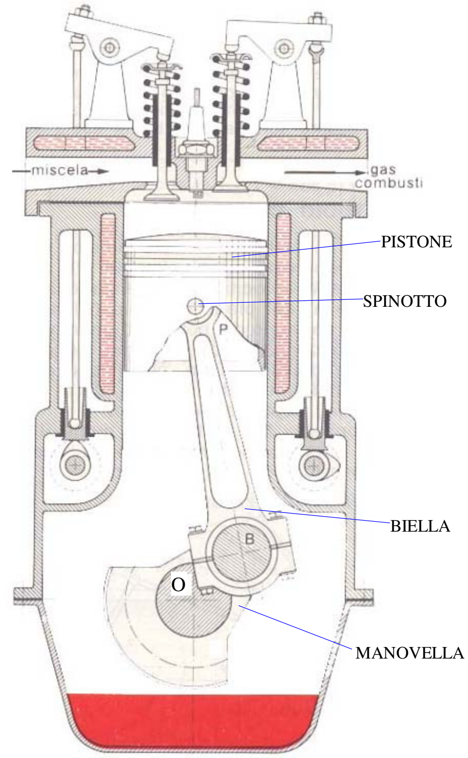
SISTEMA BIELLA MANOVELLA

⇘ *Generalità e descrizione*

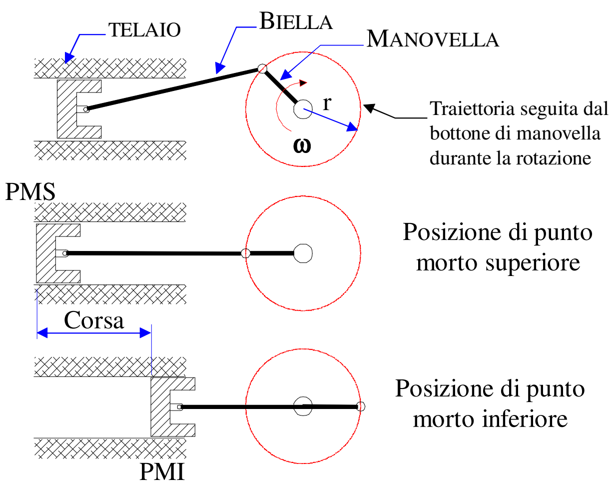
È un MANOVELLISMO DI SPINTA impiegato per CONVERTIRE UN MOTO rettilineo alternato in un moto rotatorio (o viceversa). È utilizzato nella maggior parte dei motori endotermici e nelle macchine volumetriche (pompe, compressori).

I suoi principali componenti sono:

- ⇨ lo STANTUFFO (o PISTONE) che porta al suo interno lo spinotto cilindrico sul quale si articola l'estremità superiore della biella (piede di biella), mentre l'estremità inferiore (testa di biella) abbraccia il perno posto al termine della manovella calettata sull'albero a gomiti del motore;
- ⇨ la BIELLA, asta collegata con due cerniere, da un lato allo stantuffo, dall'altro alla manovella;
- ⇨ la MANOVELLA, asta collegata con la biella e vincolata a ruotare intorno al punto O;
- ⇨ il TELAIO che costituisce il supporto sul quale poggia il complesso.



La schematizzazione di calcolo è quella riportata in figura



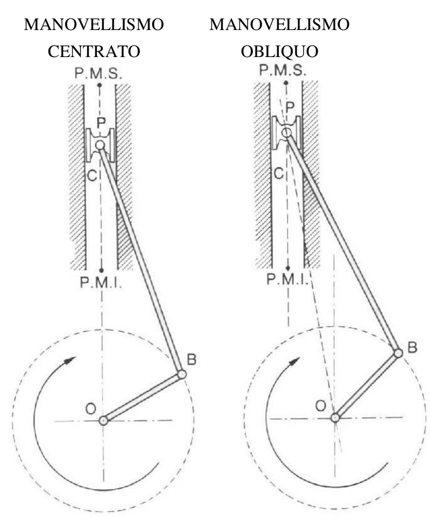
Facendo ruotare la manovella, lo stantuffo si muoverà con velocità variabile, lungo una traiettoria rettilinea, tra due punti estremi chiamati PUNTO MORTO SUPERIORE (PMS) e PUNTO MORTO INFERIORE (PMI). Questi punti sono chiamati morti, perché in questi punti è nulla la velocità dello stantuffo.

