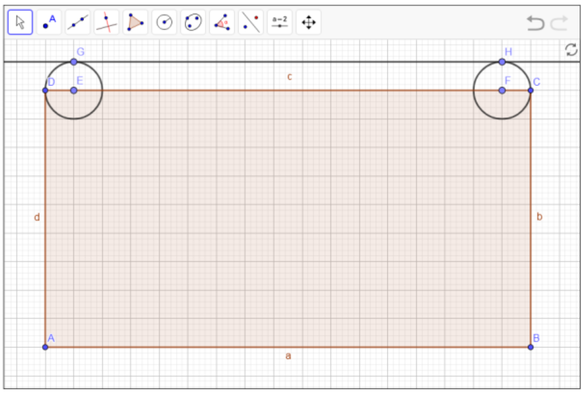
Lösungen – Fassadengestaltung

1. Modellieren

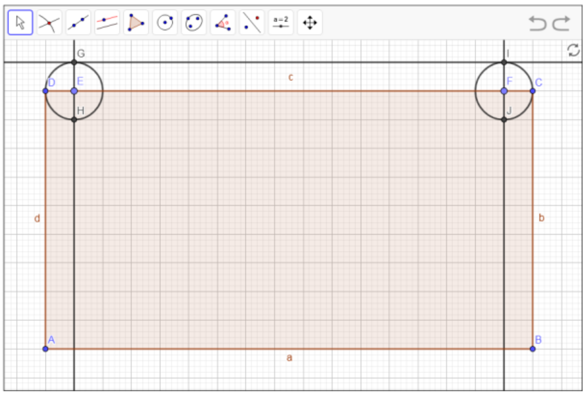
Aufgabe 1

Konstruiere die Erweiterung des Bürogebäudes sowie die abgerundeten Ecken in dem Plan! Verwende für die Konstruktion die Werkzeuge in der Werkzeugleiste.

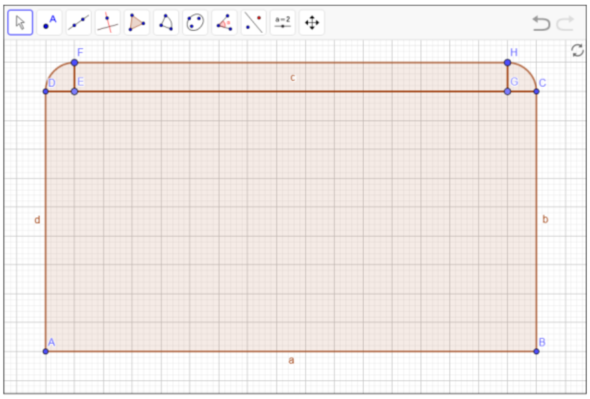
Für die Lösung dieser Aufgabe gibt es mehrere Möglichkeiten. Mit Hilfe unterschiedlicher Werkzeuge kann die Modellierung auf andere Art und Weise erfolgen.



Möglichkeit 1: Verwende die Werkzeuge *Kreis mit Mittelpunkt und Radius*, und *Gerade* oder *Strecke*. Der Radius für den Kreis beträgt 2. Um die Einheit klar erkennen zu können, kann man auch die *Achsen* über einen Rechtsklick in die Grafikansicht anzeigen.



Möglichkeit 2: Verwende die Werkzeuge *Kreis mit Mittelpunkt und Radius*, *Senkrechte Gerade*, *Schneide*, und *Parallele Gerade*.

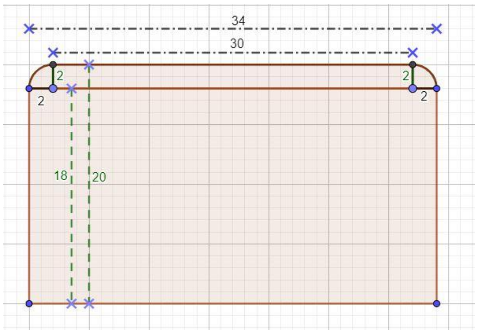


Möglichkeit 3: Verwende die Werkzeuge *Kreissektor* und *Vieleck*.

Auch andere Möglichkeiten zur Modellierung sind denkbar. Es können auch die angegebenen Möglichkeiten untereinander vermischt werden. Als Ergebnis sollte eine ähnliche Konstruktion wie in den Abbildungen erhalten werden.

