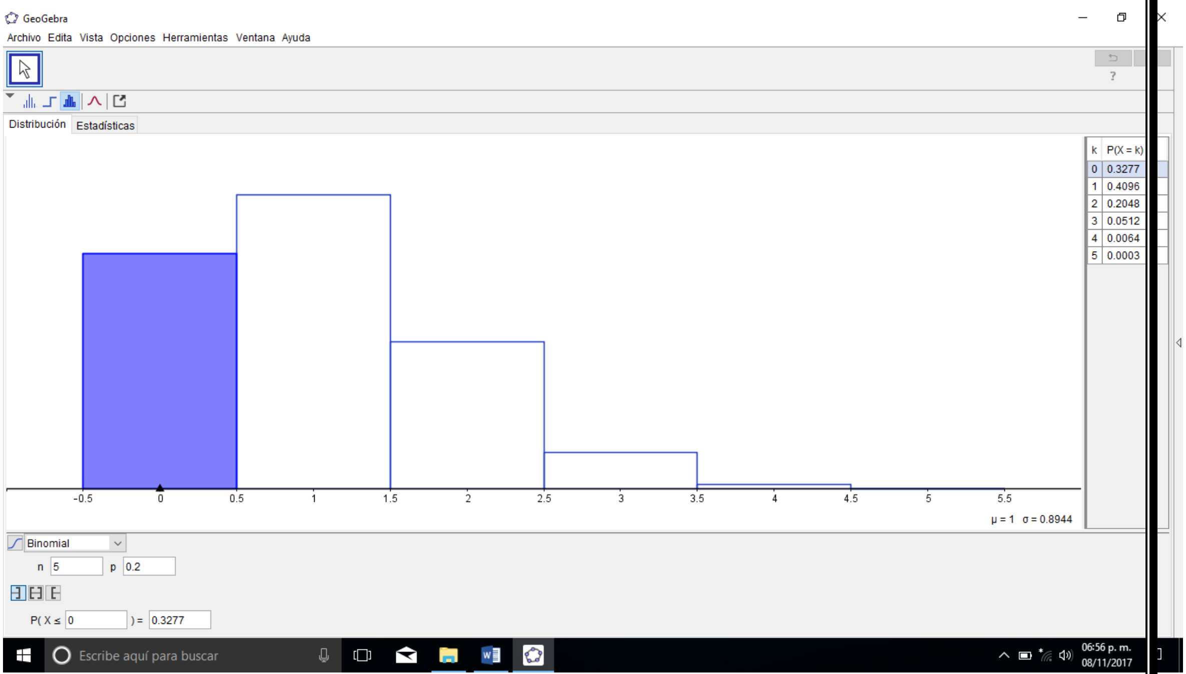
Pb(<3)= 0.93

Sol: La probabilidad de que el jugador de golf haga hoyo y acierte menos de 3 vez es de 0.93 que equivale al 93%.

d. Acierte alguna vez

Pb(1v)= 1- (p(1.5)
Pb(1v)= 1-0.33
Pb(1v)= 0.67

Sol: La probabilidad de que el jugador de golf haga hoyo y acierte de 1 vez es de 0.67 que equivale al 67%.

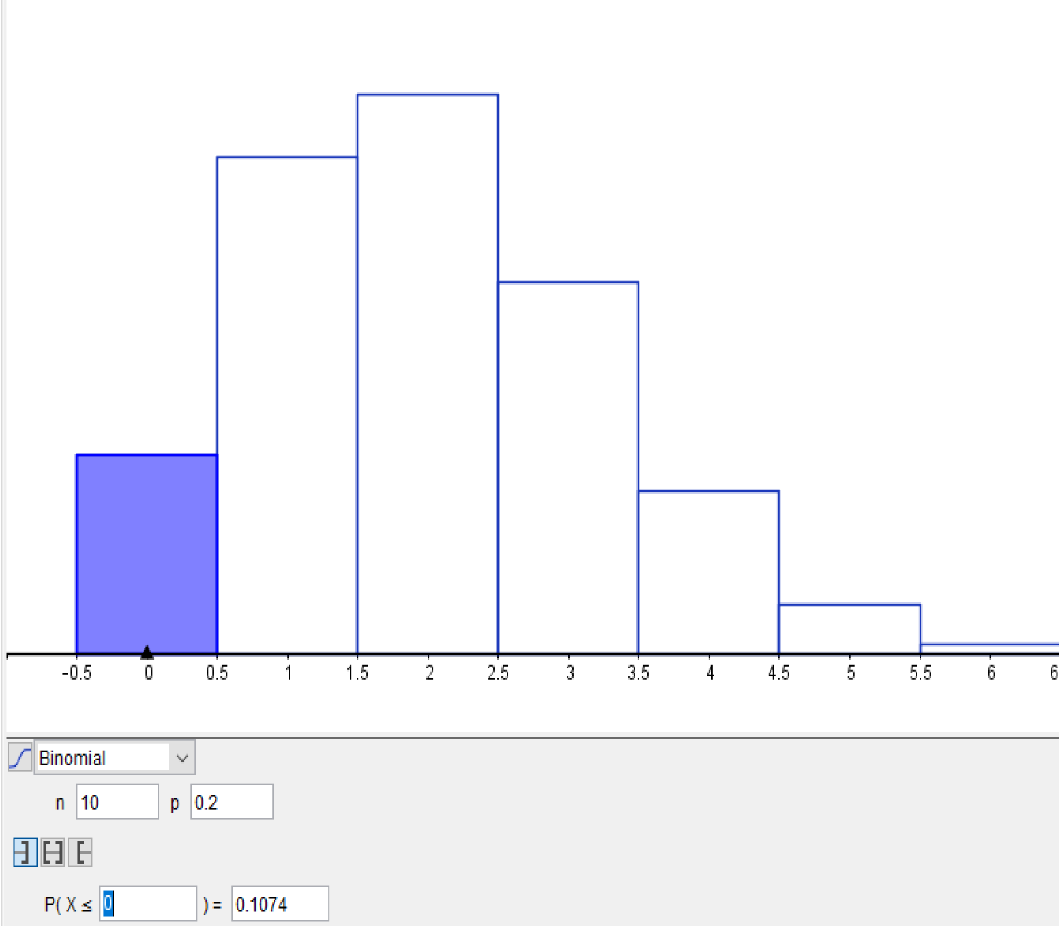


Ejercicio No. 02

Un ingeniero que labora en el departamento de control de calidad de una empresa eléctrica, inspecciona una muestra al azar de 10 alternadores de un lote. Si el 20% de los alternadores del lote están defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que en la muestra?:

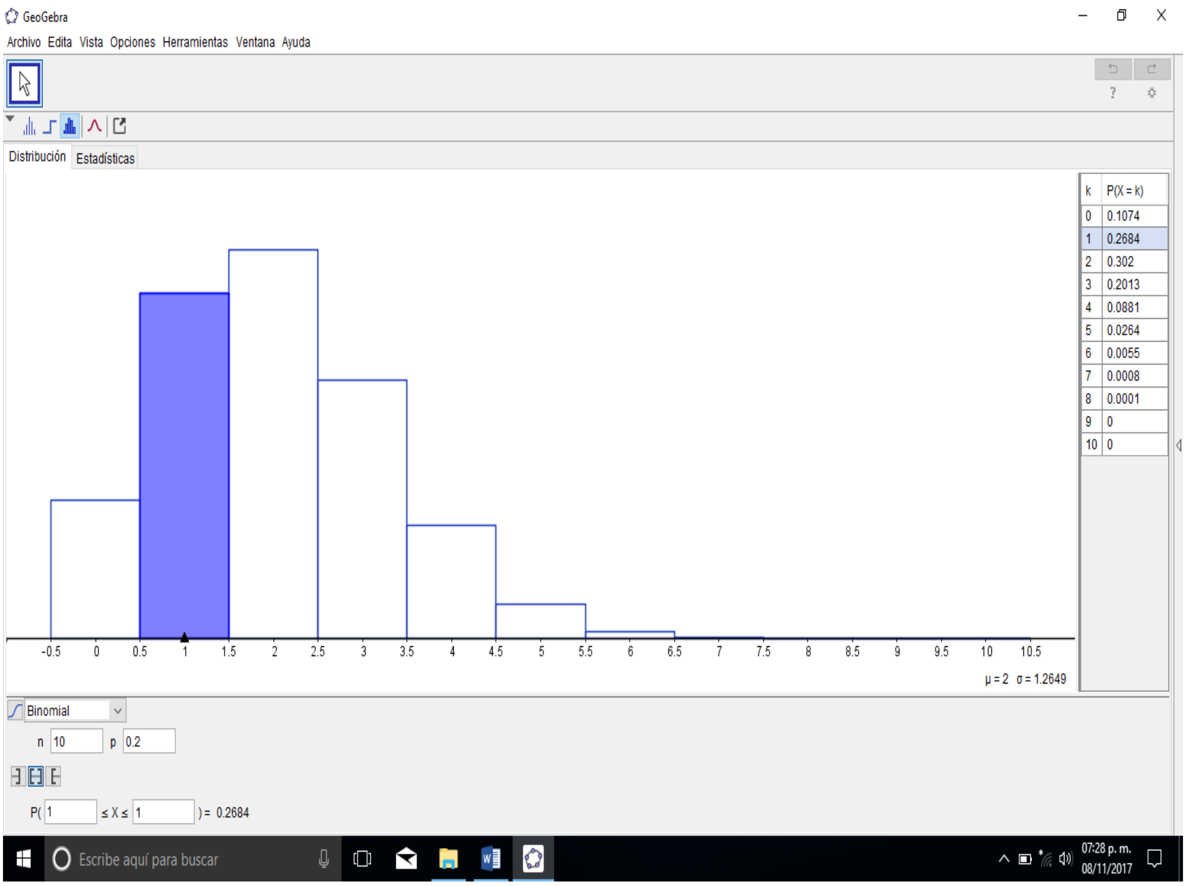
N=10
P= 20/100= 0.2
Q= 0.8

a. Ninguno este defectuoso.



Sol: La probabilidad del control de calidad de los alternadores que revisa el ingeniero de la empresa eléctrica de que ningún alternador este defectuoso es de 0.11 que equivale al 11%.

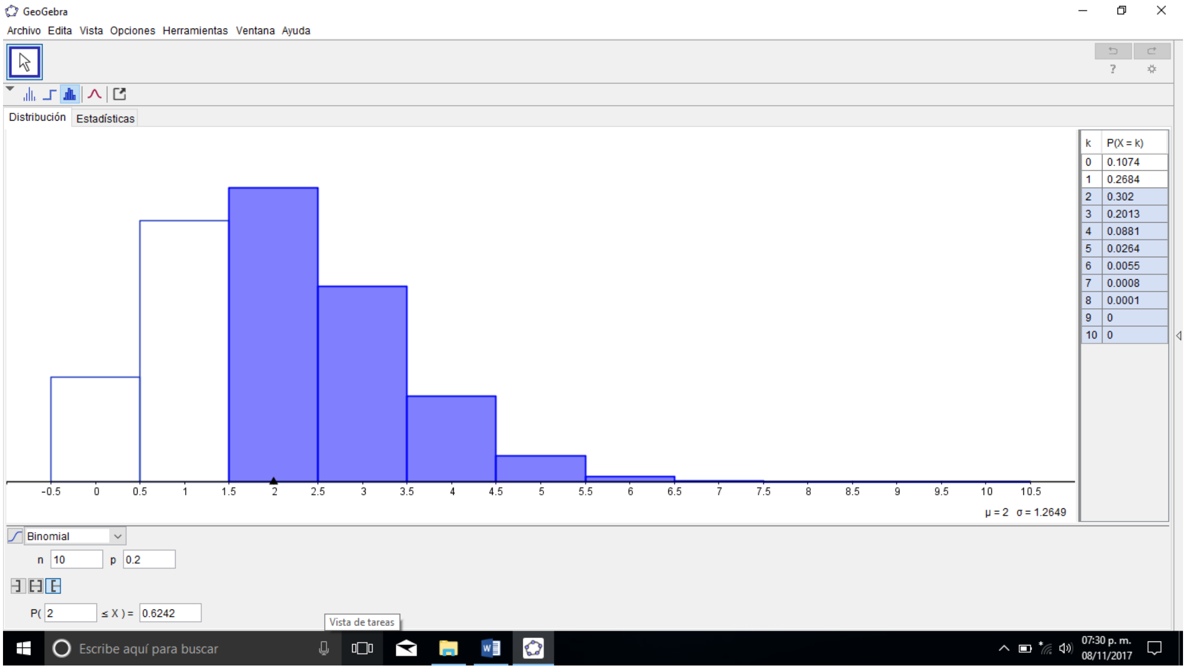
b. 1 salga defectuoso.



Sol: La probabilidad del control de calidad de los alternadores que revisa el ingeniero de la empresa eléctrica de que 1 alternador salga defectuoso es de 0.26 que equivale al 26%.

Nota: Recorrido de 0.1.2 se localiza en el centro.

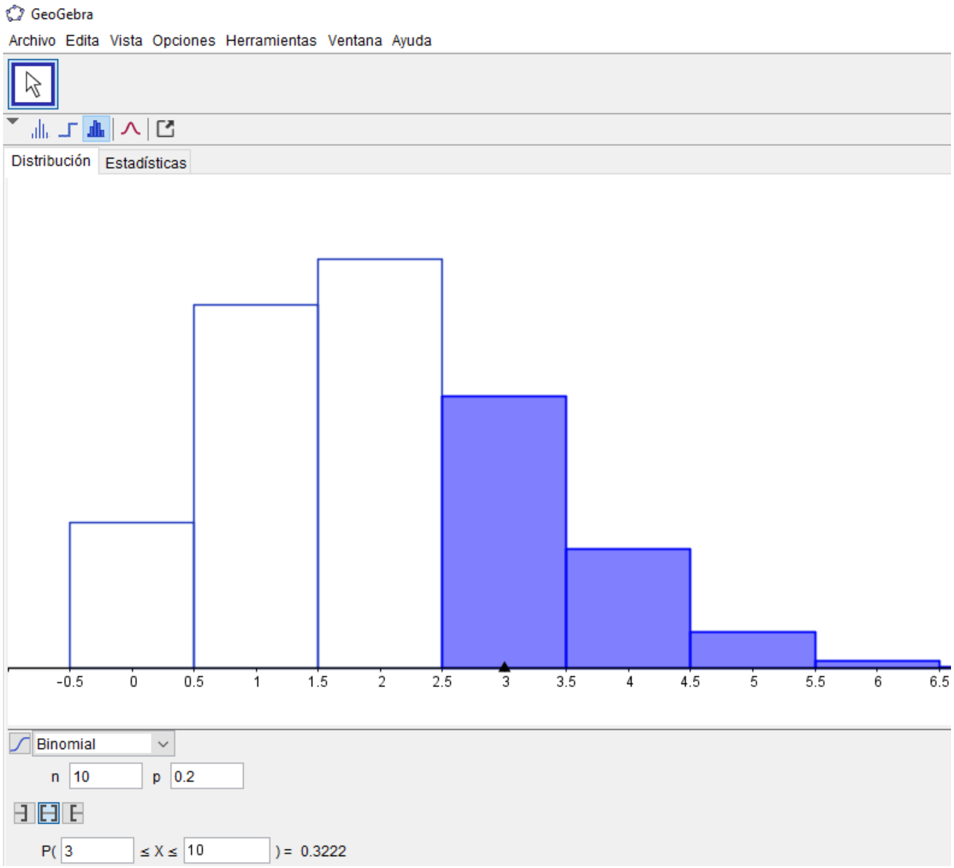
c. Al menos 2 salgan defectuosos.



Sol: La probabilidad del control de calidad de los alternadores que revisa el ingeniero de la empresa eléctrica de que al menos 2 alternador salga defectuoso es de 0.62 que equivale al 62%.

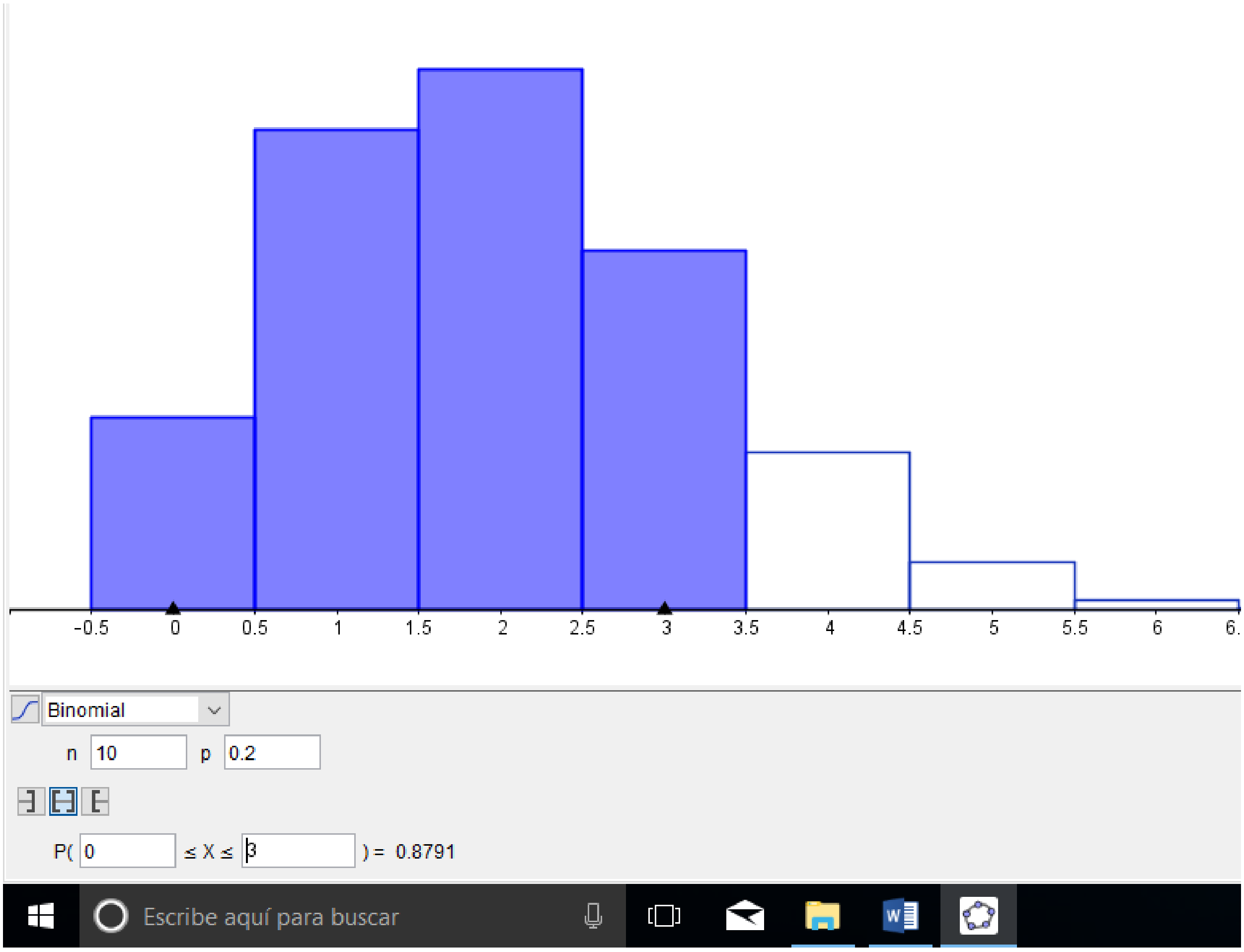
Nota: Recorrido de 0,1, 2 se corre a la derecha.

d. Mas de 3 estén con defectos.



