

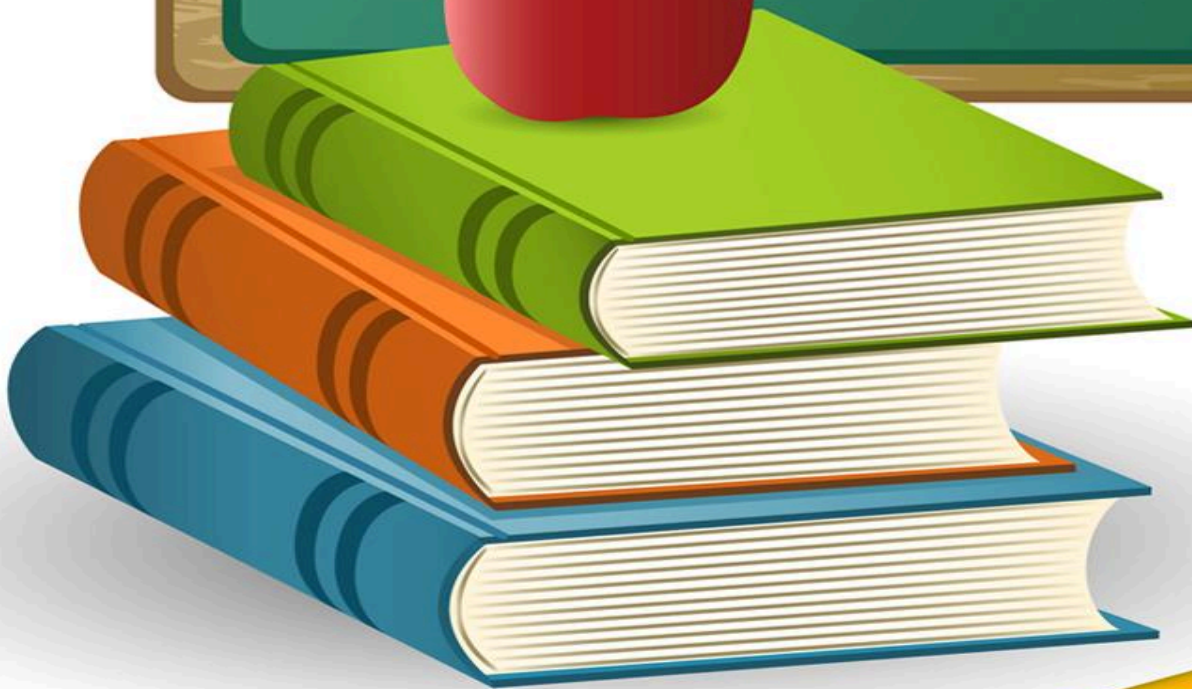
17.1.2022.

DETERMINANTE Genja Šumonja ETŠ "Nikola Tesla" Niš

IQmatrix.com



DETERMINANTE





Determinante

- Svaka kvadratna matrica A ima svoju determinantu $D = \det A$ koju obeležavamo sa:

$$D = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$





Osobine determinanti

- Determinante ne menjaju vrednost ako vrste zamene vrednost sa odgovarajućim kolonama.
- Ako dve vrste (kolone) zamene mesta, determinanta menja znak.
- Determinanta se množi brojem tako što se tim brojem pomnože svi elementi jedne vrste.





- Determinanta je jednaka nuli, ako ima dve jednake vrste (kolone) i determinanta je jednaka nuli ako su svi elementi jedne vrste (kolone) jednaki nuli.
- Ako u nekoj determinanti postoje dve kolone koje su proporcionalne, tada je determinanta jednaka nuli.