Aufgabe 2

Mit welchem Radius müssen die Glasplatten gebogen werden, damit die Glasfassade den Wünschen des Kunden entspricht?



Da die Breite von 18 m auf 20 m vergrößert werden soll und die Länge der nicht-gebogenen neugestalteten Fassade von 34 m auf 30 m gekürzt werden soll, müssen die Platten mit einem Radius von 2 m gebogen werden (siehe Abbildung).

2. Größe der Glasplatten bestimmen

Aufgabe 3

Wenn nur eine Glasplatte für das Hauseck verwendet wird, wie breit muss diese Glasplatte sein, die im Radius von 2 m gebogen wird?

Gesucht ist die Länge des Kreisbogens eines neuen Hausecks. Die Bogenlänge b lässt sich berechnen über $b = \frac{r * \pi * \alpha}{180}$. Einsetzen für $r = 2\ m$ und $\alpha = 90°$ ergibt $b = 3{,}142\ m$.

Eine Glasplatte hätte also eine Breite von 3,142 m.

Aufgabe 4

Aufgrund der optischen Gestaltung möchte die Firma, dass drei gleich große Glasplatten pro Stock für die Hausecke verwendet werden. Mit welchen Maßen muss eine Glasplatte nun zugeschnitten werden, wenn auf jeder Seite der Glasplatte 2 cm für die Befestigung abgezogen wird?

Um die Breite der Glasplatte zu ermitteln, muss die Länge aus Aufgabe 3 gedrittelt und anschließend die Befestigungen berücksichtigt werden:

$$3{,}142\ m : 3 = 1{,}047\ m$$
$$1{,}047\ m - 2 * 0{,}02\ m = 1{,}007\ m$$

Laut Anfrage weiß man, dass ein Stockwerk 3 m hoch ist. Demnach muss auch eine Glasplatte 3 m hoch sein. Jedoch müssen auch hier die Befestigungen berücksichtigt werden:

$$3{,}000\ m - 2 * 0{,}02\ m = 2{,}960\ m$$

Abmessungen einer Glasplatte: Breite 1,007 m und Länge (Höhe) 2,960 m

Aufgabe 5
Wie groß ist der Flächeninhalt einer gebogenen Glasplatte?

Der Flächeninhalt einer (gebogenen) Glasplatte lässt sich über die Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks $A = l * b$ bestimmen.

$$A = 1{,}007\ m * 2{,}960\ m = 2{,}98072\ m^2$$

Eine benötigte Glasplatte besitzt demnach einen Flächeninhalt von 2,98072 m^2.

Aufgabe 6
Wie viele Glasplatten mit der oben berechneten Größe müssen gebogen werden?

Pro Stockwerk sollen drei Glasplatten für eine abgerundete Hausecke verwendet werden. Da im Auftrag an die Glasfirma geschrieben wird, dass im Erdgeschoss und 1.Stock jeweils zwei Hausecken abgerundet werden sollen, werden demnach 12 Glasplatten mit den berechneten Maßen benötigt.

3. Gesamte Glasfassade bestimmen

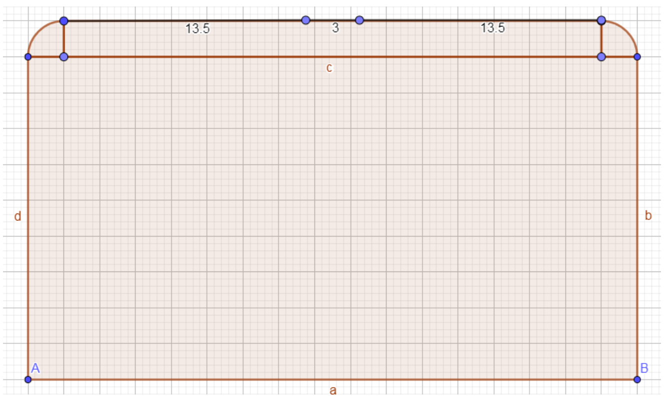
Aufgabe 7
Wie groß ist die restliche Glasfassade? Hinweis: Beachte die Eingangstür!