Sol: La probabilidad del control de calidad de los alternadores que revisa el ingeniero de la empresa eléctrica de que más de 3 alternadores salga defectuoso es de 0.32 que equivale al 32%.

e. No más de 3 estén con defectos.

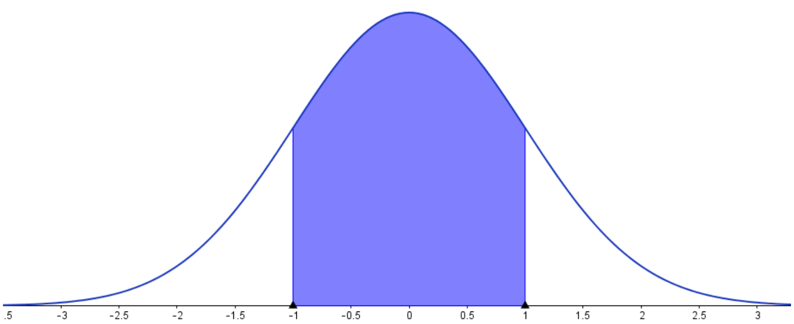


Sol: La probabilidad del control de calidad de los alternadores que revisa el ingeniero de la empresa eléctrica de que más de 3 alternadores salga defectuoso es de 0.88 que equivale al 88%.

DISTRIBUCION NORMAL

Definición: Diremos que una distribución de probabilidad sigue una distribución normal de media u y desviación típica σ y lo representamos por N (u, σ) cuando la representación gráfica es una curva continua positiva, simétrica respecto a la media, de máximo en la media y que tiene dos puntos de inflexión, situados a ambos lados de la media (u- σ y u+ σ) y a distancia de la σ ella, es decir de la forma:

Gráfico:



Fórmula para el cálculo de problemas

$Z=\frac{X-UX}{\sigma}$

$Z=\frac{X-X}{\sigma}$

Ejemplo:
En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de agosto sigue una distribución normal, con media 230° y desviación típica 5°. Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas temperaturas entre 21° y 27° y mayor que 24°.

$Z=\frac{X-UX}{\sigma}$

$Z=\frac{21-23}{5}$

$Z=\frac{-2}{5}$

$Z=-0.4$

$Z=\frac{27-3}{5}$

$Z=\frac{4}{5}$

$Z=0.8$

Area desde Z= -0.4 hasta cero = 0.1554
+
Area desde cero hasta Z= -0.8 = 0.2881
0.4435
AP= 0.4435

No. Días= AP.dias mes
No. Días=0.4435*31
No. Días= 13.75 días
No. Días= 14 días

Ejemplo 2

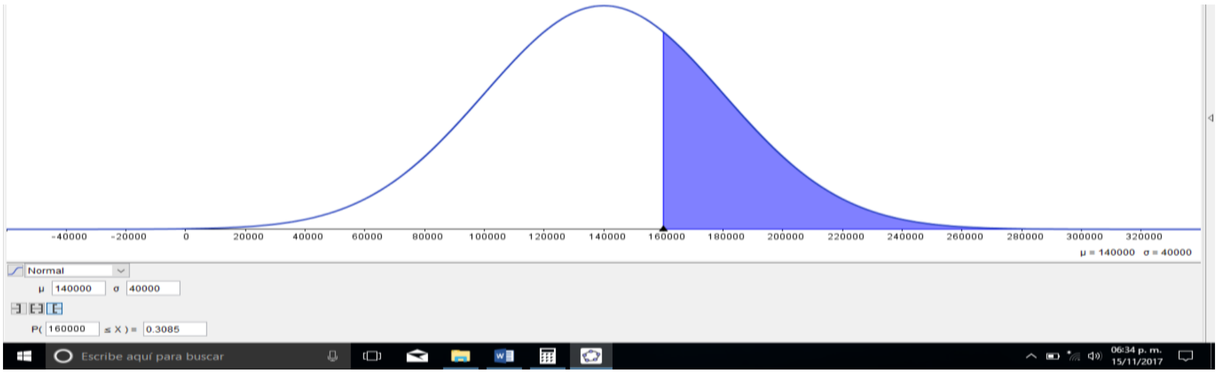
Las cantidades de dinero en solicitudes de préstamos para casas que recibe la empresa A&B, están distribuidas en forma normal con media 140.000,00 y desviación estándar 40.000,00. Una solicitud de préstamo se recibió esta mañana. ¿Cuál es la probabilidad de que?

a. La cantidad solicitada sea de 160.000 o más

$Z=\frac{X-UX}{\sigma}$

$Z=\frac{160.000-140.000}{40000}$

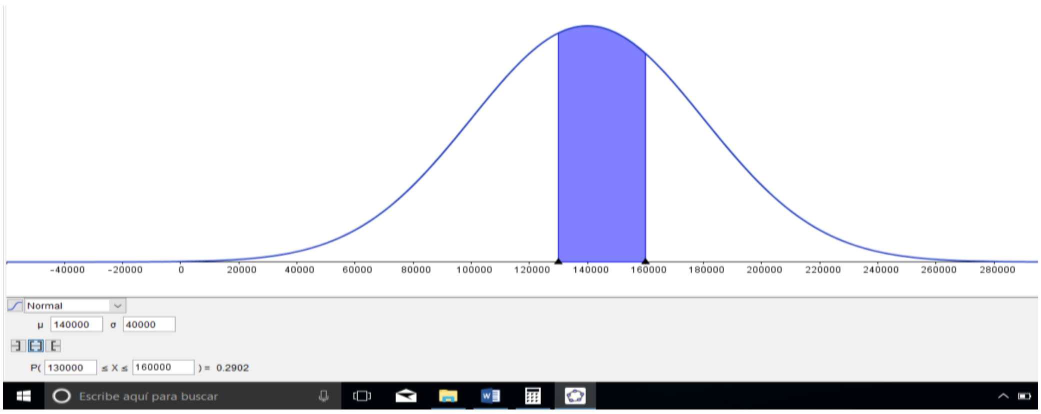
$Z=0.5$



Sol: La probabilidad de que la cantidad de dinero en solicitudes de préstamo para casas que recibe la empresa A&B sea de $ 160.000 a más es el 30.85%

b. La cantidad solicitada esté entre 130.000 y 160.000

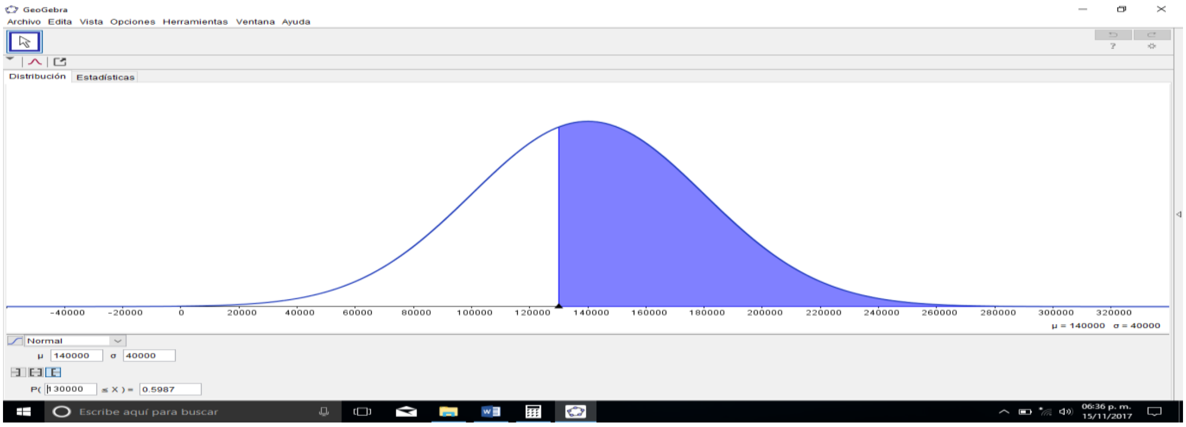
Z= X-UX
σ
Z= 160.000-140.000
40000
Z= 0.5



Sol: La probabilidad de que la cantidad de dinero en solicitudes de préstamo para casas que recibe la empresa A&B esté entre $ 130.000 y $ 160.000 es el 29.02%

c. La cantidad solicitada sea 130.000 o más

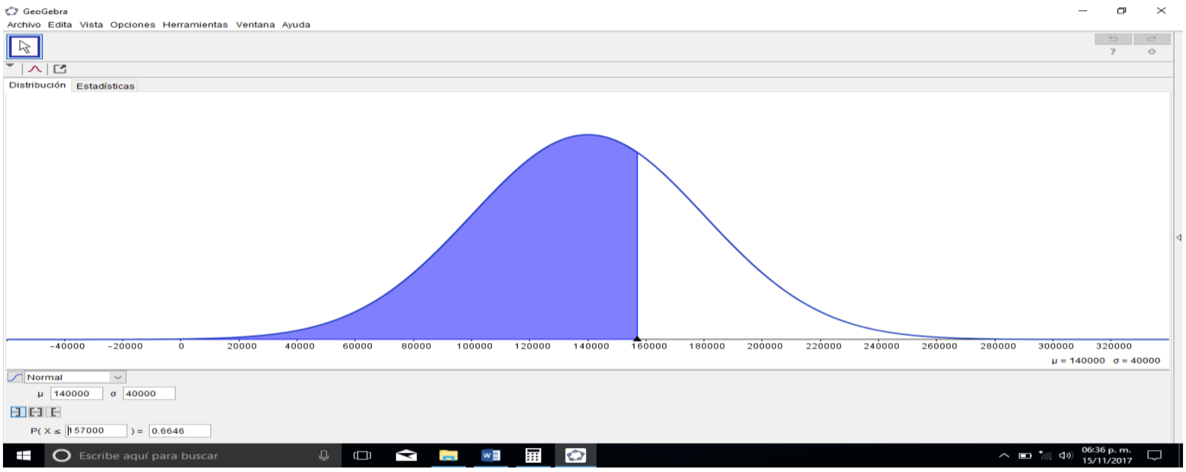
Z= X-UX
σ
Z= 130.000-140.000
40000
Z= 0.25



Sol: La probabilidad de que la cantidad de dinero en solicitudes de préstamo para casas que recibe la empresa A&B sea $130.000 a más es el 59.87%

d. La cantidad solicitada esté por debajo de los 157.000

Z= X-UX
σ
Z= 157.000-140.000
40000
Z= 0.425

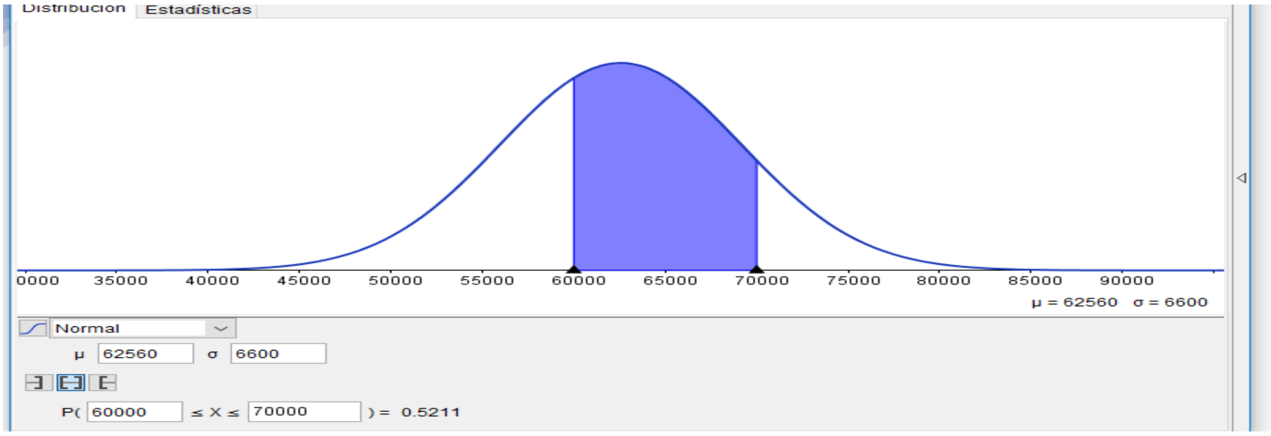


Sol: La probabilidad de que la cantidad de dinero en solicitudes de préstamo para casas que recibe la empresa A&B sea por debajo de $ 157.000 es el 66.46%.

Ejemplo No. 03

El salario inicial medio de los recién egresados de una escuela de aviación de una cierta nación es $ 62.560,00. Supóngase que los salarios iniciales siguen una distribución normal con desviación estándar de $ 6.600,00. ¿Qué % de los egresados de aviación tienen un salario inicial medio?:

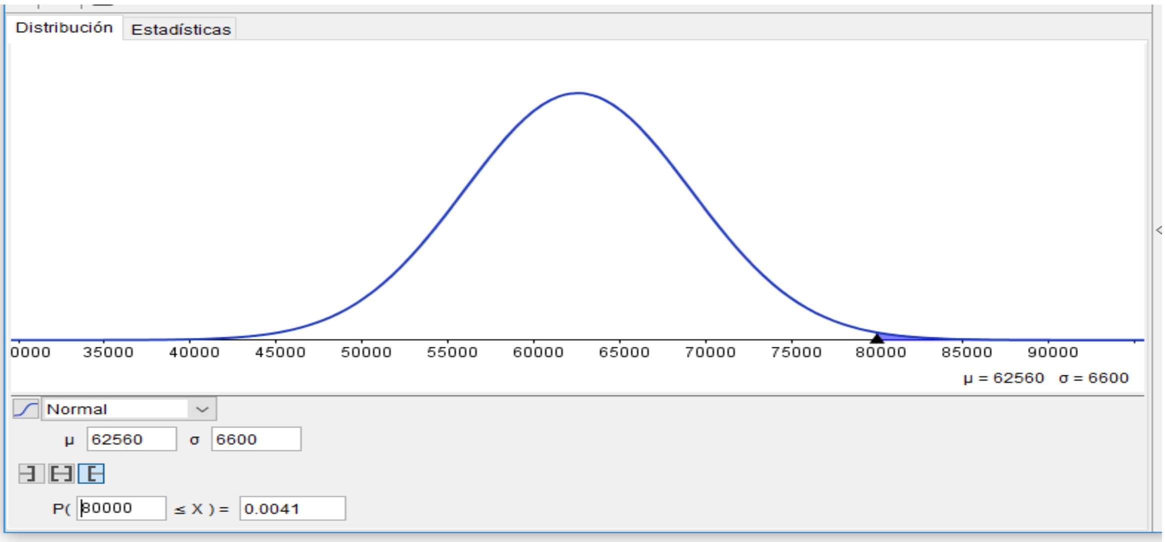
a. Entre 60.000 y 70.000



Z= <u>X-UX</u>
σ
Z= <u>60.000-62.560</u>
6.600
Z= 0.388

Sol: La probabilidad del % de que el salario inicial medio de los egresados de la escuela de aviación de una cierta nación esté entre $ 60.000 y $ 70.000 es de 52.11%

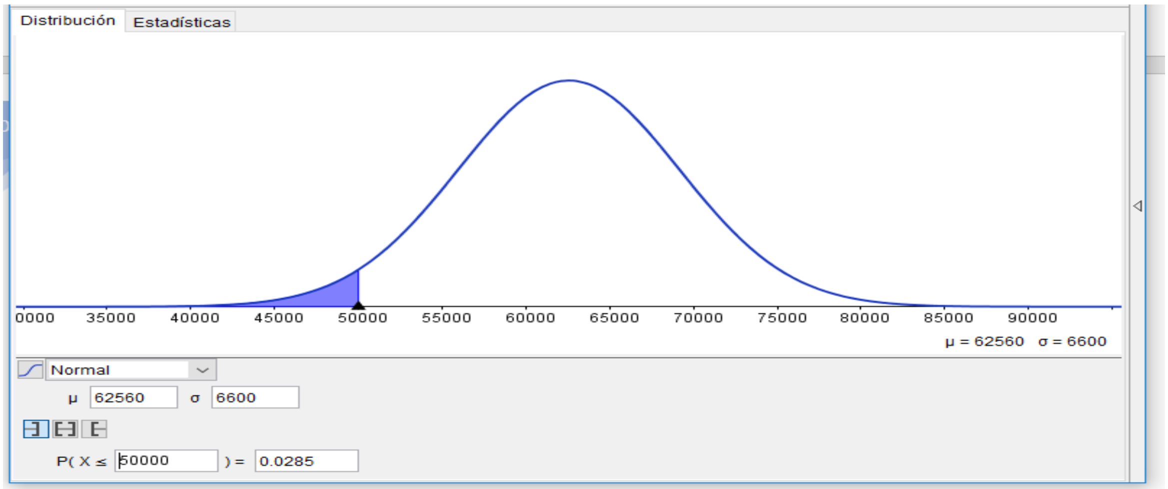
b. Superior a 80.000



Z= <u>X-UX</u>
σ
Z= <u>80.000-62.560</u>
6.600
Z= 0.64

Sol: La probabilidad del % de que el salario inicial medio de los egresados de la escuela de aviación de una cierta nación sea superior a $ 80.000 es de 0.41%

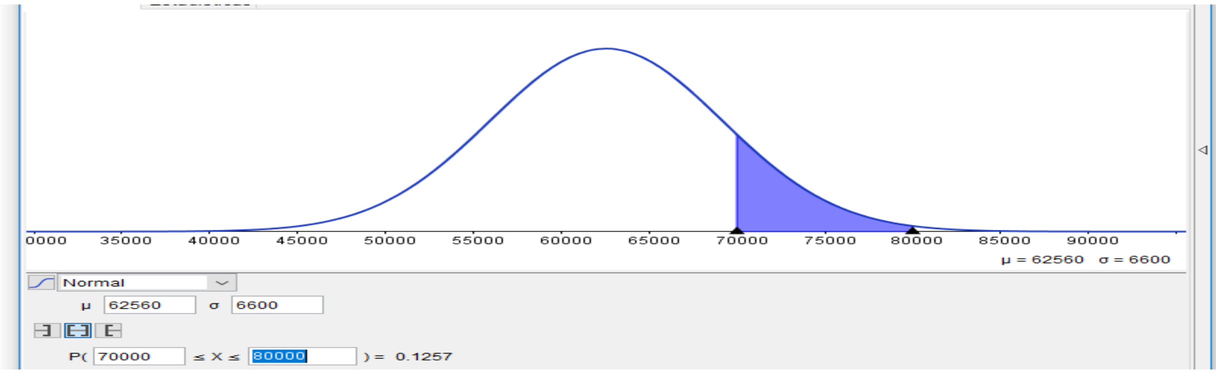
c. Inferior a 50.000



Z= <u>X-UX</u>
σ
Z= <u>50.000-62.560</u>
6.600
Z= -1.90

Sol: La probabilidad del % de que el salario inicial medio de los egresados de la escuela de aviación de una cierta nación sea inferior $ 50.000 es de 2.85%

d. Entre 70.000 y 80.000



Z= <u>X-UX</u>
σ
Z= <u>70.000-62.560</u>
6.600
Z= 0.13

Sol: La probabilidad del % de que el salario inicial medio de los egresados de la escuela de aviación de una cierta nación sea entre $ 70.000 y $ 80.000 es de 12.57%

Aplicaciones de ecuaciones lineales

Modelo de costo lineal.- En la producción de cualquier bien por una empresa, intervienen dos tipos de costo, que se conocen como costos fijos y costos variables. A los costos fijos hay que enfrentarse sin importar la cantidad producida del artículo, es decir, no depende del nivel de producción.