La distanza tra i due punti morti si chiama CORSA e come si vede dal disegno:

corsa = 2 · r con r = raggio di manovella

Il manovellismo si dice

- CENTRATO quando la congiungente i punti **P** e **O** coincide con la direzione dello spostamento del corsoio (stantuffo);
- OBLIQUO o DECENTRATO quando le due rette suddette non sono coincidenti.



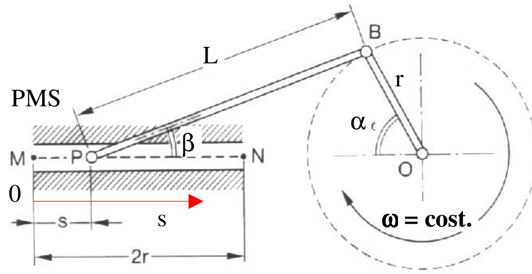
↳ *Cinematica del sistema*

Lo studio cinematico è dedicato principalmente alla determinazione della VELOCITÀ ISTANTANEA e dell'ACCELERAZIONE ISTANTANEA dello STANTUFFO (punto **P** nella schematizzazione in figura).

- Il punto **P** si chiama PIEDE DI BIELLA
- Il punto **B** si chiama TESTA DI BIELLA se considerato appartenente alla biella
- Il punto **B** si chiama BOTTONE DI MANOVELLA se considerato appartenente alla manovella

Consideriamo il manovellismo in una posizione generica e indichiamo con

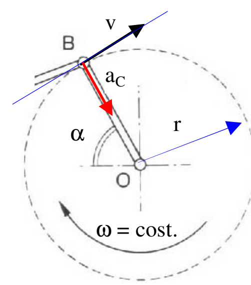
- **L** la lunghezza della biella
- **r** la lunghezza della manovella coincidente con il raggio della circonferenza descritta dal punto B durante la rotazione della manovella
- **α** l'angolo al centro formato dalla manovella con la congiungente i punti O e P
- **β** l'angolo d'inclinazione della biella con la congiungente i punti O e P
- **s** lo spostamento generico del piede di biella (punto P) misurato a partire dalla posizione individuata dal punto M (PMS)



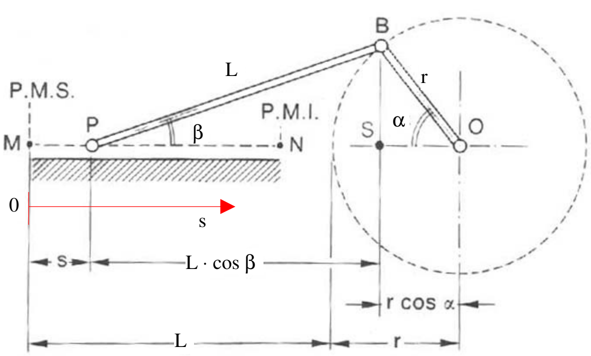
Ipotizziamo che la velocità angolare della manovella rimanga costante nel tempo: <u>**ω = costante**</u>.
È chiaro che durante la rotazione della manovella, al passare del tempo, i valori di **s** , **α** , **β** , varieranno, quindi i valori che assumono **NON SONO COSTANTI, MA VARIANO NEL TEMPO**.