Die restliche neugestaltete Fassade ist 30 m lang und 3 m hoch. Der Flächeninhalt dieser Fassade lässt sich wieder über die Flächeninhaltsformel eines Rechtecks berechnen:

$$A = 30\ m * 3\ m = 90 m^2$$

Für die Eingangstür soll ein Bereich von $3\ m * 3\ m = 9\ m^2$ freigelassen werden. Die restliche Glasfassade beträgt daher:

$$90\ m^2 - 9\ m^2 = 81\ m^2$$



Aufgabe 8
Die Glasplatten an der Fassade sollen alle gleich groß und maximal 2 m breit sein. Mit welchen Maßen muss eine Glasplatte nun zugeschnitten werden, wenn auf jeder Seite der Glasplatte 2 cm für die Befestigung abgezogen wird?
Hinweis: Beachte die Eingangstür im Erdgeschoss, die sich genau in der Mitte der Fassade befindet!

Die Länge lässt sich wie in Aufgabe 4 berechnen und beträgt 2,960 m.

Für die Breite ergeben sich zunächst folgende Überlegungen:
Da die 3 m breite Eingangstür in der Mitte der Erdgeschossfassade ist, ergibt sich für die seitlichen Glasflächen jeweils eine Breite von 13,5 m (siehe folgende Abbildung). Eine Glasplatte soll höchstens 2 m breit sein und es soll nur eine ganzzahlige Anzahl an Glasplatten verbraucht werden.

$$13{,}5 : 7 = 1{,}929\ m$$

Es ergibt sich zunächst eine Breite von 1,929 m. Nach Berücksichtigung der Befestigungen ergibt sich

$$1{,}929\ m - 2 * 0{,}02\ m = 1{,}889\ m$$

Abmessungen einer Glasplatte: Länge (Höhe) 2,960 m und Breite 1,889 m

Aufgabe 9
Wie viele solche rechteckigen Glasplatten werden für die Glasfassade benötigt?

Insgesamt werden 14 Glasplatten benötigt (jeweils 7 links und rechts des Eingangsbereiches).

Aufgabe 10
Wie viel m^2 Glas werden für den nicht-gebogenen Teil der Fassade benötigt?

Eine Glasplatte der nicht-gebogenen Fassade hat folgenden Flächeninhalt:

$$2{,}960\ m * 1{,}889\ m = 5{,}59144\ m^2$$

Da insgesamt 14 Platten benötigt werden, werden $14 * 5{,}59144\ m^2 = 78{,}280\ m^2$ Glas benötigt.

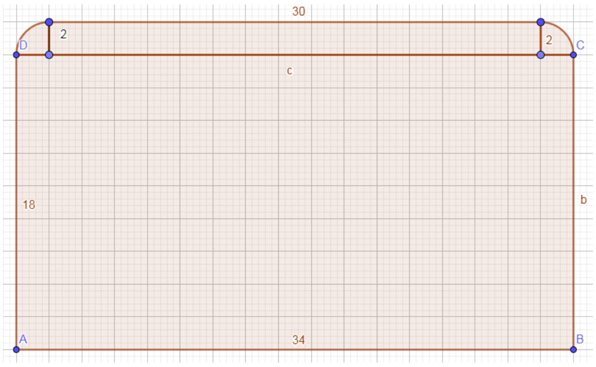
Aufgabe 11
Wie viel m^2 Glas werden insgesamt für die gesamte Fassade benötigt?

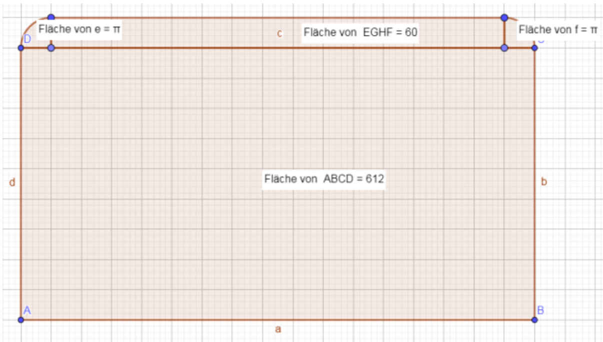
Für die abgerundeten Hausecken werden Glasplatten mit einer Fläche von 2,981 m^2 verwendet. Für alle benötigten 12 Glasplatten ergibt das eine Fläche von $12 * 2{,}98072\ m^2 = 35{,}769\ m^2$.

Insgesamt werden für die gesamte Fassade $78{,}280\ m^2 + 35{,}769\ m^2 = 114{,}049\ m^2$ Glas benötigt.