Ejemplos de costos fijos son: las rentas, intereses sobre préstamos, pago de la luz, consumo básico energía eléctrica, sueldo de un empleado público acorde al rol de pagos.

Los costos variables dependen del nivel de producción, es decir de la cantidad de artículos producidos.

Ejemplos de costos variables son: el costo de la mano de obra, la compra venta- vehículo, venta de productos por comerciantes ambulantes.

$$\boldsymbol{Costo\ total = costo\ variable + costo\ fijo}$$

$$\boldsymbol{c.t = c.v + c.f}$$

Consideremos el caso en que el costo variable por unidad del artículo es constante. En este caso, los costos variables totales son proporcionales a la cantidad de los artículos producidos.

Si **m** (pendiente) se denota el costo variable por unidad, entonces los costos variables totales al producir x unidades de artículos son de mx dólares. Si los costos fijos son de b dólares, se desprende del que el costo total **y.c** en dólares en producir x unidades está dado por:

$$y.c = mx + b$$

Ejemplos:

1. el costo variable de procesar 1 kilo de granos de maíz es de 50 ctvs. de dólar y los costos fijos por día son de $300.

a. De la ecuación de costo lineal y dibuje su gráfica.
b. Determine el costo de procesar 100 kilos de granos de maíz en un día.

$$\boldsymbol{y.c = mx + b}$$

$$y.c = {}^{50}/_{100}\,x + 300$$

$$y.c = {}^{1}/_{2}\,x + 300$$

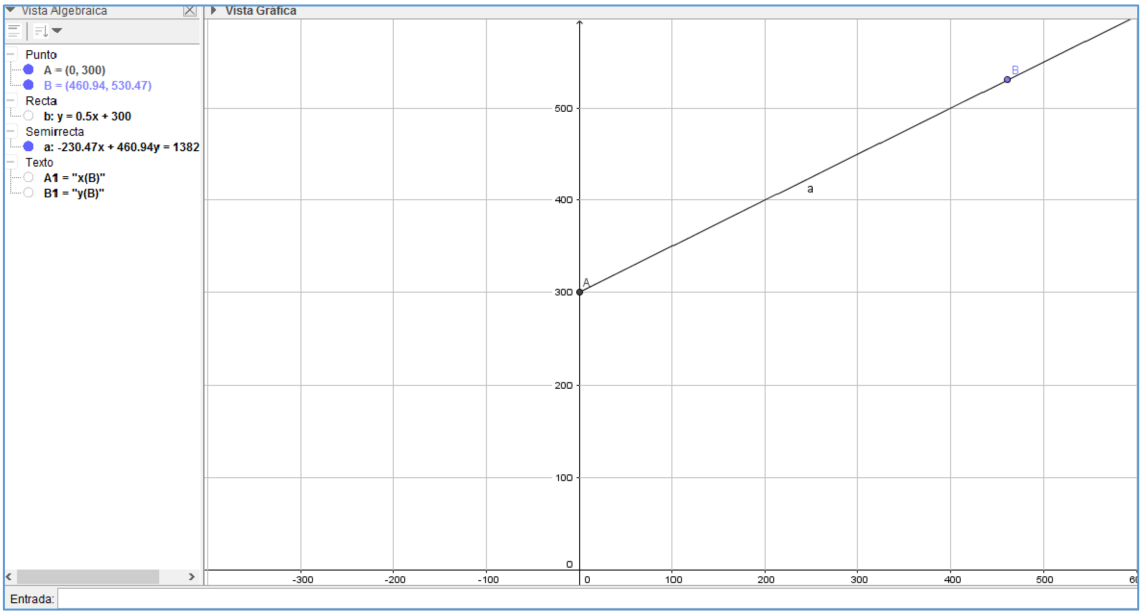
$$\boldsymbol{y.c = \frac{1}{2}x + 300}$$

Hoja de Cálculo

Tabla

x	y = 0.5x + 300
0	300
1	300.5
2	300.5
3	301.5
4	602
5	302.5
6	303

Gráfica:



b) $y.c = \frac{1}{2}x + 300$; x=1000

$y.c = \frac{1}{2}(\mathbf{1000}) + 300$

$y.c = 500 + 300$

$y.c = 800$ **R. //**

R. / En el día produce u total de $800.

2. El costo de fabricar 10 computadoras al día es $350, mientras que cuesta $600 producir 20 computadoras del mismo tipo al día. Suponiendo un modelo de costo lineal, determine la relación entre el costo total y.c de producir x computadoras al día y dibuje su gráfica.

P1 (10,350) P2 (20,600)

$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}}$

$m = \frac{600 - 350}{20 - 10}$

$m = \frac{25\mathbf{0}}{\mathbf{10}}$

$m = \mathbf{25}$ $\boldsymbol{R./}$

$\boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$

$y - 350 = 25(x - 10)$

$y = 25x - 250 + 350$

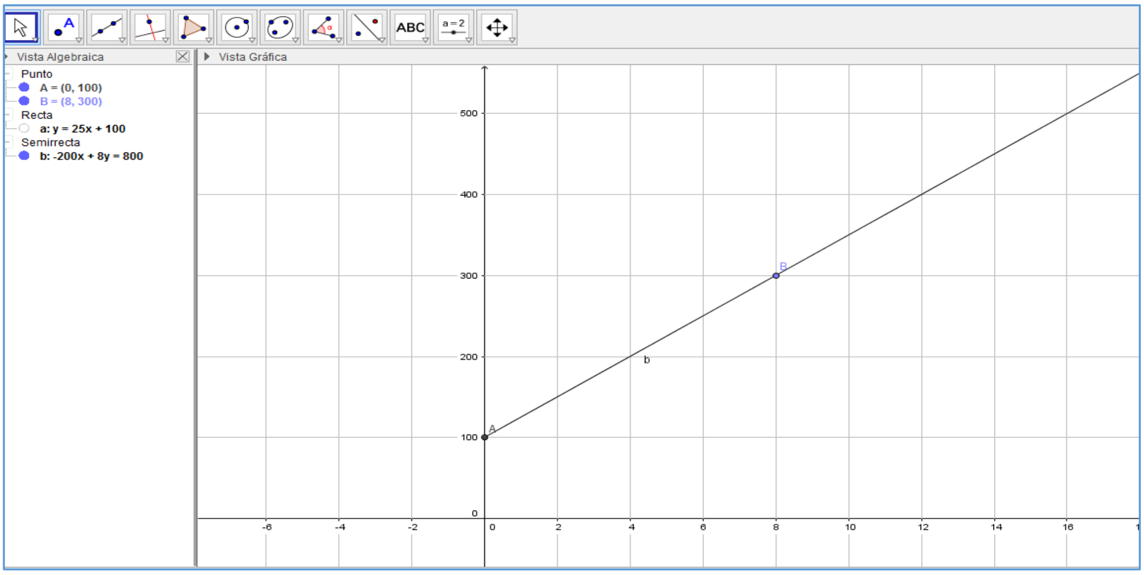
$\boldsymbol{y = 25x + 100}$ **R. /**

$tabla$

Hoja de Cálculo

x	y = 25x + 100
0	100
1	125
2	150
3	175
4	200
5	225
6	250

Grafica



$\boldsymbol{b)}\ \boldsymbol{y = 25x + 100}$

$y = 25(1000) + 100$

$y = 25000 + 100$

$y = 25100$ R/. **Al fabricar 1000 computadoras el señor obtiene una ganancia de $25100.**

3. El costo de fabricar 100 cámaras ala semana es de $700 y el de 120 cámaras es de $800 dólares y el de 120 cámaras ala semana es de $800.

a) Determine la ecuación de costos suponiendo que es lineal.

b) Cuáles son los costos fijos y variables por unidad.

(100,700) (120,800)

$$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}} \qquad \boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$$

$$m = \frac{800 - 700}{120 - 100} \qquad y - 700 = 5(x - 100)$$

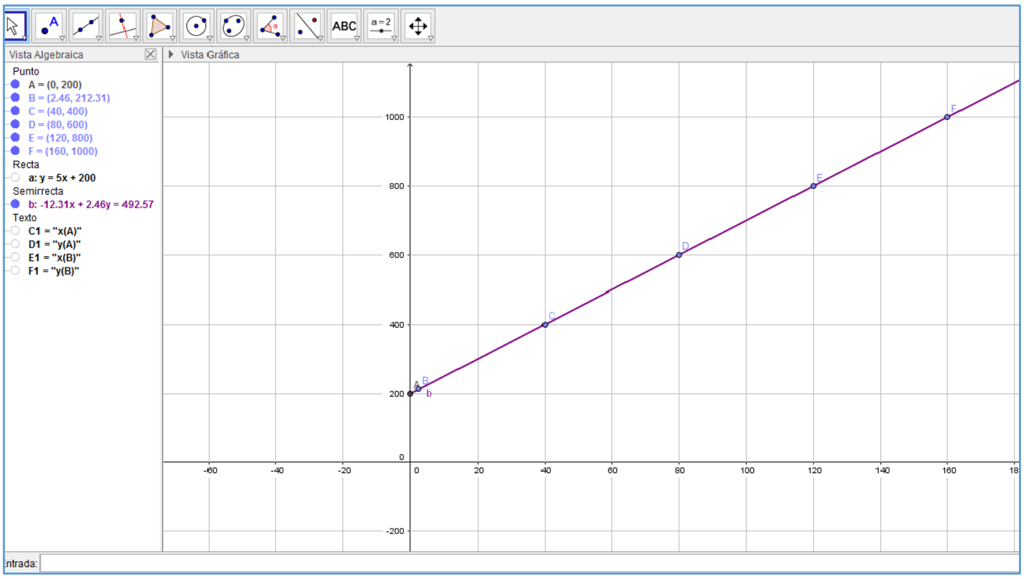
$$m = \frac{10\mathbf{0}}{\mathbf{2}0} \qquad y = 5x - 500 + 700$$

$$\boldsymbol{m = 5\ R./} \qquad \boldsymbol{Tabla} \qquad \boldsymbol{y = 5x + 200\ R./}$$

Hoja de Cálculo

	A	B
1		
2	x	y = 5x + 200
3	0	200
4	40	400
5	80	600
6	120	800
7	160	1000

Grafica:



$\boldsymbol{a)}$ $\boldsymbol{Ecuación\ de\ costo\ variable\ es: y = 5x + 200}$

$\boldsymbol{b)}$ $\boldsymbol{El\ costo\ fijo\ es\ de\ \$200\quad y\ las\ unidades\ es\ de\ 5x}$

Depreciación lineal

Cuando un a compañía compra parte de un equipo o maquinaria, reporta el valor de ese equipo como uno de los activos en su hoja de balance. En años subsecuentes a este valor debe disminuir debido al lento dejaste del equipo o bien, o a que se vuelve obsoleto esta reducción gradual del valor de un activo se denomina ***depreciación***.

Un método común de calcular el monto de la depreciación es reducir el valor cada año en una cantidad constante, de forma tal que el costo se reduzca a un valor de desecho al final del tiempo de vida útil estimado del equipo.

Se aplica la siguiente formula:

(Tasa de depreciación anual= valor inicial- valor de desecho) dividido (tiempo dividido en años)

$$\boldsymbol{T.D(Anual) = (Vi - Vd)/T.años}$$

Ejercicios:

1. Una empresa compra maquinaria por $150.000 se espera que el tiempo vida útil de la maquinaria sea de 12 años con un valor de desecho de cero. Determine el monto de depreciación anual y una fórmula para el valor depreciado después x años.

$$\boldsymbol{T.D(Anual) = (Vi - Vd)/T.años}$$

$$TD = \frac{150.000 - 0}{12}$$

$$TD = \frac{150.000}{12}$$

$$\boldsymbol{TD = 12500 \ //R.}$$

$$Valor\ de\ depreciación\ anual = 150000 - 12500x$$

Oferta Y Demanda

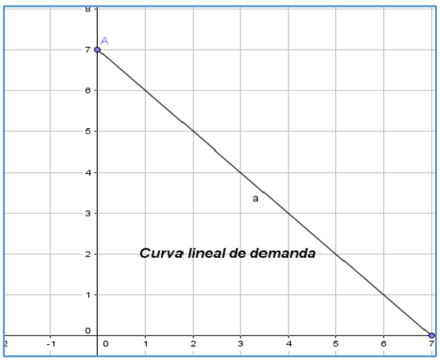
Las leyes de la oferta y demanda son dos de las relaciones fundamentales en cualquier análisis económico. La cantidad x de cualquier artículo que será adquirido por los consumidores. Depende del precio en que el artículo esté disponible. Una relación que especifique loa cantidad de un artículo determinado que los consumidores están dispuestos a comprar a varios niveles de precios, se denomina ley de la demanda.

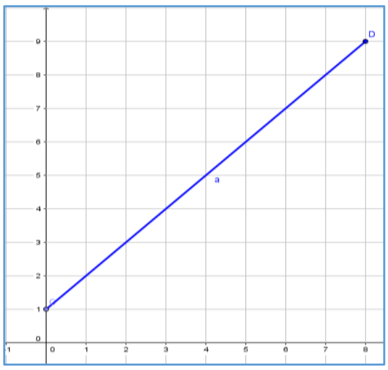
La ley más simple es una relación del tipo (forma).

$$\boldsymbol{P = mx + b}$$

En donde **p** es el precio por unidad del, artículo y **m** y **b** son constantes. La grafica de una ley de demanda se llama curva de demanda. Obsérvese que **p** sea expresado en términos de **x.** Esto nos permite calcular el nivel de precio en que cierta cantidad **x** puede venderse. Es un hecho perfectamente conocido que si el precio por unidad de artículo aumenta, la demanda por el artículo disminuye, porque menos consumidores podrán adquirirlo, mientras que si el precio por unidad disminuye la demanda se incrementa. En otras palabras, la pendiente **m** de la relación de demanda de la ecuación es negativa. De modo que la gráfica de la ecuación tiene una inclinación que baja hacia la derecha. Puesto que el precio **p** por unidad y la cantidad **x** demandado no son números negativos, la gráfica de la ecuación solo debe dibujarse en el primer cuadrante.

La cantidad de un artículo determinado que sus proveedores están dispuestos a ofrecer depende del precio al cual puedan venderlo. Una relación que especifique la cantidad de cualquier artículo de los fabricantes **(vendedores)** puedan poner en el mercado a varios precios se denomina ley de la oferta, la gráfica de una ecuación de la oferta se conoce como una curva de la oferta.





Ejercicios:

1. Un comerciante puede vender 20 rasuradoras eléctricas al día al precio de $25.00 cada una, pero puede vender 30 rasuradoras eléctricas si les fija un precio de $20.00. Determine la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal.

$x = 20, p = 25 \; y \;\; x = 30, p = 20$

$(20{,}25)(30{,}20)$

$$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}}$$

$$m = \frac{20 - 25}{30 - 20}$$

$$m = -\frac{5}{10}$$

$$\boldsymbol{m = \frac{1}{2} \; R./}$$

$$\boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$$

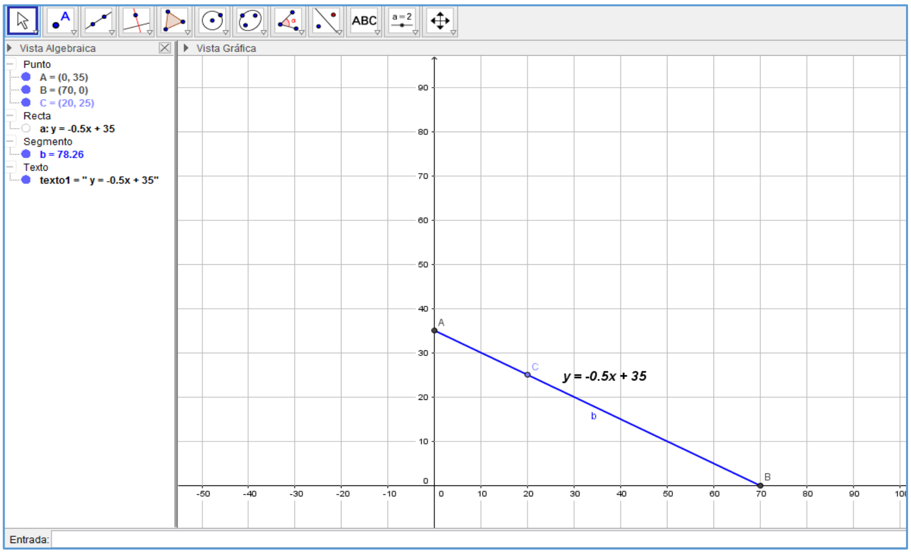
$$y - 25 = -\frac{1}{2}(x - 20)$$

$$2(y - 25) = -(x - 20)$$

$$2y - 50 = -x + 20$$

$$\boldsymbol{y = -\frac{x}{2} + 35 \; R./}$$

	TABLA
x	y
0	35
10	30
20	25
30	20
40	15
50	10
60	5
70	0



2. A un precio de $ 2.50 por unidad una empresa ofrecerá 8.000 mil camisetas al mes, a $ 4.00 cada unidad, la misma empresa producirá 14.000 mil camisetas al mes. Determine la ecuación de la oferta, suponiendo que es lineal y evalué si la empresa elabora 40.00 camisetas. ¿Cuál es el precio de cada una y cuál es el precio total que obtendrá dicha empresa?