Sotto le ipotesi di velocità angolare costante per la manovella **ω = costante**
per il punto **B** (BOTTONE DI MANOVELLA ≡ TESTA DI BIELLA) si può subito dire che:

- la sua <u>velocità periferica è costante in modulo</u> e di valore : v = ω · r (m/s)
- la <u>direzione di tale velocità varia</u> ed è sempre tangente alla circonferenza e il verso concorde col senso di rotazione della manovella
- <u>l'accelerazione tangenziale è nulla</u> essendo costante il modulo della velocità: $a_T = 0$
- <u>l'accelerazione centripeta è diversa da zero</u>, perché varia la direzione della velocità; il suo modulo, costante, assume il valore $a_C = \frac{v^2}{r}\left(\frac{m}{s^2}\right)$, direzione definita dalla congiungente i punti B e O, verso diretto verso il centro (punto O).



La situazione è notevolmente diversa per il PIEDE DI BIELLA (punto **P**).
Determiniamo la LEGGE DI VARIAZIONE DELLO SPAZIO **s** percorso dal PIEDE DI BIELLA, assumendo come origine degli spostamenti il punto M (PMS).



Per una posizione generica

$$s = \overline{MP} = \overline{MO} - \overline{PO}$$

ma si può scrivere: $\overline{MP} = L + r$

e dai due triangoli rettangoli PSB e OSB

$$\overline{PO} = \overline{PS} + \overline{SO} = L \cdot \cos\beta + r \cdot \cos\alpha$$

In definitiva:

$s = L + r - (L \cdot \cos\beta + r \cdot \cos\alpha)$ o anche

$s = r \cdot (1 - \cos\alpha) + L \cdot (1 - \cos\beta)$ o anche

$$s = r \cdot \left(1 - \cos\alpha + \frac{L}{r} - \frac{L}{r} \cdot \cos\beta\right)$$

ponendo $\mu = \dfrac{L}{r}$ l'espressione dello spostamento assume la forma:

$$s = r \cdot (1 - \cos\alpha + \mu - \mu \cdot \cos\beta)$$

dove figurano i due angoli **α** e **β** che definiscono, istante per istante, la posizione di biella e manovella.

Questi due angoli non sono indipendenti, pertanto è possibile esprimere l'angolo **β** in funzione dell'angolo **α**, infatti:

dal triangolo rettangolo OSB: $\overline{BS} = r \cdot \sin\alpha$

dal triangolo rettangolo PSB: $\overline{BS} = L \cdot \sin\beta$

Quindi: $r \cdot \sin\alpha = L \cdot \sin\beta \xrightarrow{\text{da cui si calcola}} \sin\beta = \dfrac{r}{L} \cdot \sin\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\mu}$

Dalla nota formula di trigonometria: $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \xrightarrow{\text{si calcola}} \cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}$

Quindi, andando a sostituire $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{\mu}$ si ottiene:

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{\mu^2}} = \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\mu^2 - \sin^2\alpha}$$

Andando a sostituire questo valore nell'espressione dello spostamento si ottiene la relazione:

$$s = r \cdot (1 - \cos\alpha + \mu - \mu \cdot \cos\beta) = r \cdot \left(1 - \cos\alpha + \mu - \mu \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\mu^2 - \sin^2\alpha} \right) \quad \text{semplificando}$$

$$s = r \cdot \left(1 - \cos\alpha + \mu - \sqrt{\mu^2 - \sin^2\alpha}\right)$$

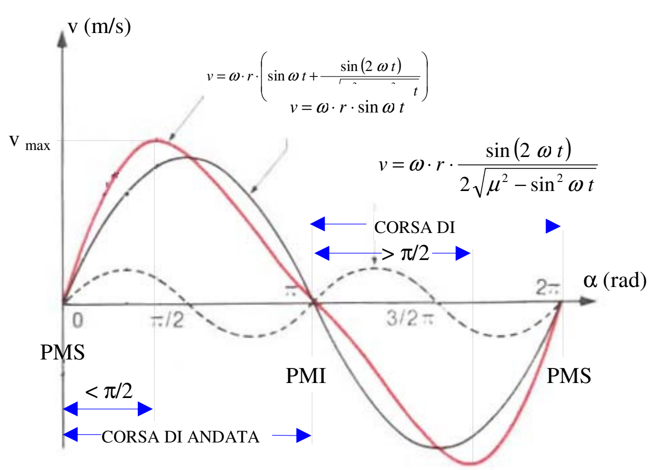
o anche, con l'ipotesi fatta all'inizio, di **ω = costante**, si può scrivere: **α = ω · t**

