

Name: _____

18.12.2019

Lösungswege einer quadratischen Gleichung

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichung:

$$x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$$

Verwendung der p-q-Formel: $x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ und $x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Aktivität p und q suchen:

Welchen Wert hat p? _____ Welchen Wert hat $\frac{p}{2}$? _____ Welchen Wert hat q? _____

Einsetzen in die Gleichung für x_1 : $x_1 = \text{---} - \sqrt{\left(\text{---}\right)^2 - \text{---}}$ $x_1 \approx$

Einsetzen in die Gleichung für x_2 : $x_2 = \text{---} + \sqrt{\left(\text{---}\right)^2 - \text{---}}$ $x_2 \approx$

Mit quadratischer Ergänzung:

$$(1.) \quad x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0 \quad | -\frac{1}{6}$$

$$(2.) \quad x^2 + \frac{5}{6}x = -\frac{1}{6}$$

Die Hälfte von $\frac{5}{6}$ bestimmen: $\frac{5}{6} : \frac{2}{1} \rightarrow$ mit dem Kehrwert des Quotienten multiplizieren: $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$.

Diesen Wert quadrieren: $\left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{25}{144}$. Diesen Wert in Gleichung (2.) -auf beiden Seiten- addieren. Das ergibt:

$$(3.) \quad x^2 + \frac{5}{6}x + \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144} - \frac{1}{6}$$

Links steht ein Binom, rechts ein Bruch, also:

$$(4.) \quad \left(x + \frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144} - \frac{24}{144} \text{ (Hauptnenner)} \quad | \text{ auf beiden Seiten die Wurzel ziehen}$$

$$(5.) \quad x_1 + \frac{5}{12} = -\frac{1}{12} \quad \text{und} \quad x_2 + \frac{5}{6} = \frac{1}{12}$$

Subtrahieren von $\frac{5}{12}$ -auf beiden Seiten- ergibt als Lösung:

$$(6.) \quad x_1 = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \quad \text{und} \quad x_2 = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$$