$(8.000{,}2.50)(14.000{,}4.00)$

$$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}}$$

$$m = \frac{\mathbf{4 - 2.50}}{\mathbf{14000 - 8000}}$$

$$m = \frac{1.50}{6000}$$

$$m = \frac{1.50}{6000}$$

$$\boldsymbol{m} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4000}} \quad R./$$

$$\boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$$

$$y - 2.50 = \frac{1}{4000}(x - 8000)$$

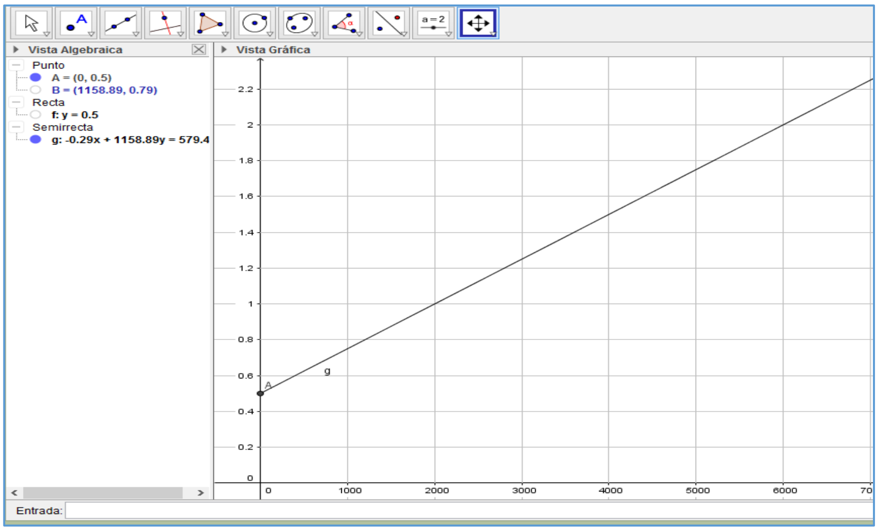
$$4000(y - 2.50) = x - 8000$$

$$4000y - 10000 = x - 8000$$

$$\boldsymbol{y = \frac{x}{4000} + 0.5\ R./}$$

Hoja de Cálculo

	A	B
1	X	Y
2	0	0.5
3	1000	0.75
4	2000	1
5	3000	1.25
6	4000	1.5
7	5000	1.75



$$\boldsymbol{yu = \frac{x}{4000} + 0.5}$$

$$\boldsymbol{yu} = \frac{40\mathbf{000}}{\mathbf{4000}} + 0.50$$

$$\boldsymbol{y} = 10 + 0.50$$

$\boldsymbol{y = 10.50\ R./}$ **R. / El precio de cada camiseta es de $10.50.**

$$ypt = 10.50(40000)$$

$\boldsymbol{ypt = 420000}$ **R. / La Empresa obtendrá un total de 420.000**

3. Un fabricante de herramientas puede vender 3.000 martillos al mes a $2.00 cada uno, mientras que solo puede vender 2.000 martillos a $2.75 cada uno. Determine la ley de la demanda suponiendo que es lineal.

$$\mathbf{(3000, 2), (2000, 2.75)}$$

$$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}}$$

$$m = \frac{2.75 - 2}{2000 - 3000}$$

$$m = \frac{0.75}{-1000}$$

$$\boldsymbol{m = -\frac{0.75}{1000} \quad R./}$$

$$\boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$$

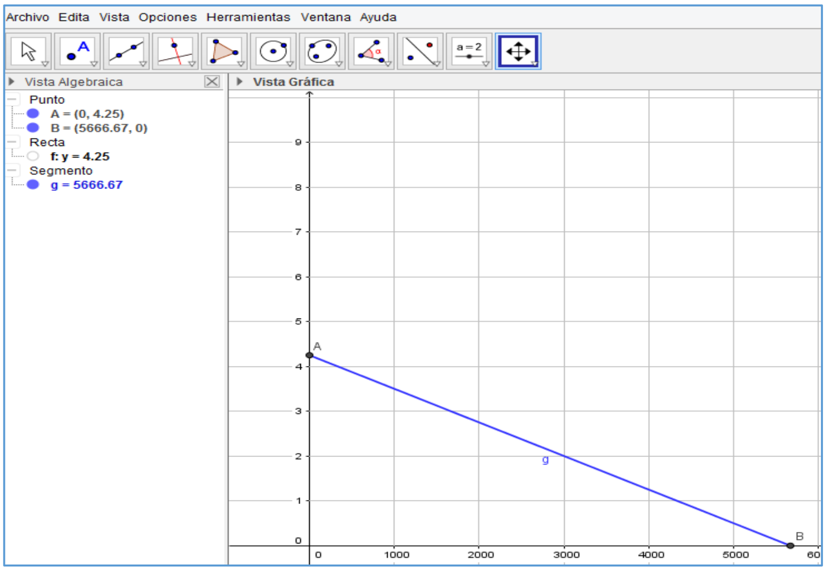
$$y - 2 = -\frac{0.75}{1000}(x - 3000)$$

$$1000(y - 2) = -0.75(x - 3000)$$

$$1000y - 2000 = -0.75x + 2250$$

$$\boldsymbol{y = -\frac{0.75x}{1000} + 4.25\ R./}$$

B	C
X	**Y**
0	4.25
1000	3.5
2000	2.75
3000	2
4000	1.25
5000	0.5
5666.67	0



La ley de demanda está dada por la siguiente ecuación $\boldsymbol{y = -\frac{0.75x}{1000} + 4.25}$

4. A un precio de \$10.00 por peluche, una compañía proveía 1.2000 unidades y a \$15 por unidad 4.2000 unidades. Determine la relación de la oferta suponiendo que es lineal.

$\boldsymbol{(1200, 10), (4200, 15)}$

$$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}}$$

$$m = \frac{15 - 10}{4200 - 1200}$$

$$m = \frac{5}{3000}$$

$$\boldsymbol{m = \frac{1}{600}\ R./}$$

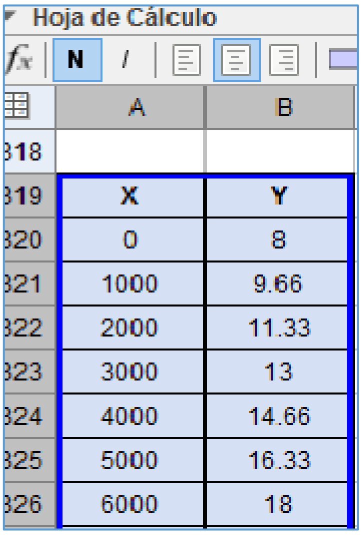
$$\boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$$

$$y - 10 = \frac{5}{3000}(x - 1200)$$

$$3000(\ y - 10) = 5(x - 1200)$$

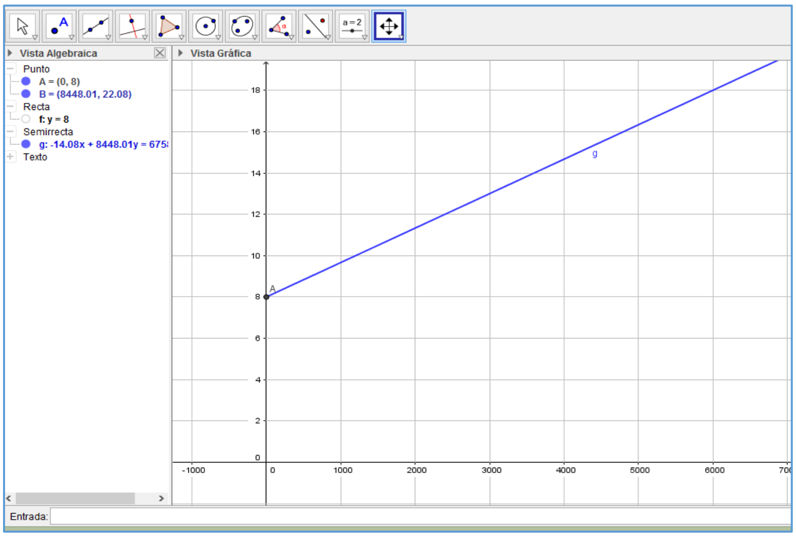
$$3000\ y - 30000 = 5x - 6000$$

$$\boldsymbol{y = \frac{x}{600} + 8\ \ R./}$$



Hoja de Cálculo

	A	B
318		
319	X	Y
320	0	8
321	1000	9.66
322	2000	11.33
323	3000	13
324	4000	14.66
325	5000	16.33
326	6000	18



R: La relación de la oferta está dado por la siguiente ecuación $\boldsymbol{y = \frac{x}{600} + 8}$

PUNTO DE EQUILIBRIO

Si el costo total **YC,** de producción excede al de los ingresos **Y1** obtenidos por las ventas, entonces el negocio sufre una perdida. Por otra parte, si los ingresos sobrepasan los costos, existe una utilidad. Si el costo de producción es igual a los ingresos obtenidos por las ventas, no hay utilidad ha perdido, de modo que el negocio está en el punto de equilibrio, el número de utilidades producidas y vendidas en este caso se denomina punto de equilibrio.

Ejemplos:

1. Para un fabricante de calculadoras, el costo de mano de obra y de los materiales por calculadora es de \$15 y los costos fijos son de \$2.00 al día. Si vende cada calculadora a \$20.00. Cuantas calculadoras deberá producir y vender cada día con el objeto de garantizar que el negocio se mantenga en el punto de equilibrio.

$Formula: \boldsymbol{YI = Y.C}$

$\boldsymbol{yc = 15x + 2000}$

$\boldsymbol{yi = 20x}$

$$\boldsymbol{yi = yc}$$

$$20x = 15x + 2000$$

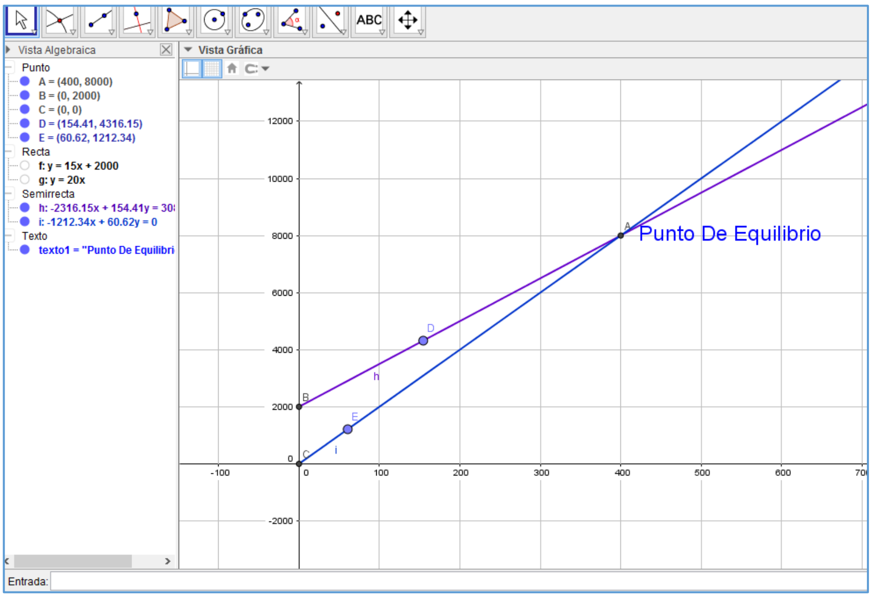
$$20x - 15x = 2000$$

$$x = 2000/5$$

$$x = 400\ \boldsymbol{R./}$$

Hoja de Cálculo

	A	B	C	D	E
1	x	y = 15x + 200		x	y = 20x
2	0	2000		0	0
3	100	3500		100	2000
4	200	5000		200	4000
5	300	6650		300	6000
6	400	8000		400	8000
7	500	9900		500	10000
8	600	11000		600	12000



R. / El fabricante debe producir y vender 400 calculadoras para estar en el punto de equilibrio.

2. Supóngase que el costo total diario en dólares de producir **x** sillas está dado *por* ***yc=2.5x+300.***
   a) Si cada silla se vende a \$400 ¿Cuál es el punto de equilibrio?
   b) Si el precio de una venta se incrementa a \$7.00 por silla ¿Cuál es el nuevo punto de equilibrio?

$Formula: \boldsymbol{YI = Y.C}$

$\boldsymbol{yc = 2.5x + 300}$

$\boldsymbol{yi = 4x}$

$\boldsymbol{yi = yc}$

$4x = 2.5x + 300$

$4x - 2.5x = 300$

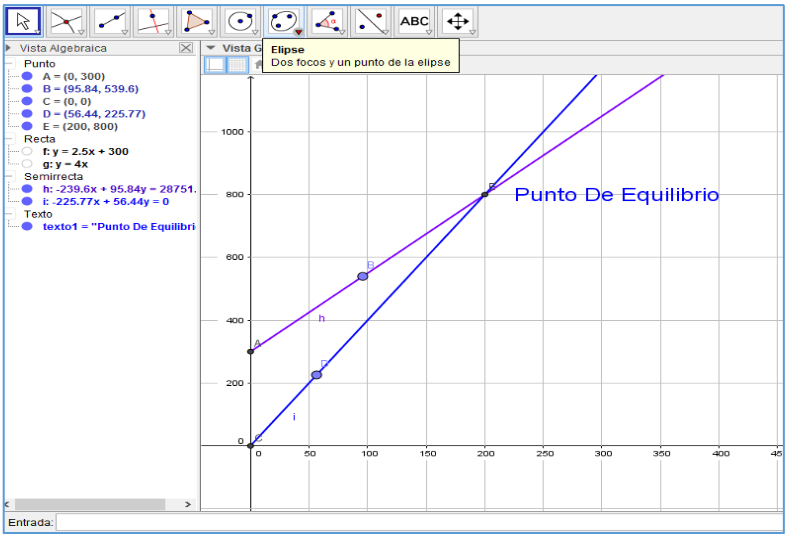
$x = 300/1.5$

$x = 200\ \boldsymbol{R.}/$

Tabla De Valores

	A	B	C	D	E
1	x	y = 2.5x + 300		x	y = 4x
2	0	300		0	0
3	50	425		50	200
4	100	550		100	400
5	150	675		150	600
6	200	800		200	800
7	250	925		250	1000
8	300	1050		300	1200

Gráfica



$Formula\colon \boldsymbol{YI = Y.C}$

$\boldsymbol{yc = 2.5x + 300}$

$\boldsymbol{yi = 7x}$

$\boldsymbol{yi = yc}$

$7x = 2.5x + 300$

$7x - 2.5x = 300$

$x = 300/4.5$

$x = 66.67\boldsymbol{R./}$

R. / El nuevo punto de equilibro es 66.67 si el precio se incrementa a $7.

3. El costo variable de producir cierto artículo es de 0.90 ctvs. por unidad, y los costos fijos son de $240 al día. El artículo se vende a 1.20 ctv. Cada uno ¿Cuántos artículos deberá producir y vender para garantizar que no haya ganancias y pérdidas?

$Formula\colon \boldsymbol{YI = Y.C}$

$\boldsymbol{yi = yc}$

$$\boldsymbol{yc = 0.90x + 240}$$

$$\boldsymbol{yi = 1.20x}$$

$$1.20x = 0.90x + 240$$

$$1.20x - 0.90x = 240$$

$$x = 240/0.3$$

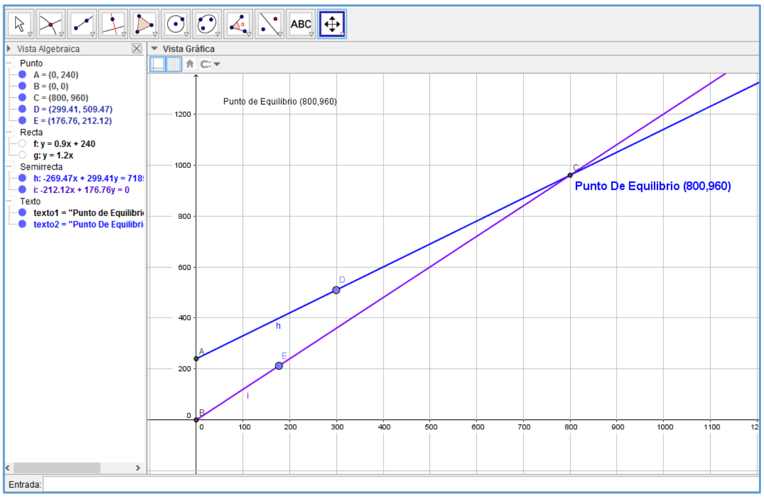
$$x = 800\ \boldsymbol{R.}/$$

Tabla De Valores

Hoja de Cálculo

	A	B	C	D	E
1	x	y = 0.9x + 240		x	y = 1.2x
2	0	240		0	0
3	100	330		100	120
4	200	420		200	240
5	300	510		300	360
6	400	600		400	480
7	500	690		500	600
8	600	780		600	720
9	700	870		700	840
10	**800**	**960**		**800**	**960**

Gráfica



R. / El señor debe producir y vender 800 unidades de articulo para exista ganancias ni perdidas.

4. Los costos fijos para producir cierto artículo son de \$5000 al mes, y los costos variables son de \$3.50 por unidad. Si el productor vende cada uno en \$6.00 responda a cada uno de los incisos siguientes:
   a) Encuentre el punto de equilibrio.
   b) Determine el número de unidades que debe producirse y venderse al mes para una utilidad de \$1.000 mensuales.
   c) Obtenga la perdida cuando solo \$1.500 unidades se producen y venden cada mes.

$Formula\!: \boldsymbol{YI = Y.C}$ $\qquad\qquad$ $\boldsymbol{yi = yc}$

$\boldsymbol{yc = 3.50x + 5000}$ $\qquad\qquad$ $6x = 3.50x + 5000$

$\boldsymbol{yi = 6x}$ $\qquad\qquad$ $6x - 3.50x = 5000$

$$x = 5000/2.5$$

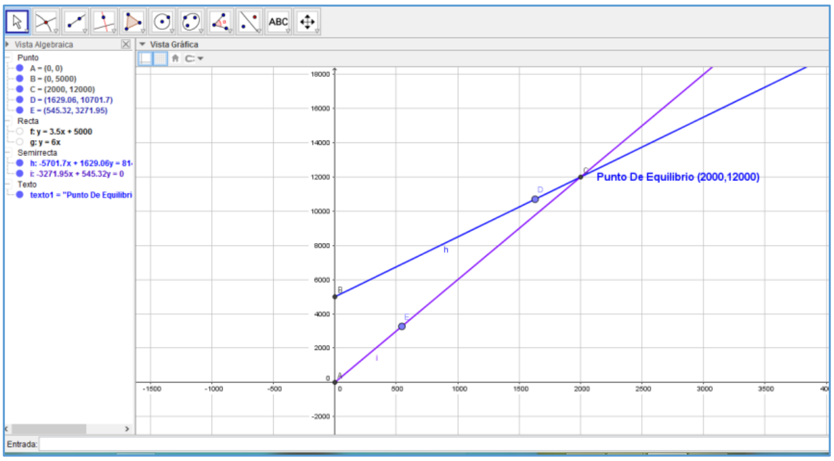
$$x = 2000\ \boldsymbol{R.}/$$

Tabal de valores

Hoja de Cálculo

	A	B	C	D	E
1	x	y = 3.5x + 5000		x	y = 6x
2	0	5000		0	0
3	500	6750		500	3000
4	1000	8500		1000	6000
5	1500	10250		1500	9000
6	2000	12000		2000	12000
7	2500	13750		2500	15000

Gráfica



a) El Punto de equilibrio es de (2000,12000)

b) *2000* $\qquad$ *12000*

X $\qquad$ *13000*

$x = \frac{(2000)(13000)}{12000} = \boldsymbol{216.67}$ **R. /** Son el número de unidades que deben producirse para obtener una utilidad de \$1000 al mes.