Pertanto la RELAZIONE DEFINITIVA DELLO SPAZIO **s** PERCORSO DAL PIEDE DI BIELLA, in funzione del tempo vale:

$$s = r \cdot \left(1 - \cos(\omega \cdot t) + \mu - \sqrt{\mu^2 - \sin^2(\omega \cdot t)}\right)$$

La VELOCITÀ ISTANTANEA del PIEDE DI BIELLA si determina facendo la derivata dello spazio rispetto al tempo: $v = \dfrac{ds}{dt}$. Derivando si ottiene l'espressione definitiva

$v = \omega \cdot r \cdot \left(\sin\omega t + \dfrac{\sin(2\,\omega t)}{2\sqrt{\mu^2 - \sin^2\omega t}} \right)$ che ha la seguente rappresentazione grafica:

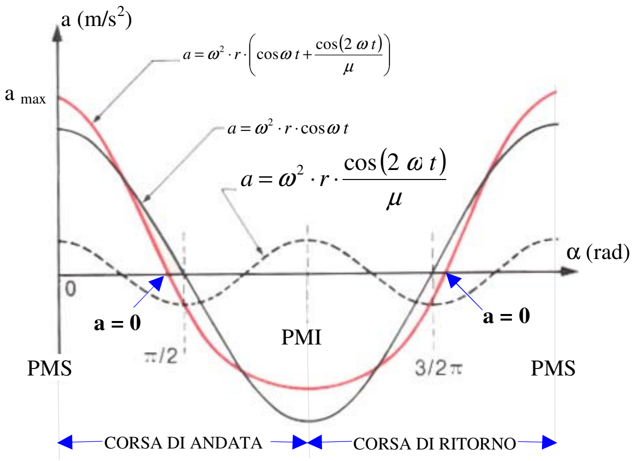


Ogni valore della velocità è composto da due termini, le cui rappresentazioni grafiche sono riportate nel DIAGRAMMA DELLA VELOCITÀ in FUNZIONE DELL'ANGOLO DI MANOVELLA. Sommando punto per punto i valori delle ordinate dei due grafici si ottiene il valore istantaneo della velocità del piede di biella.

*Da notare che la velocità è **massima, per un istante,** in un punto che sta prima di metà della corsa, per la corsa di andata, e dopo metà della corsa per quella di ritorno, mentre è **nulla, per un istante, nei punti morti**.*

L'ACCELERAZIONE ISTANTANEA del PIEDE DI BIELLA si determina facendo la derivata della velocità rispetto al tempo: $a = \dfrac{dv}{dt}$. Derivando si ottiene l'espressione definitiva

$a = \omega^2 \cdot r \cdot \left(\cos \omega t + \dfrac{\cos(2\,\omega t)}{\mu} \right)$ che ha la seguente rappresentazione grafica:



Ogni valore dell'accelerazione è composto da due termini, le cui rappresentazioni grafiche sono riportate nel DIAGRAMMA DELLE ACCELERAZIONI in FUNZIONE DELL'ANGOLO DI MANOVELLA. Sommando punto per punto i valori delle ordinate dei due grafici si ottiene il valore istantaneo dell'accelerazione del piede di biella.

Da notare che l'accelerazione assume valori ***massimi, per un istante, nei punti morti,*** *mentre si annulla, per un istante, nei punti in cui è massima la velocità.*

Naturalmente si tratta di un'accelerazione tangenziale in quanto generata da una variazione del modulo della velocità o da una variazione di verso e non da una variazione di direzione (LA DIREZIONE DELLA VELOCITÀ RIMANE COSTANTE).
Si comprende che l'accelerazione è massima nei punti morti, in quanto in tali punti si ha l'inversione del moto e quindi la massima variazione di velocità.

↳ *Dinamica del sistema*