4. Antwortbrief

Für die Lösung dieser Aufgabe gibt es unterschiedliche Möglichkeiten. Ziel ist, dass die SchülerInnen in einem formellen Brief eine Antwort auf die Anfrage liefern. Dabei sollen alle Fragen aus der erhaltenen Anfrage beantwortet werden und das Endergebnis – die benötigte Glasmenge der neuen Fassade – angeführt werden.





5. Weiterführende Aufgaben - Zusatzaufgaben

Grundfläche

Wie verändert sich die Grundfläche des neuen Bürogebäudes? Um wie viel % wird die Grundfläche größer?

Grundfläche des alten Bürogebäudes: Hierfür muss der Flächeninhalt des Rechtecks ABCD berechnet werden:

$$A_{alt} = l * b = 34\,m * 18\,m$$
$$A_{alt} = 612\,m^2$$

Für die Grundfläche des neuen Bürogebäudes muss zusätzlich der Flächeninhalt eines Halbkreises mit Radius $r = 2\,m$ und der Flächeninhalt eines neuen Rechtecks mit $l = 30\,m$ und $b = 2\,m$ berechnet werden. Alle drei Flächeninhalte werden dann addiert:

$$A_{neu} = 612\,m^2 + \frac{1}{2} * 2^2 * \pi + 30 * 2$$
$$A_{neu} = 612\,m^2 + 2\pi\,m^2 + 60\,m^2$$
$$A_{neu} = 678{,}28\,m^2$$

Hinweis: Die Flächeninhalte können in GeoGebra auch mit dem Werkzeug *Fläche* ermittelt werden, indem das entsprechende Vieleck ausgewählt wird (siehe Abbildung links).

Mit Hilfe einer Schlussrechnung kann nun die prozentuelle Änderung berechnet werden:

$$612\,m^2 \ldots\ldots\ldots\ldots 100\,\%$$
$$678{,}28\,m^2 \ldots\ldots\ldots\ldots x\,\%$$

$$x = \frac{678{,}28 * 100}{612} = 110{,}83\,\%$$

Die Grundfläche wird um 10,83 % größer.

Volumen

Wie verändert sich das Volumen des ersten und zweiten Stockes des Bürogebäudes? Um wie viel m^3 vergrößert sich der Rauminhalt?

Um den Rauminhalt des alten Bürogebäudes (1. und 2. Stock) zu bestimmen, muss das Volumen eines Quaders ($V = G * h$) berechnet werden. Dieser hat folgende Abmessungen:

$l = 34\ m$ $\qquad$ $b = 18\ m$ $\qquad$ $h = 6\ m$ (da 1. und 2.Stock berücksichtigt werden)

$$V_{alt} = 34\ m * 18\ m * 3\ m = 3672\ m^3$$

Für den Rauminhalt des neu gestalteten Bürogebäudes (1. und 2.Stock) werden zusätzlich das Volumen eines halben Zylinders ($r = 2\ m$ und $h = 6\ m$) sowie jenes eines Quaders ($l = 30\ m, b = 2\ m$ und $h = 6\ m$) benötigt:

$$V_{zusatz} = \frac{1}{2} * 2^2 * \pi * 6 + 30 * 2 * 6$$
$$V_{zusatz} = 397{,}699\ m^3$$

Insgesamt wird der Rauminhalt um etwa $397{,}7\ m^3$ größer, ein Stockwerk vergrößert sich um $\frac{1}{2} * 397{,}699 = 198{,}85\ m^3$.

Oberfläche

Wie verändert sich die Fassade des Bürogebäudes? Um wie viel m² vergrößert sich die Fassade?

Es verändert sich nur eine Seite der Fassade. Die Oberfläche der ursprünglichen Fassade (1. und 2.Stock) lässt sich leicht über ein Rechteck berechnen:

$$O_{alt} = 34\ m * 6\ m = 204\ m^2$$

Für die Oberfläche der neu gestalteten Fassade im 1. und 2.Stock wird die Mantelfläche eines halben Zylinders ($r = 2\ m$ und $h = 6\ m$) und eine Rechtecksfläche mit neuen Abmessungen ($l = 30\ m$ und $b = 6\ m$) benötigt:

$$O_{neu} = \frac{1}{2} * 2 * \pi * 2\ m * 6\ m + 30\ m * 6\ m$$
$$O_{neu} = 217{,}699\ m^2$$

$$Differenz = 217{,}699\ m^2 - 204\ m^2 = 13{,}699\ m^2$$

Insgesamt vergrößert sich die Fassadenfläche um etwa $13{,}7\ m^2$.