C) 2000 $\qquad$ 12.000

1500 X

$$x = \frac{(1500)(12000)}{2000} = 9000$$

R. / La pérdida cuando el productor solo produce 1500 unidades es de $9000.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

***DEMANDA:**

1. Una fábrica de zapatos observa que cuando el precio de cada par es de $50.00 se vende 30 pares al día, si el precio aumenta en $10 solo se venden 15 pares. Obtener la ecuación de la demanda y la gráfica.

$(50,30)(60,15)$

$$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}}$$

$$m = \frac{15 - 30}{60 - 50}$$

$$m = -\frac{15}{10}$$

$$\boldsymbol{m = -\frac{3}{2}\ R./}$$

$$\boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$$

$$y - 30 = -\frac{3}{2}(x - 50)$$

$$2(y - 30) = -3(x - 50)$$

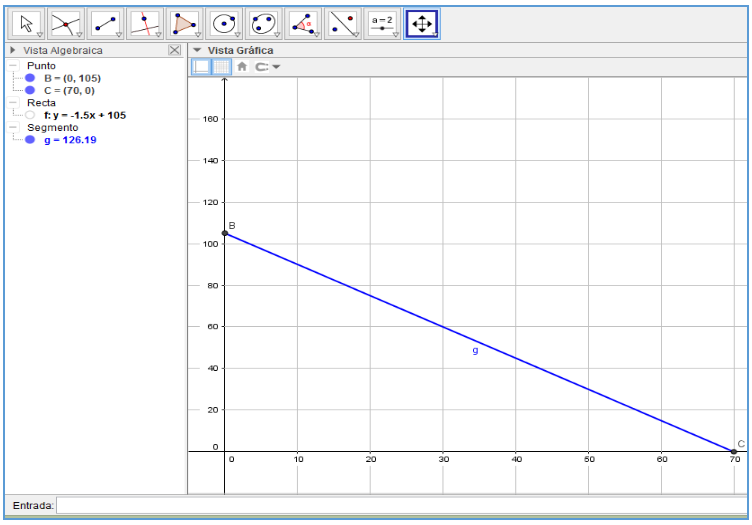
$$2y - 60 = -3x + 150$$

$$\boldsymbol{y = -\frac{3x}{2} + 105\ R./}$$

$$\boldsymbol{y = -1.5P + 105 \quad R./}$$

Hoja de Cálculo

	A	B
1	x	y = -1.5x + 105
2	0	0
3	10	90
4	20	75
5	30	60
6	40	45
7	50	30
8	60	15
9	70	0



En la misma fábrica de zapatos cuando el precio es de $ 50 hay disponible 50 pares de zapatos. Cuándo el precio es $75 hay disponibles 100 pares de zapatos. Obtener la ecuación de oferta.

PRECIO	*CANTIDAD DE ZAPATOS*
$50	50
$75	100

P(50,50) (75,100)

$$\boldsymbol{m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}} \qquad \boldsymbol{y - y1 = m(x - x1)}$$

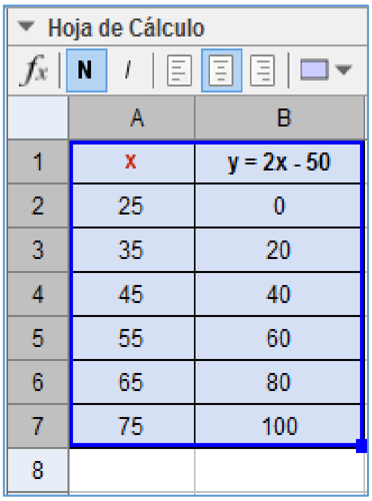
$$m = \frac{100 - 50}{75 - 50} \qquad y - 50 = 2(x - 50)$$

$$m = -\frac{50}{25} \qquad y - 50 = 2(x - 50)$$

$$\boldsymbol{m = 2 \quad R.} \qquad y - 50 = 2x - 100$$

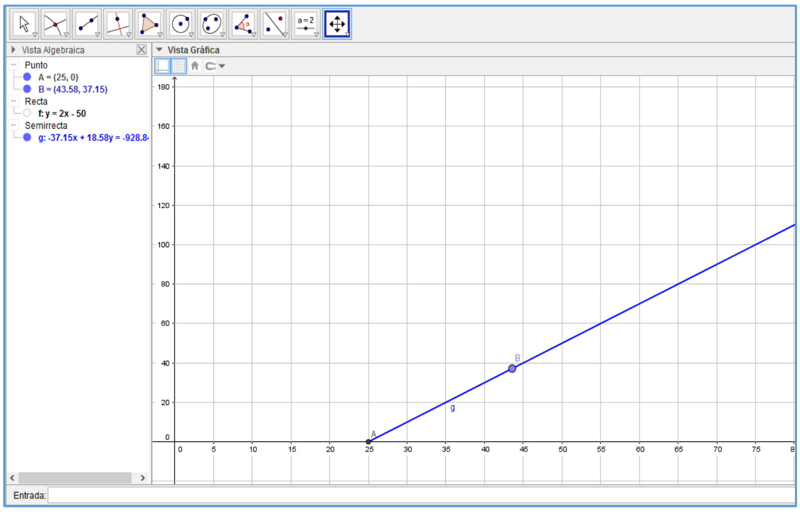
$$\boldsymbol{y = 2x - 50\ R./}$$

$$\boldsymbol{y = 2P - 50 \quad R./}$$



Hoja de Cálculo

	A	B
1	x	y = 2x - 50
2	25	0
3	35	20
4	45	40
5	55	60
6	65	80
7	75	100
8		



Punto De Equilibrio

$$\boldsymbol{YI = YC} \qquad \boldsymbol{yi = 2p - 50\,, \quad yc = -1.5p + 150}$$

$$2p - 50 = -1.5p + 150 \qquad \boldsymbol{y = 2p - 50}$$

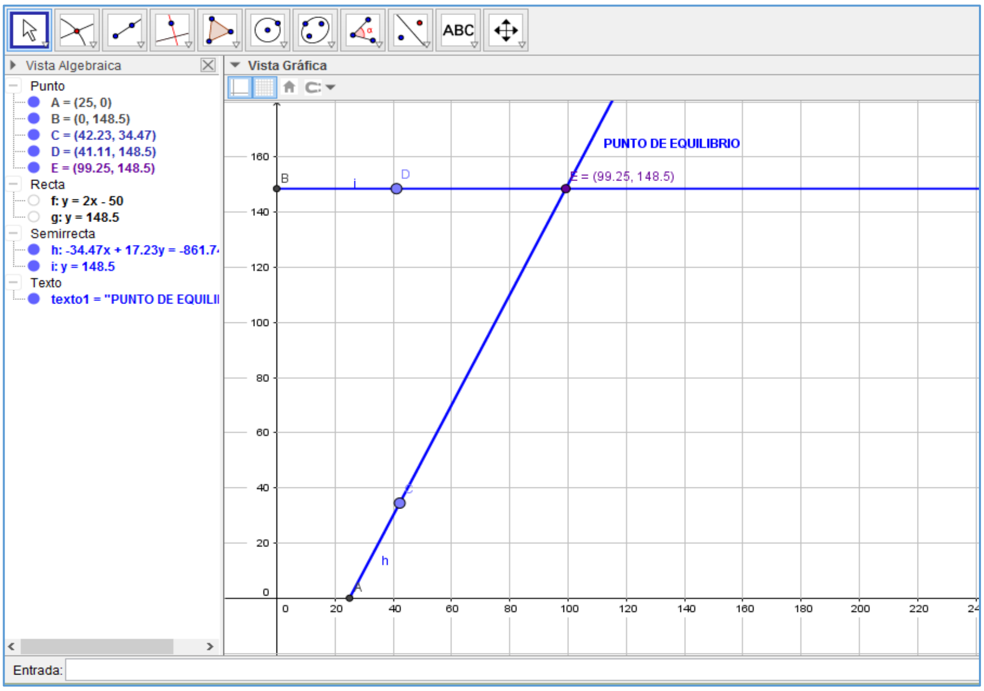
$$2p + 1.5p = 150 + 50 \qquad y = 2(44.28) - 50$$

$$p = \frac{155}{3} \qquad y = 88.57 - 50$$

$$p = 44.28 \qquad\qquad y = 38.57$$

Punto De Equilibrio $(44.48, 38.57)$

Grafica

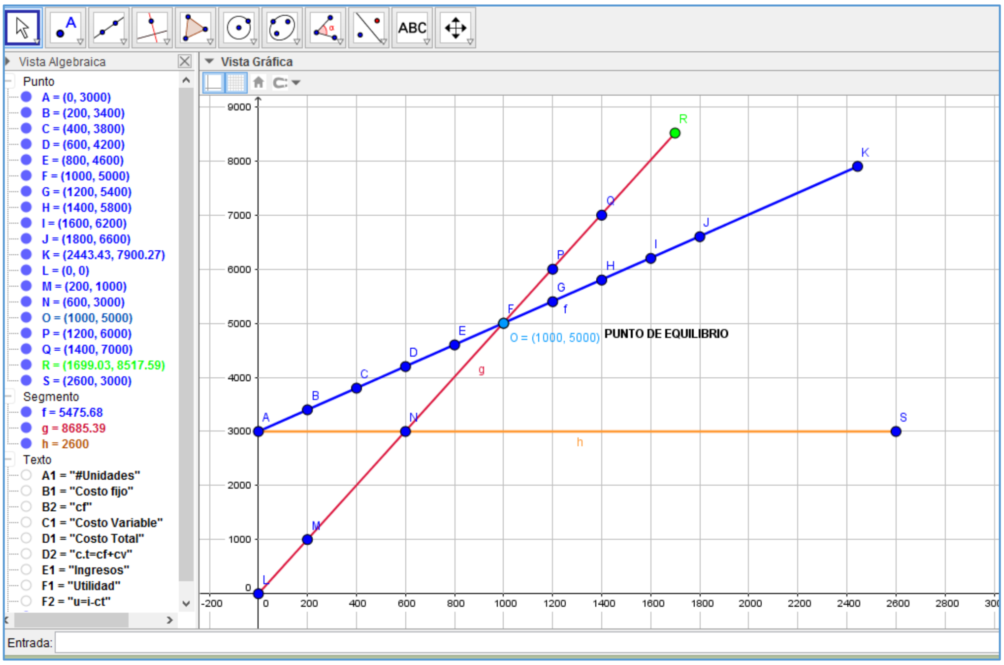


Método Alternativo

Hoja de Cálculo

	A	B	C	D	E	F	G
1	#Unidades	Costo fijo	Costo Variable	Costo Total	Ingresos	Utilidad	
2	x	cf	2 x	c.t=cf+cv	5 x	u=i-ct	
3	0	3000	0	3000	0	-3000	
4	200	3000	400	3400	1000	-2400	
5	400	3000	800	3800	2000	-1800	
6	600	3000	1200	4200	3000	-1200	
7	800	3000	1600	4600	4000	-600	
8	1000	3000	2000	5000	5000	0	
9	1200	3000	2400	5400	6000	600	
10	1400	3000	2800	5800	7000	1200	
11	1600	3000	3200	6200	8000	1800	
12	1800	3000	3600	6600	9000	2400	
13							

Grafica



2. Para la elaboración de un producto se incurre un costo fijo de $30, en un costo variable de $2.00 por unidad, y los ingresos son de $5.00 por unidad. Determine el punto de equilibrio.

# DE UNIDADES (X)	***COSTO FIJO(CF)***	***COSTO VARIABLE(CT)*** *C.V=2X*	***COSTO TOTAL(CT)*** *C.T=CF+C.V*	***INGRESOS(I)*** *I=5X*	***UTILIDAD(U)*** *U=I-CT*
0	*30*	*0*	*30*	*0*	*0*
2	*30*	*4*	*34*	*10*	*24*
4	*30*	*8*	*38*	*20*	*18*
6	*30*	*12*	*42*	*30*	*12*
8	*30*	*16*	*46*	*40*	*6*
10	*30*	*20*	*50*	*50*	*0*
12	*30*	*24*	*54*	*60*	*-6*
14	*30*	*28*	*58*	*70*	*-12*
16	*30*	*32*	*62*	*80*	*-18*
18	*30*	*36*	*66*	*90*	*-24*
20	*30*	*40*	*70*	*100*	*-30*
22	*30*	*44*	*74*	*110*	*-36*

GEOGEBRA

ESTUDIO DE SISTEMAS DE INECUACIONES

EJEMPLOS

- Desarrolle al siguiente sistema de inecuación

$$\begin{cases} 2x+5y\geq 4 \\ -4x+5y\leq 10 \\ \qquad \leq 5 \end{cases}$$

2x+5y≥4

2x+5y=4

Por intersección de ejes		*Verificación de la inecuación (0.0)*
x=0	*y=0*	***2x+5y≥4***
2x+5y=4	*2x+5y=4*	*2(0) +5(0) ≥4*
2(0) +5y=4	*2x+5(0)=4*	*0+0≥4*
0+5y=4	*2x+0=4*	
$Y=\frac{4}{5}$	$x=\frac{4}{2}$	*0≥4 V.I*
$P=\frac{0.4}{5}$	*x=2*	
	P=0.2	

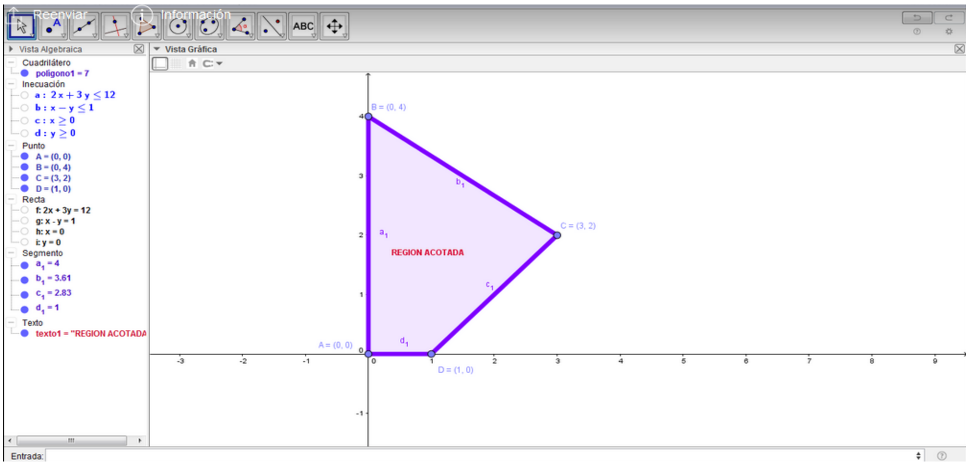
-4X+5Y≤10

-4x+5y=10

Por intersección de ejes		*Verificación de la inecuación*
x=0	*y=0*	***-4X+5Y≤10***
-4x+5y=10	*-4x+5y=10*	*-4(0) +5(0) ≤10*
-4(0) +5y=10	*-4x+5(0) =10*	*-0+0≤10*
5y=10	*-4x=10*	*0≤10 V.V*
$Y=\frac{10}{5}$	$x=\frac{\cancel{10}}{\cancel{4}}$	
Y=2	$Y=\frac{-5}{2}$	
P=0.2	$Y=\frac{5}{2}.0$	

X≤5	*Verificación de la inecuación*
X=5	***X≤5***
	0≤5 V.V

	A	B
1		
2	X	Y
3	.	.
4	.	.
5	.	.
6	5	-2
7	5	-1
8	5	0
9	5	1
10	5	2



Maximizar y minimizar

- z=20x+30y

Sujeta

2x+y≤10

3x+4y≤24

8x+7y≥56

x≥0

y≥0

1) 2x+y≤10

X=0

2x+y=10

2(0)+y=10

y=10

p=0,10

2x+y≤10

y=0

2x+y=10

2x+0=10

2x=10

$x = \frac{10}{2}$

x=5

p=5,0

Verificación (0,0)

2x+y≤10

2(0)+y (0) ≤ 10

0≤10 VV.

2)3x+4y≤24

X=0

3x+4y=24

3(0)+y=24

y=24

p=0,24

3x+4y≤24

y=0

3x+4y=24

3x+4(0)=24

3x=24

$x = \frac{24}{3}$

x=6

p=6,0

Verificación (0,0)

3x+4y≤24

2(0)+4(0) ≤ 24

0≤24v.v

3)8x+7y≥56

X=0

8x+7y=56

8(0)+7y=56

7y=56

$y = \frac{56}{7}$

p=0,8

8x+7y≥56

y=0

8x+7y=56

8x+7(0)=56

8x=56

$x = \frac{56}{8}$

x=7

p=7,0

Verificación (0,0)

8x+7y≥56

8(0)+7(0) ≥56

0≥24v.f

x≥0

x=0

x	y
-2	0
-1	0
0	0
1	1
2	2

verificación

x≥0

0≥0 VV.

y≥0

y=0

x	y
-2	0
-1	0
0	0
1	1
2	2

verificación

y≥0

0≥0 VV.

