

Problemas – Tema 5

Problemas resueltos - 18 - partes en integrales donde no aparece un producto de funciones

1. Resuelve $\int \arccos(x) dx$

Aplicamos método por partes $\rightarrow \int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int v(x) \cdot u'(x) dx$

$$u(x) = \arccos(x) \rightarrow u'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$v'(x) = 1 \rightarrow v(x) = x$$

$$I = u(x) \cdot v(x) - \int v(x) \cdot u'(x) dx = x \cdot \arccos(x) - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Para resolver la integral que nos queda, recordamos la expresión de la siguiente derivada:

$$\frac{d}{dx}[\sqrt{1-x^2}] = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$I = x \cdot \arccos(x) - \left(- \int \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} dx \right) = x \cdot \arccos(x) + \sqrt{1-x^2} + C$$

2. Resuelve $\int \ln x \, dx$

Integramos por partes:

$$u = \ln x \rightarrow \rightarrow \rightarrow du = \frac{1}{x} dx$$

$$dv = dx \rightarrow \rightarrow \rightarrow v = x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Por lo tanto:

$$\int \ln x \, dx = x \cdot \ln x - \int x \frac{1}{x} dx = x \cdot \ln x - \int dx = x \cdot \ln x - x + C$$

$$\int \ln x \, dx = x \cdot \ln |x| - x + C$$

Donde, una vez más, aplicamos valor absoluto al argumento del valor absoluto.

3. Resolver $\int \arccos(x) dx$

Aplicamos método por partes:

$$u = \arccos(x) \rightarrow du = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$dv = dx \rightarrow v = x$$

Sustituyendo $I = u \cdot v - \int v du$

$$I = x \cdot \arccos(x) + \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = x \cdot \arccos(x) - \frac{2}{2} \int \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} dx = x \cdot \arccos(x) - \sqrt{1-x^2} + C$$