Osobine determinanti

- Determinanta ima svoju vrednost koju možemo izračunati na više načina
- Posmatrajmo determinantu:

$$D_{1 \times 1} = |a_{11}| = a_{11}$$





Determinante drugog reda

- Vrednost determinante drugog reda, jednaka je razlici proizvoda članova determinante na glavnoj dijagonali i članova determinante na sporednoj dijagonali.

$$D_{2 \times 2} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$D = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$





Determinante trećeg reda

- U slučaju determinante trećeg reda, njena vrednost se može izračunati tako što sa desne strane dopisujemo prve dve kolone. Vrednost determinante se dobija tako što se od sume proizvoda članova na glavnim dijagonalama oduzme suma proizvoda članova na sporednim dijagonalama (**Sarusovo pravilo**)

$$D_{3 \times 3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\
 - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$





$$\det A = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \\ a_{3,1} & a_{3,2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix}$$

Asocijacija na hladno (-) Asocijacija na toplo (+)





Primer

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 1 \cdot (-3) \cdot (-1) + (-2) \cdot 1 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 5 - 2(-3) \cdot 4 - 1 \cdot 1 \cdot 5 \\ &\quad - (-1) \cdot 2 \cdot (-2) = 3 - 4 + 40 + 24 - 5 - 4 \\ &= 67 - 13 = 54 \end{aligned}$$





Teorema o razvijanju determinante

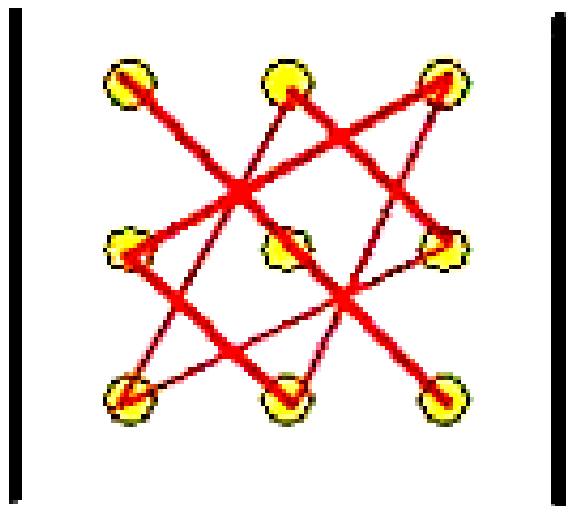
- Determinanta kvadratne matrice je jednaka zbiru proizvoda elemenata bilo koje kolone, odnosno vrste, sa determinantom matrice koja se dobija iz polazne matrice brisanjem kolone i vrste koje sadrže element sa kojim se množi.
- Opisani princip izračunavanja determinante određene matrice se naziva i Laplasov razvoj.





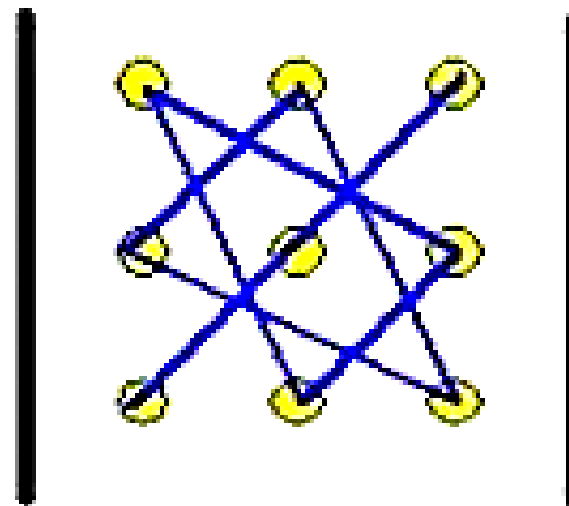
$$D = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\det A = (-1)^{i+1} \cdot a_{i1} A_{i1} + (-1)^{i+2} \cdot a_{i2} A_{i2} + \dots + (-1)^{i+n} \cdot a_{in} A_{in}$$



Pozitivno

+



Negativno



- Determinante primenjujemo pri izračunavanju vektorskog proizvoda.
- Determinante primenjujemo pri izračunavanju promenljivih u sistemu jednačina II i III reda.
- Ostale primene videćete na višim nivoima školovanja...



Ovu lekciju možete naći na Školskom
sajtu

<http://www.etstesla.ni.ac.rs/e-ucenje/>