DESARROLLO DE ECUACIÓN

Puntos

A (0,0) B(0,6) C(3.2,3.2) D(5,0)

DESARROLLO DEL PUNTO C

$$\begin{array}{r} -4 \\ 1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2X+Y=10 \\ 3X+4Y=24 \end{array} \right.$$

-8X-4Y=40

3X+4Y=24

5X =16

$$X = \frac{5}{16}$$

X=3.2

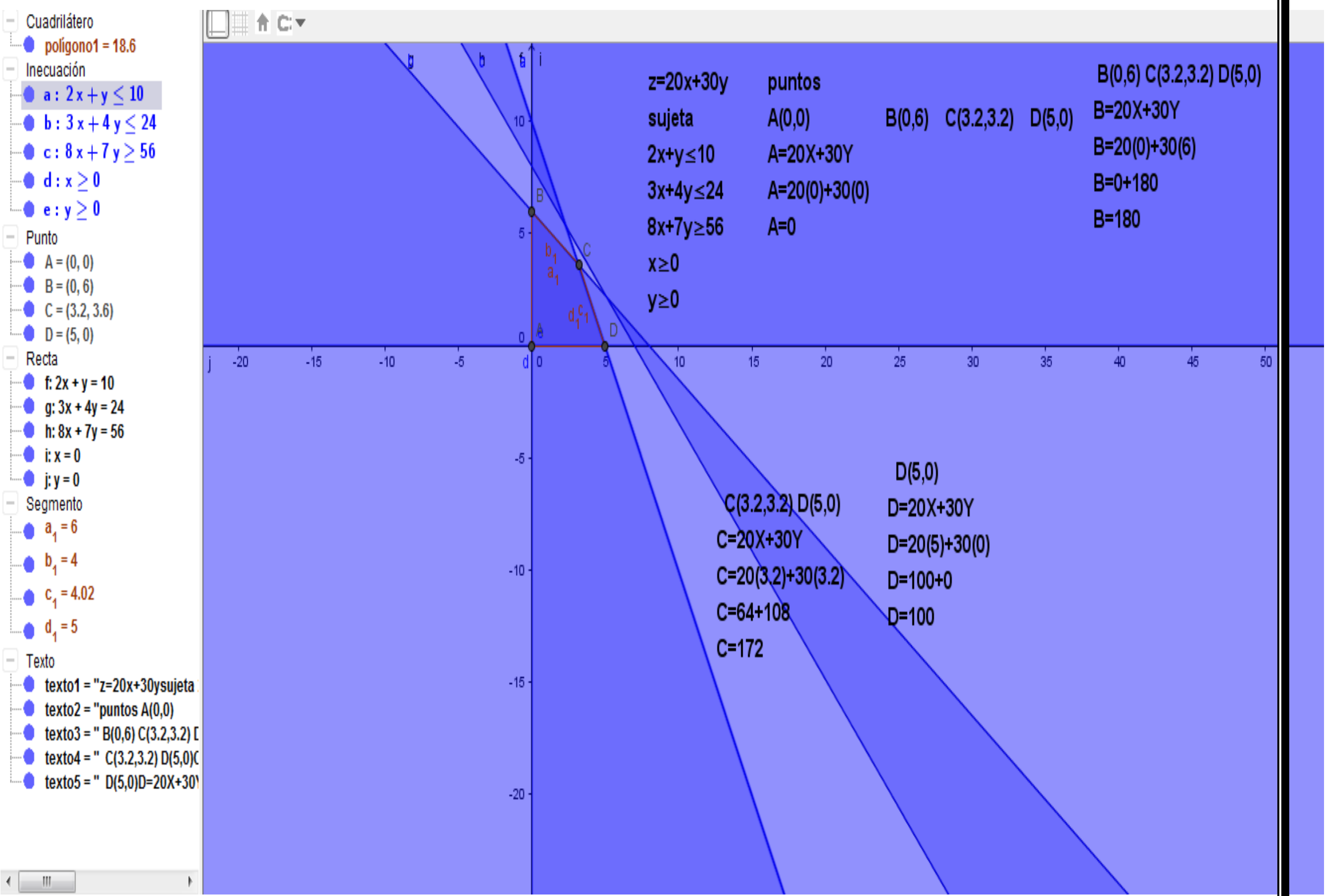
2X+Y=10

2(3.2)+Y=10

6.4+Y=10

Y=10-6.4

Y=3.2



SOLUCIÓN

La minimización está en el punto D donde se compran 5 productos en X y 0 en Y con un total de $100

La minimización está en el punto B donde se compran 0productos en X y 6 en Y con un total de $180

- MAXIMIZAR Y MINIMIZAR

$z=4x-6y$

Sujeta   a

$y \leq 7$

$3x-y \leq 3$

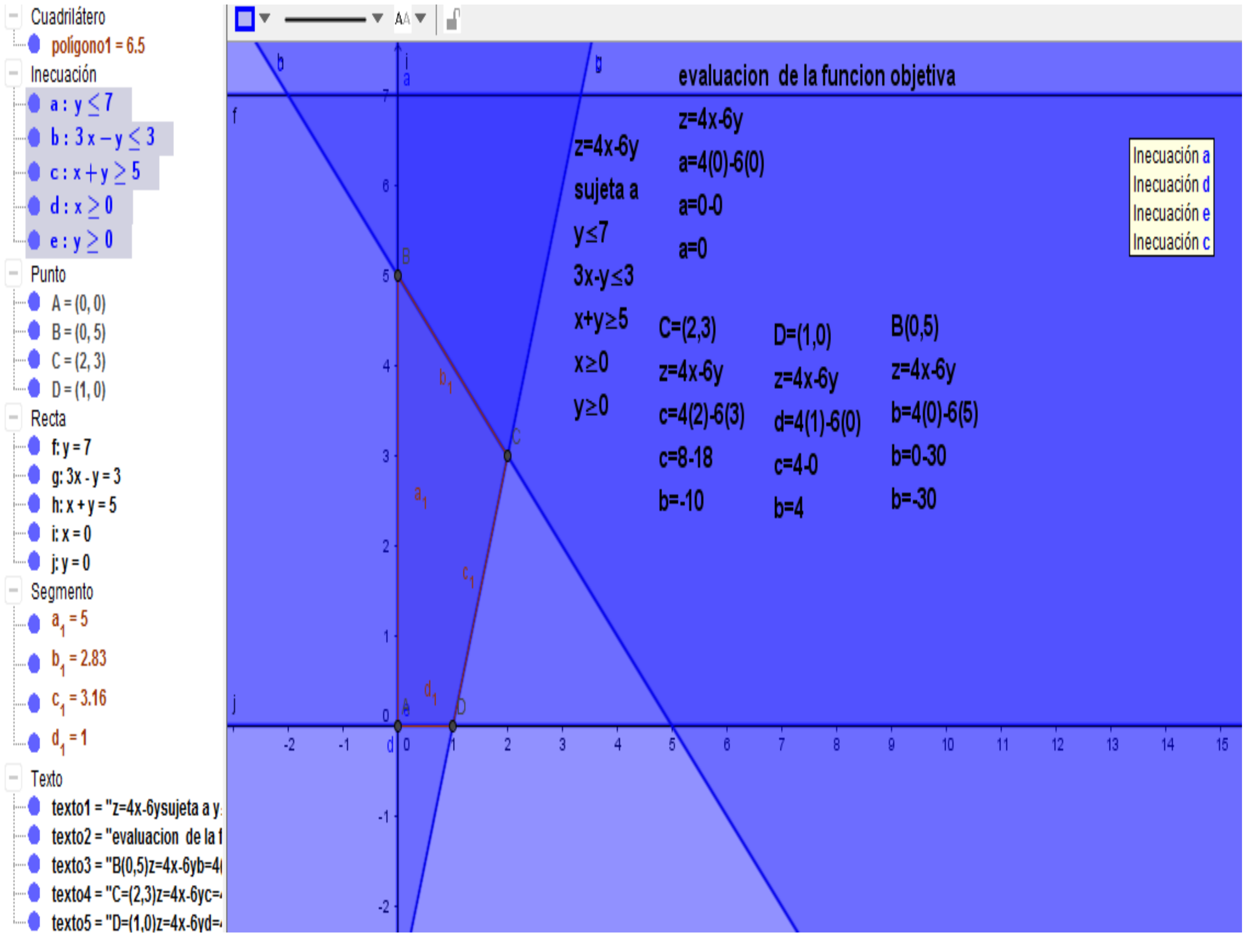
$x+y \geq 5$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

3) Pares ordenados de la región factible

A= (0,0) B=(0,5) C=(2,3) D=(1,0)



3) desarrollo d sistema de ecuaciones en caso de que no ese bien determinado bien el par ordenado en este caso no porque todos están bien

6) SOLUCIÓN

La minimización está en el puto B con una pérdida de -30 donde se compra 0 productos en X y 5 productos en Y

La minimización está en el puto C con una utilidad de 4 en donde se compra 1 artículo de X y 0 de Y

- MAXIMIZAR Y MINIMIZAR

z=4x-10y

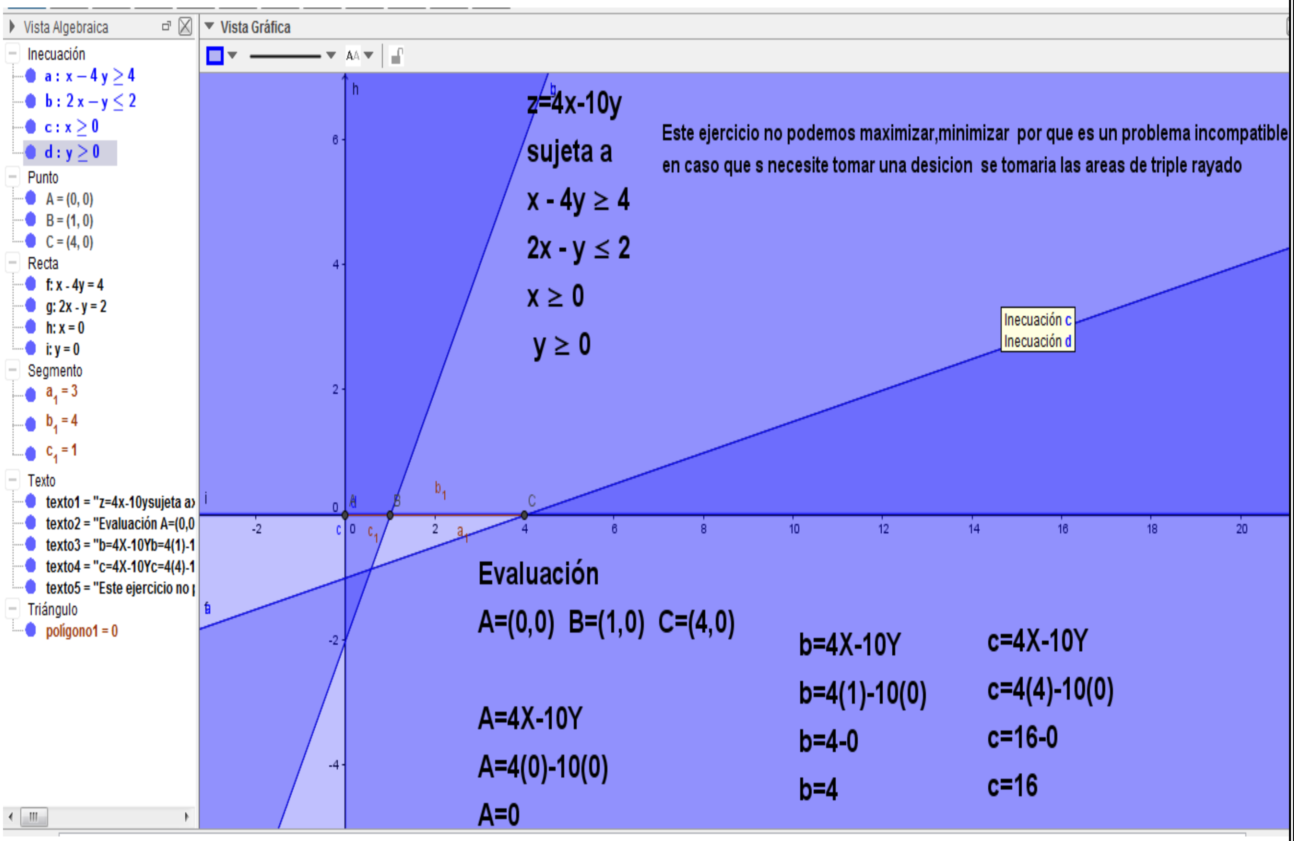
Sujeta a

$x - 4y \geq 4$

$2x - y \leq 2$

$X \geq 0$

$Y \geq 0$



Solución

La minimización está en el puto B donde se vende 1 artículo en X y 0 en Y con un total de $4

La maximización está en el punto C donde se vende 4 artículos en X y 0 en Y con un total de $16

MAXIMIZACIÓN Y MINIMIZACIÓN

$z=5x+6y$

Sujeta

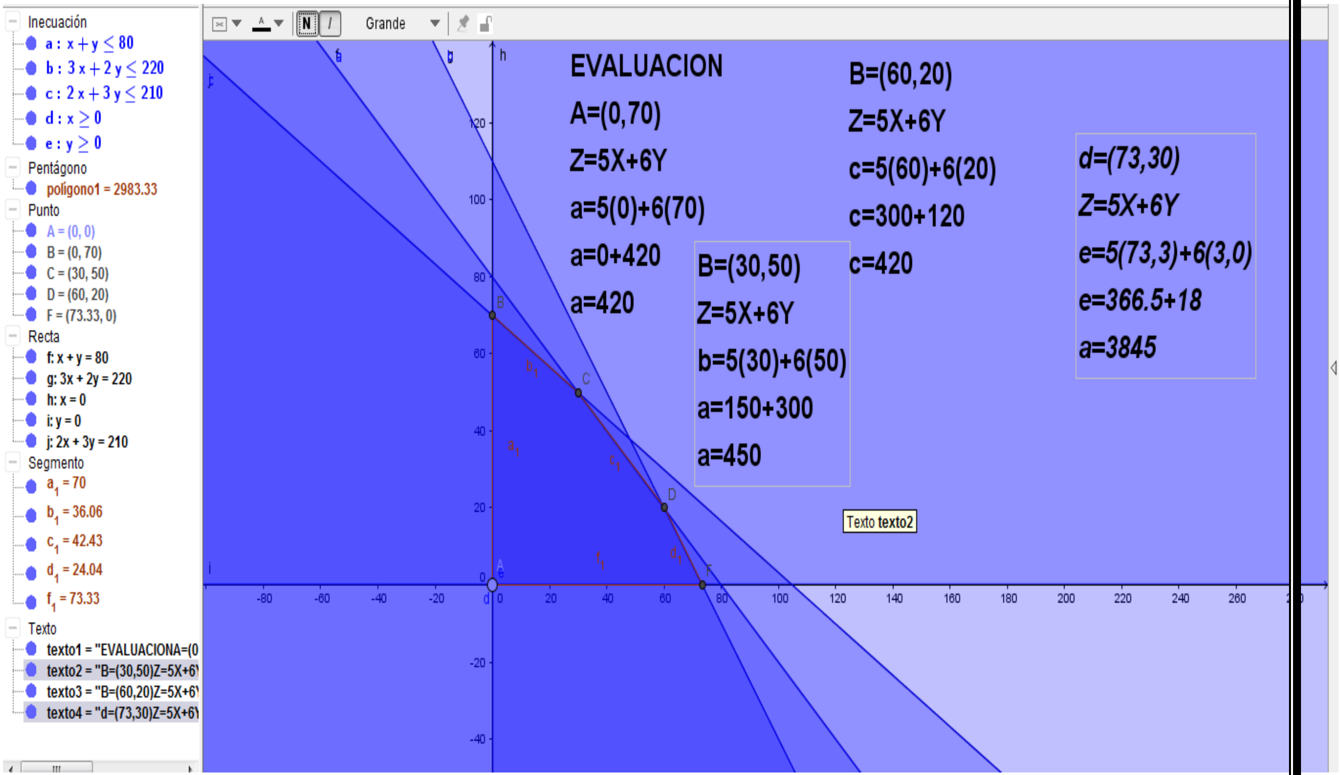
$x+y\leq 80$

$3x'+2y\leq 220$

$2x+3y\leq 210$

x≥0

y≥0



Solución

La maximización de este ejercicio está en el punto C con un precio total de $450 en donde vende 30 unidades del producto X y 50 unidades del producto Y.

PROBLEMAS MEZCLAS (MINIMIZACIÓN Y MAXIMIZACIÓN)

PROBLEMA N°1

Un grupo de estudiantes decidieron vender refrescos para ello ,consiguieron cada uno una denominación de 180 refrescos normales y 200 dietéticos con la misma cantidad de líquido vendieron los refrescos en paquetes de 2 tipos , los paquetes amarillos obtienen 3 refrescos normales y refrescos dietéticos ,mientras que los paquetes verdes contienen 4 refrescos normales y 4 dietéticos los estudiantes vendieron de esta marca $6 por cada paquete amarillo y $5x por cada paquete verde .

¿Cuánto paquetes de cada tipo debieron vender para que las ganancias sean máxima y cuantos paquetes de cada tipo podrá vender para que la ganancia sea mínima?

PAQUETES	VARIABLES	NORMAL	DIETÉTICO	GANANCIA
AMARILLO	X	3	3	$6
VERDE	Y	2	4	$5
TOTAL		160	200	

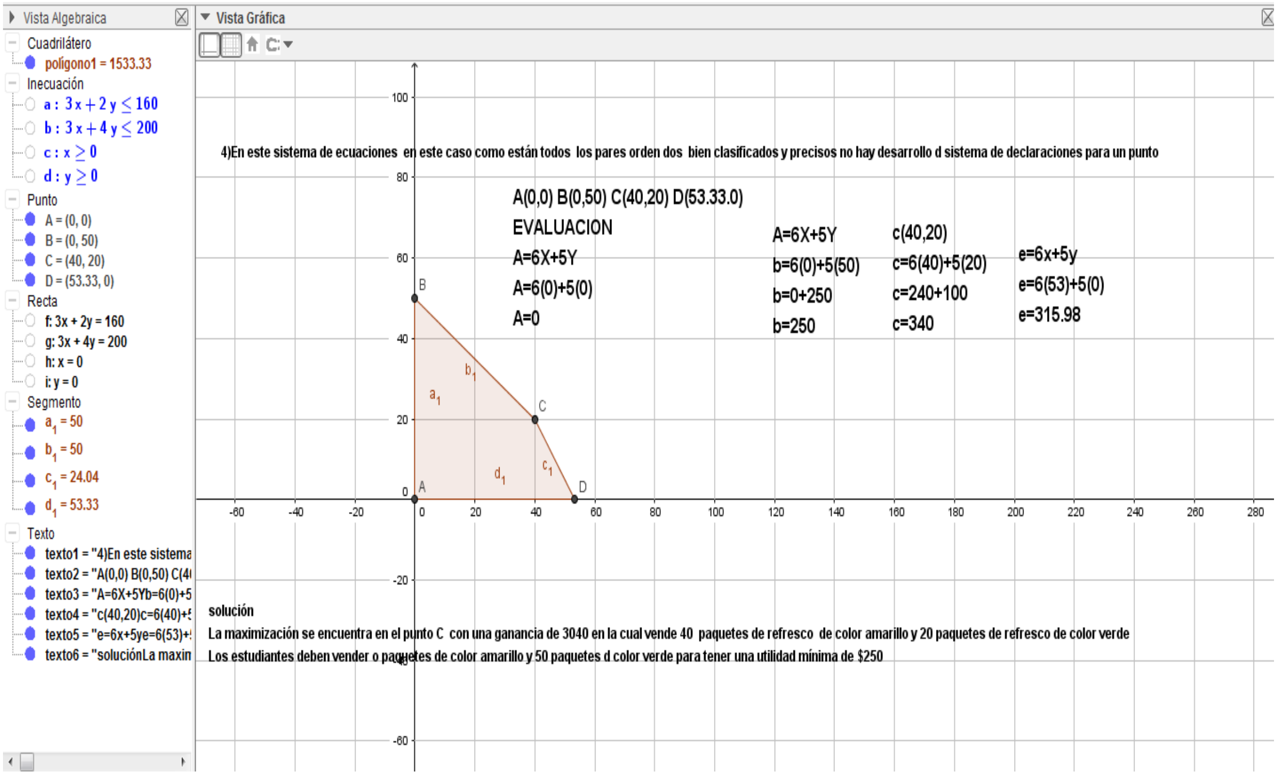
UTILIDAD DE =6X+5y

3x+2y≤160

3x+4y≤200

x≥0

y≥0



PROBLEMA N°2

Un empresa elabora carpas de camping de dos tipos AyB esta actividad le deja una ganancia de $80 en las carpas de tipo Ay 60 en las carpas de tipo B. Para   cada tipo A se requieren de 5 horas de trabajo y 4 unidades de tela impermeable para confeccionar una carpa de tipo b se requieren 6 horas de trabajo y 5 unidades de tela impermeable. La microempresa dispone de 80 horas de trabajo y 100 unidades de tela impermeable a lo sumo se pueden confeccionar 8 carpas de tipo A ¿cuantas carpas impermeables de cada tipo debe elaborarse para obtener el máximo beneficio y cual sería este?

TIPO	VARIABLES	HORAS DE TRABAJO	UNIDADES DE TELA IMPERMEABLE	GANANCIA
A	X	5	4	$80
B	Y	6	5	$60
TOTAL		80	100	

La utilidad es de 80x+60y

$5x+6y\leq 80$

$4x+5y\leq 100$

$x\geq 0$

$y\geq 0$

PROBLEMA N°3

Una empresa fábrica 2 tipos de cable para ello dispone 600kg de cobre ,8kg de titanio, 60kg de aluminio para la fabricación de 100 m del primer tipo 80 del segundo tipo,12 de aluminio con este se obtiene un beneficio de $2400parra la fabricación del segundo el ingeniero de producción de eta fabrica requiere determinar cuántos metros de cable hay que producir de cada tipo para que el benéfico sea máximo y necesita saber cuál será el beneficio

TIPOS DE CABLE	VARIABLES	COBRE	TITANIO	ALUMINIO	UTILIDAD

T1	X	80 kg	12 kg	4kg	2400
T2	Y	60 kg	4 kg	8kg	2000
TOTALES		600	80kg	60	

Beneficios 2400x+2000y

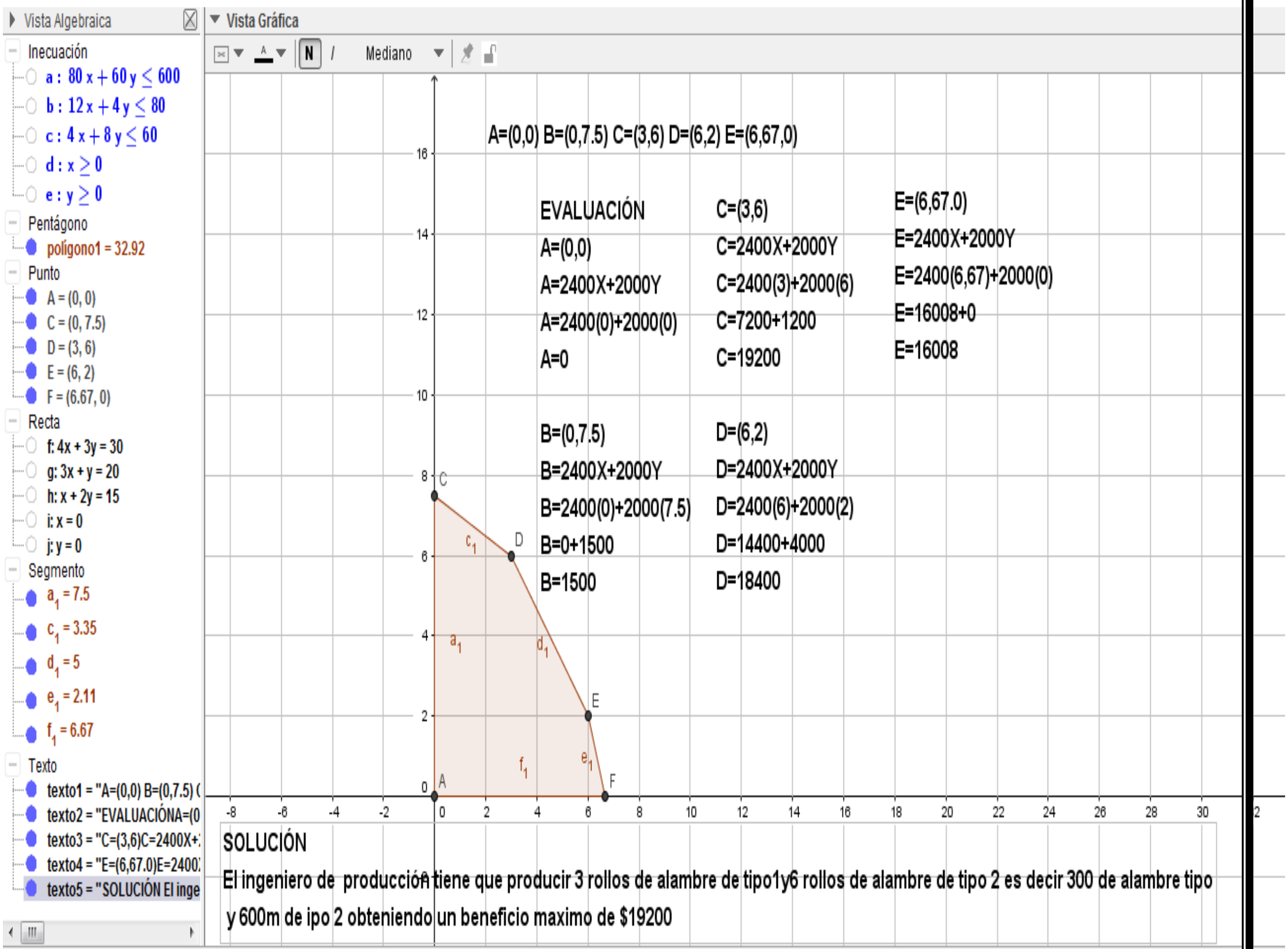
$80x + 60y \leq 600$

$12x + 4y \leq 80$

$4x + 8y \leq 60$

$x \geq 0$

$y \geq 0$



PROBLEMA N°4

En una panadería se preparan 2 tipos de pasteles 1 light y otros normales para ello se emplea huevos, azúcar y mantequilla para elabora un pastel light se debe mezclar 8 huevos,1kg de azúcar y 1/2kg de mantequilla mientras para fabricar un pastel normal se usa 5 huevos 1.5kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. La pastelería dispone de 30 huevos ,9kg de azúcar y 4kg de mantequilla. Si se vende los pasteles light en $18 y los normales a 20 ¿Qué cantidad de pasteles debe elaborar la panadería para maximizar sus ingresos?

PASTELES	**VARIABLES**	**HUEVOS**	**AZÚCAR**	**MANTEQUILLA**	**INGRESOS**
LIGHT	X	8kg	1kg	1/2kg	$18
NORMALES	Y	5kg	1.5kg	1	$20
TOTAL		30	9	4	

Los ingresos son de $18x + 20y$

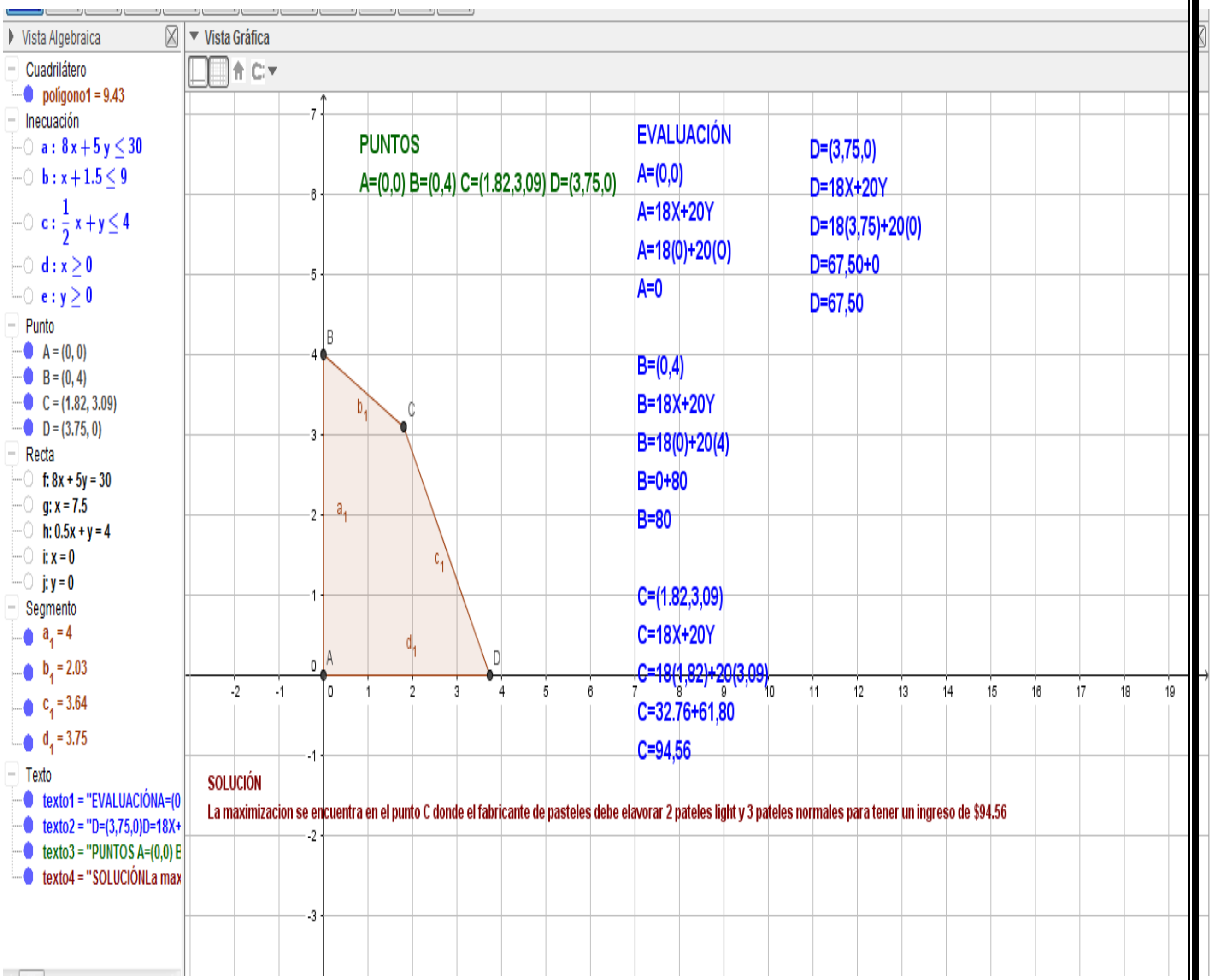
$8x + 5y \leq 30$

$x + 1.5 \leq 9$

$1 / 2\ x + y \leq 4$

$x \geq 0$

$y \geq 0$



PROBLEMA N°5

Un orfebre fábrica 2 tipos de anillos de tipo A se elaboran con 2 gr de oro y 3 gr de plata se venden a $120los anillos de tipo B se elaboran con 3gr de oro y 2gr de plata y se venden a $200 si el orfebre dispone de 750gr de oro y 600 gr de plata cuantos anillos debe fabricar para obtener el máximo beneficio

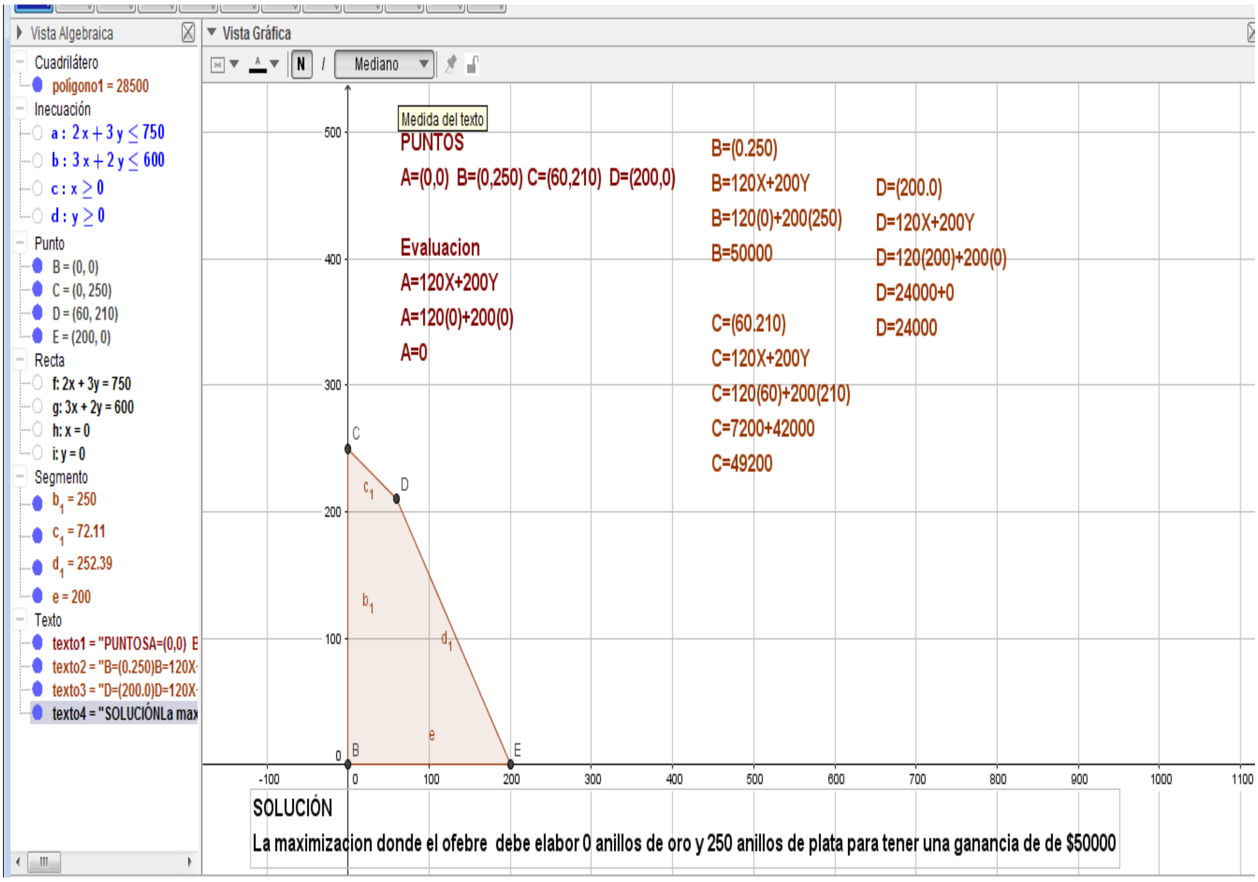
TIPO DE ANILLO	VARIABLES	ORO	PLATA	UTILIDAD
A	X	2	3	120
B	Y	3	2	200
TOTAL		750	600	

$2x + 3y \leq 750$

$3x + 2y \leq 600$

$x \geq 0$

$y \geq 0$



PROBLEMAS DE DIETAS

PROBLEMA N°1

Durante el embrazo los aportes y requerimientos de energía, proteína y vitaminas se incrementan. Una mujer embarazada para cubrir sus necesidades mínimas de proteína, carbohidratos grasas requeridas de10, 16 y 12 unidades respectivamente en el mercado se escoge 2 puntos p1.p2 cuyo contenido y costo por kg son

PRODUCTO	PROTEÍNAS	CARBOHIDRATOS	GRASAS	COSTOS POR KG
P1	5	10	2	$5
P2	4	4	5	$4
TOTAL PAR	10	16	12	

¿Cuantos kg de cada producto debe comprobarse como mínimo para que los costos de preparar la dieta sean mínima?

Beneficios es de = 5x+4y

Restricciones

$5x+4y\geq10$

$10x+4y\geq16$

$2x+5y\geq12$

$x\geq0$

$y\geq0$

PROBLEMA N°2

Un granjero se dedica a engordar cerdos para la venta para ello requiere cumplir con los mínimos nutrientes que requieren estos animales para su crecimiento se necesita una composición mínima de 4 unidades de sustancia A y 10 de otra sustancia B, en el almacén agropecuario encuentra 2 clases de compuestos de T1,T2 el primero tiene una composición de 1 unidad de tipo A y 5 de tipo B con un precio de $15y el segundo compuesto tiene una composición de 2 unidades de A y 1 unidad de B con un precio de $30 por kg el granjero desea determinar qué cantidad de distintos tipos de compuestos debe comprar para cumplir los requisitos nutricionales a un costo mínimo.

Compuestos	Variables	Sustancia A	Sustancia B	Costos
T1	x	1	2	15
T2	y	5	1	30
Total parcial		4	10	

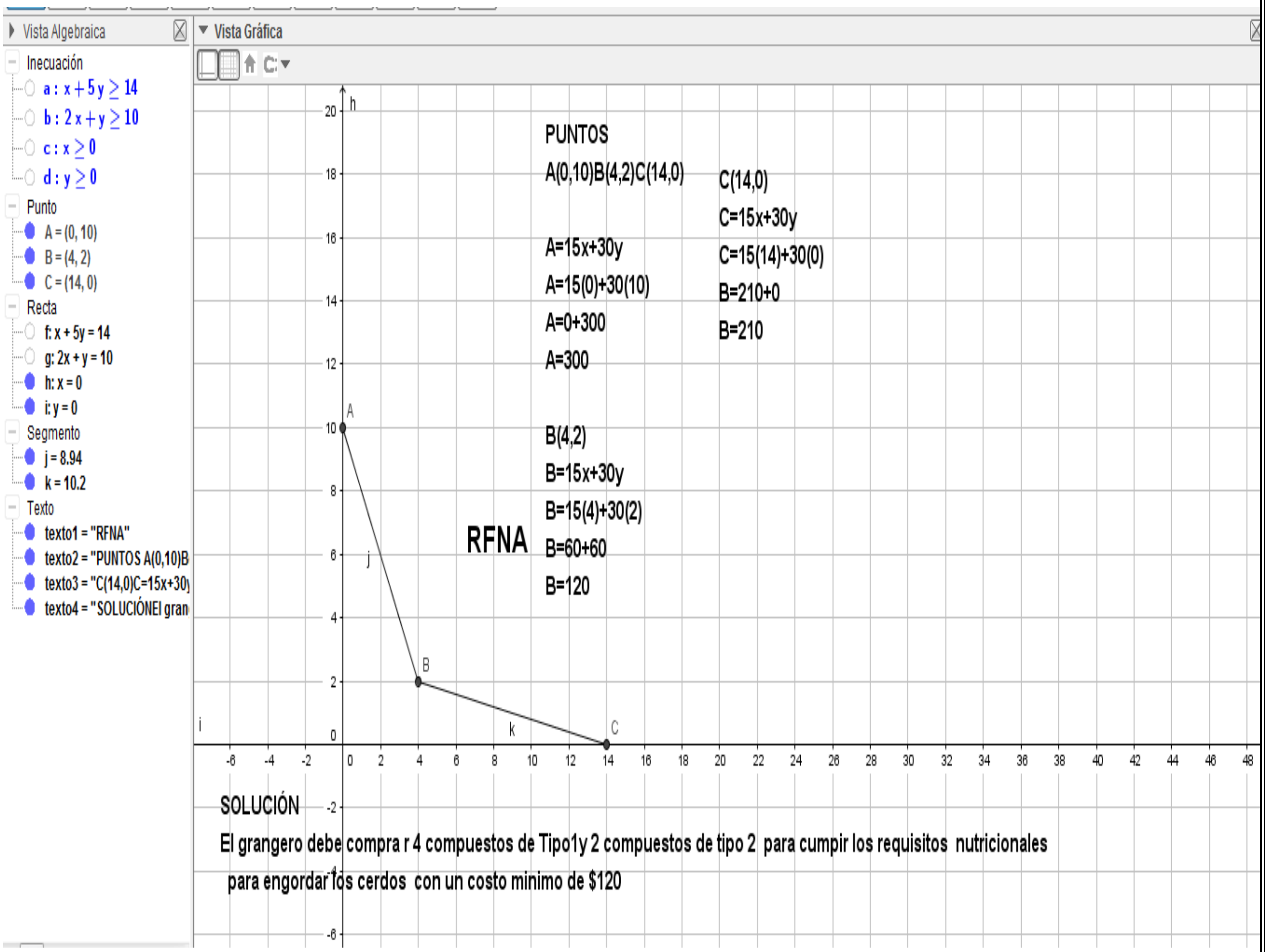
Costo total es de= 15x+30y

$x + 5y \geq 14$

$2x + y \geq 10$

$x \geq 0$

$y \geq 0$



PROBLEMAS DE TRANSPORTE

PROBLEMA # 1

Un comerciante dedicado a la venta de camas tiene 2 talleres que producen 50y 75 camas mensuales estos artículos deben ser transportados en su totalidad a 3 tiendas ABC que necesitan 20,60,45 camas respectivamente los costos por trasporte por articulo desde cada fabrica a las tiendas se presentan a la tabla adjunta ¿Cuál es la mejor opción de envió para el costo sea mínimo?

Talleres	Tienda A	Tienda B	Tienda C
1	3	5	1
2	2	2	3

A hora organizamos la información del problema

Envió	Tipo A	Tipo B	Tipo C	COSTO
Taller 1	X	Y	Z=50Z-Y	50
Taller 2	20-X	60-Y	-5X+X+Y	75
Total	20	60	45	

$x+y+z=50$

$z=50-x-y$

$$Z-45=45(50-x-y)$$

$$=45-50+x+y$$

$$=-5+x+y$$

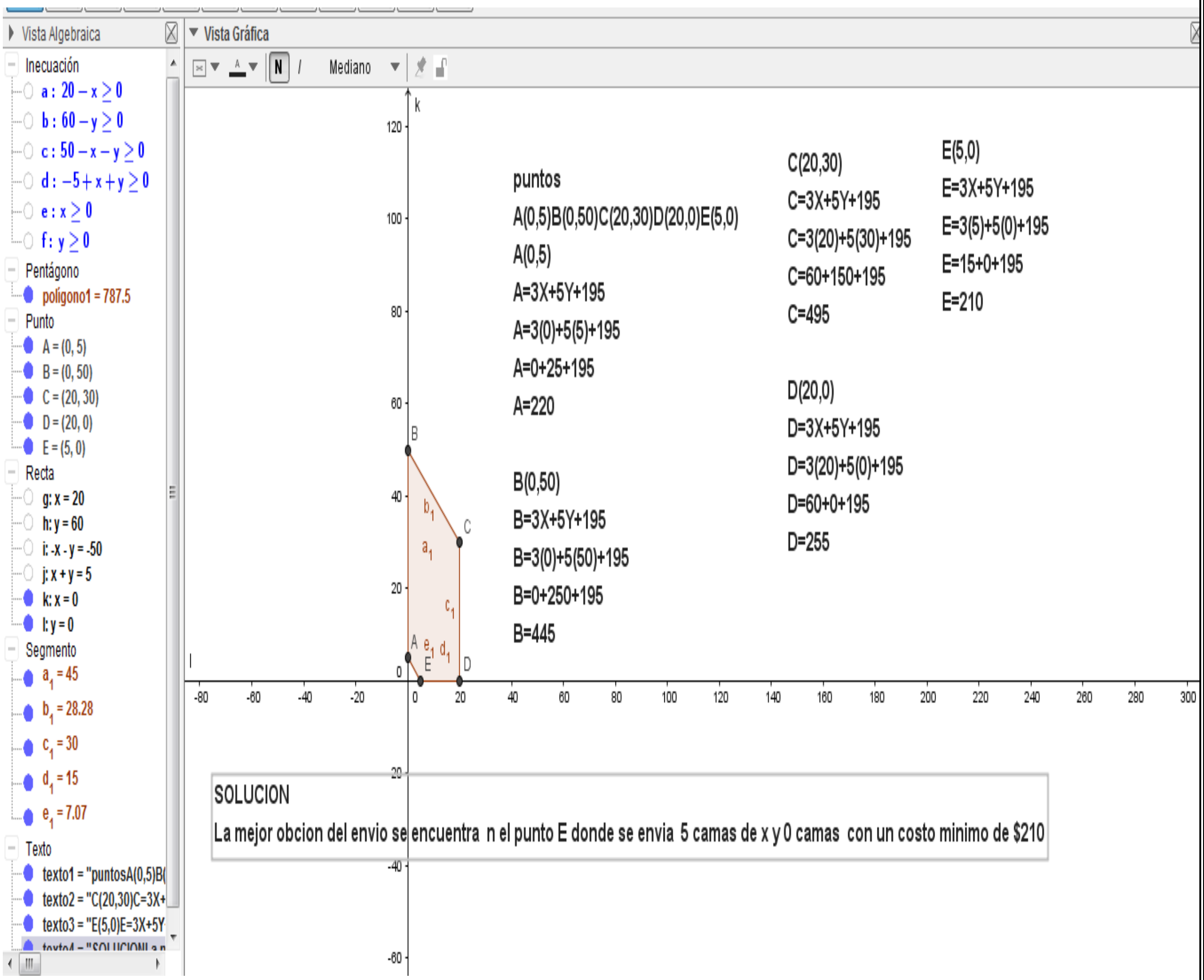
$C= 3x+5y+1(50-x-y)+2(20-x)+2(60-y)+3(-5+x+y)$

$C=\cancel{3x}+5y+\cancel{50-x}-y+\cancel{40-2x}+\cancel{120}-2y-\cancel{15}+\cancel{3x}+3y$

$C=3x+5y+195$

Función objetiva

$C=3x+5y+195$



PROBLEMA # 2

Desde 2 fincas A, B se deben distribuir fruta fresca a 3 mercados en Ambato, Loja, Riobamba la finca A dispone de 100kg de fruta diaria y la finca B de 150kg, las frutas se reparten en su totalidad los mercados de Ambato, Loja, necesitan diariamente 80kg de fruta mientras el de Riobamba necesita 90kg diarios .el costo de transporte por kg desde cada finca de los tres mercados bien dado por el siguiente cuadro.

Finca	Ambato	Loja	Riobamba
A	1	1.5	2
B	5	2	3

¿Cuál es la mejor planificación de transporte es de cada finca a los diferentes mercados de las ciudades para que el costo sea mínimo?

Fincas	Ambato	Loja	Riobamba	Costo
A	x	y	Z=100-x-y	100
B	80-y	80-y	-10+x+y	150
Total productos	80	80	90	

X+y+z=100

Z=100-x-y

90-z=90(100-x-y)

=90-100+x+y

=-10+x+y

C=x+1.5y+2(100-x-y)+1.5 (80-x)+2(80-y)-3(-10+x+y)

C=x+1.5+200-2x-2y+120-15x+160-2y-30+3y+3y

C=0.5x+0.5y+450

Función objetiva

C=0.5x+0.5y+450

Restricción

80-x≥0

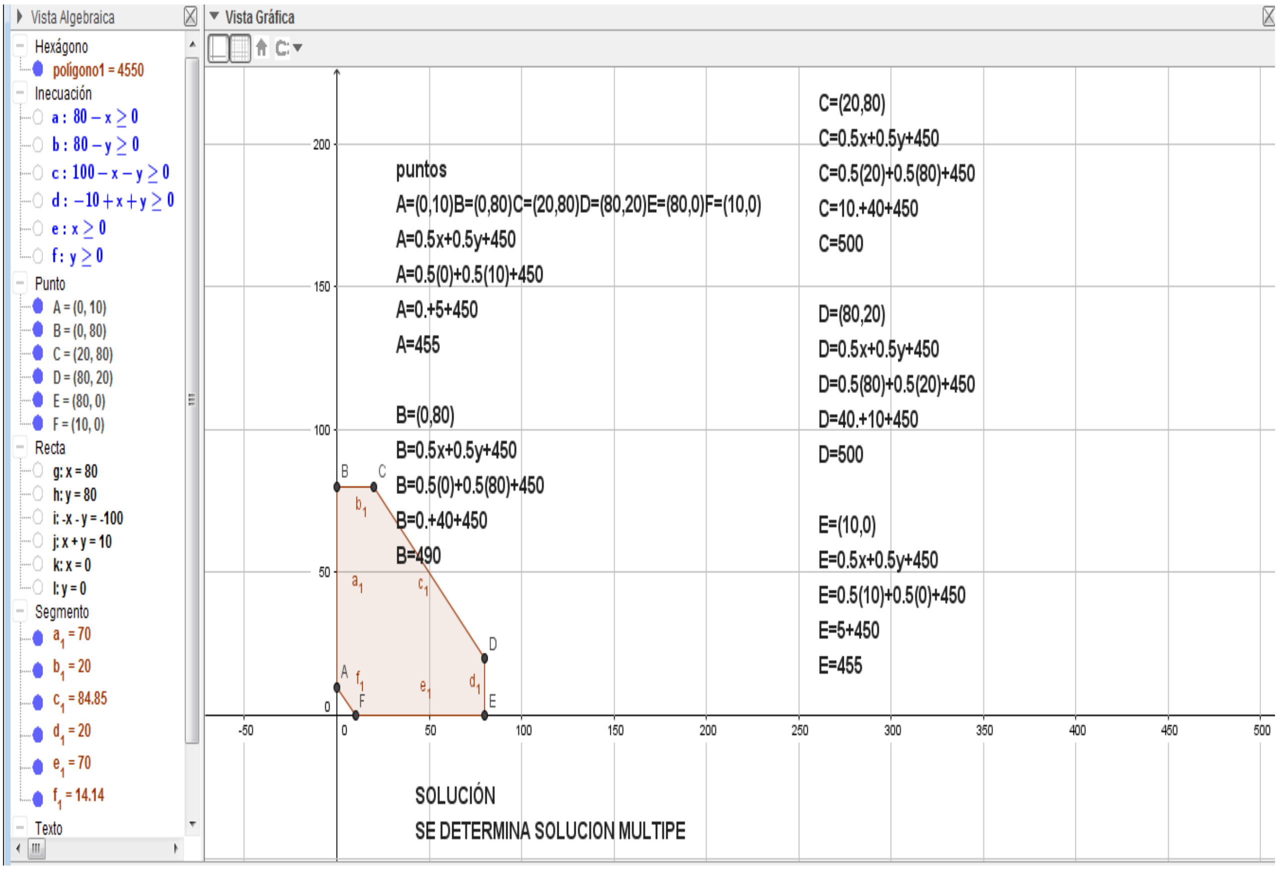
80 - y ≥ 0

100 - x - y ≥ 0

-10 + x + y ≥ 0

x ≥ 0

y ≥ 0



PROBLEMA # 3

Para iniciar el año escolar se requiere reponer los pupitres dañados de 3 escuelas en la ciudad de Quito la escuela A necesita 180 pupitres la escuela B requiere de 150y la escuela C requiere 120 se contrató una empresa que contiene 2 bodegas. Una en el norte y la otra en el sur de la ciudad, en la bodega del norte dispone de 200 pupitres y en la bodega del sur 250 el costo de traslado de cada pupitre desde la bodega alas diferentes escuelas tiene l costo que se indica en la tabla

Bodega	Escuela A	Escuela B	Escuela C
A	1	1	2
B	2	1	1

¿Cuál es la mejor planificación para el transporte delos pupitres de tal manera que el costo sea mínimo?

Bodega	Escuela A	Escuela B	Escuela C	Calculo
A	x	y	Z=200-x-y	200
B	180-x	150-y	-80+x+y	250
Total	180	150	120	

El costo es de=200x+250y

X+y+z=200

Z=200-x-y

120-z=120(200-x-y)

=120-200+x+y

=-80+x+y

C=x+y+2(200-x-y)+2 (180-x)+150-y+(-80+x+y)

C=x+y+400-2x-2y+360-2x +150-y-80+x+y

C=-2x-y+830

Función objetiva

C=-2x-y+830

Restricción

180-x≥0

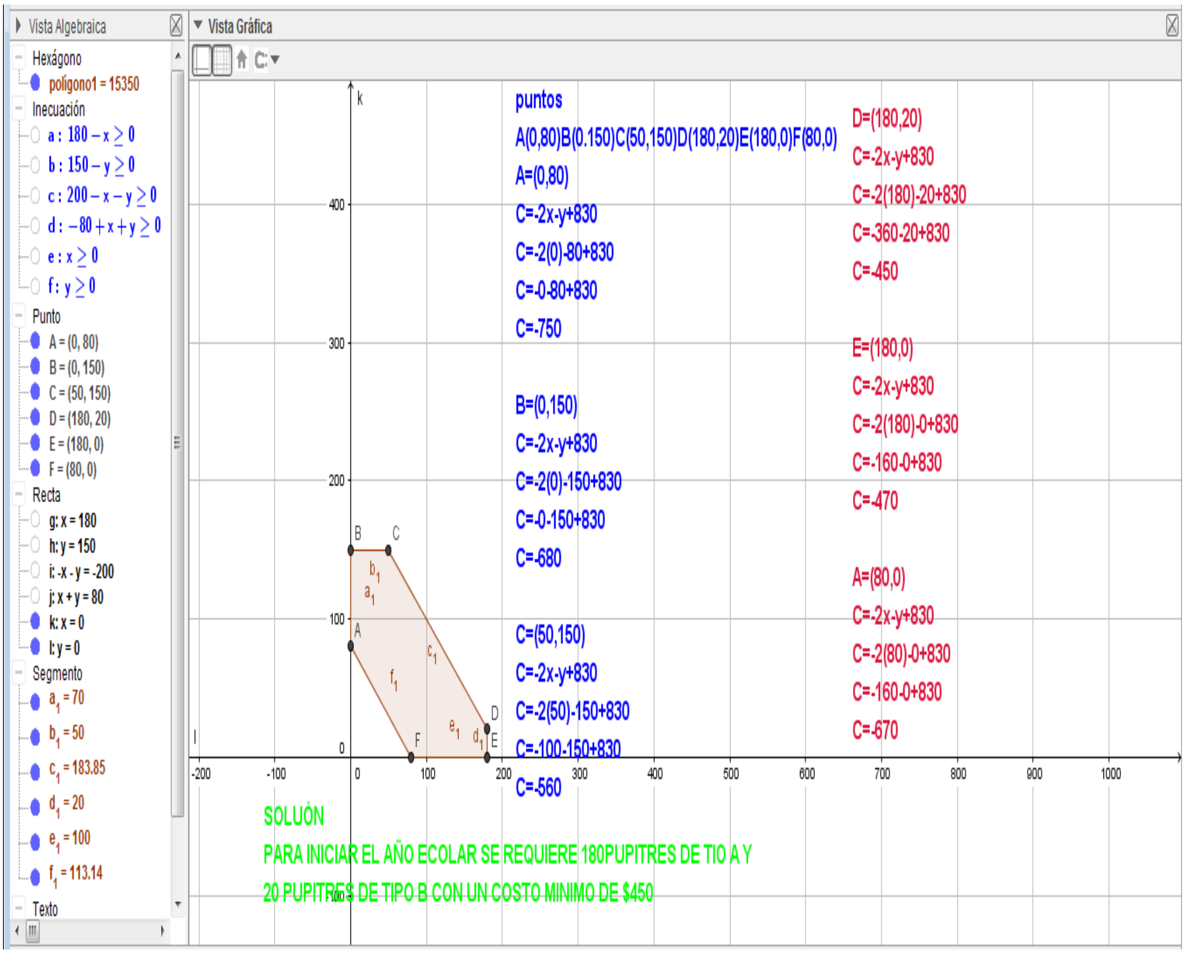
150 - y ≥ 0

200 - x - y ≥ 0

-80 + x + y ≥ 0

x ≥ 0

y ≥ 0


Vista Algebraica
Hexágono
polígono1 = 15350
Inecuación
a : 180 − x ≥ 0
b : 150 − y ≥ 0
c : 200 − x − y ≥ 0
d : −80 + x + y ≥ 0
e : x ≥ 0
f : y ≥ 0
Punto
A = (0, 80)
B = (0, 150)
C = (50, 150)
D = (180, 20)
E = (180, 0)
F = (80, 0)
Recta
g: x = 180
h: y = 150
i: -x - y = -200
j: x + y = 80
k: x = 0
l: y = 0
Segmento
a1 = 70
b1 = 50
c1 = 183.85
d1 = 20
e1 = 100
f1 = 113.14
Texto
Vista Gráfica
puntos
A(0,80)B(0.150)C(50,150)D(180,20)E(180,0)F(80,0)
A=(0,80)
C=-2x-y+830
C=-2(0)-80+830
C=-0-80+830
C=-750
B=(0,150)
C=-2x-y+830
C=-2(0)-150+830
C=-0-150+830
C=-680
C=(50,150)
C=-2x-y+830
C=-2(50)-150+830
C=-100-150+830
C=-560
D=(180,20)
C=-2x-y+830
C=-2(180)-20+830
C=-360-20+830
C=-450
E=(180,0)
C=-2x-y+830
C=-2(180)-0+830
C=-160-0+830
C=-470
A=(80,0)
C=-2x-y+830
C=-2(80)-0+830
C=-160-0+830
C=-670
SOLUÓN
PARA INICIAR EL AÑO ECOLAR SE REQUIERE 180PUPITRES DE TIO A Y
20 PUPITRES DE TIPO B CON UN COSTO MINIMO DE $450