MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II HOJA 1

ANÁLISIS

Funciones elementales. Límite. **13/11/19**

1. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x$ b) $f(x) = x^3$ c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{1}{x^2-16}$

e) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-5x+6}$ f) $f(x) = \sqrt{x^2-16}$ g) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-4}$ h) $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+4}$

i) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}$ j) $f(x) = \frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}$ k) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-9}{x^2-4}}$

2. Representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & si\ x \le 0 \\ x-1 & si\ x > 0 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} x+1 & si\ x \le 0 \\ -x-1 & si\ x > 0 \end{cases}$ c) $f(x) = \begin{cases} 2-x^2 & si\ x \le 2 \\ 2x-6 & si\ x > 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 2x^2-6 & si\ x > 2 \\ 2-x^2 & si\ x \le 2 \end{cases}$ e) $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & si\ x \le 0 \\ 2x-3 & si\ x > 0 \end{cases}$ f) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & si\ x \ge 1 \\ \frac{1}{x} & si\ x < 1 \end{cases}$

Ojo!! g) $f(x) = \begin{cases} 7x & si\ x \ne 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$

3. Sean las funciones $f(x) = 2x^2 + 3$ y $g(x) = 3x - 5$. Halla las expresiones y el dominio de las funciones:

a) $f + g$ b) $f - g$ c) fg d) f/g e) $\sqrt{f}$ f) $\sqrt[3]{g}$

g) f^g h) e^f i) $\log(f)$ j) $\ln(g)$ k) $f \circ g$ l) $g \circ f$

4. Halla los límites de las funciones del ejercicio 1 apartados a, b, c y d, cuando x tiende a 1.

5. Si $\lim_{x\to c} f(x) = 3$ y $\lim_{x\to c} g(x) = 2$, halla $\lim_{x\to c}$ para las funciones:

a) $f(x) + g(x)$ b) $f(x)g(x)$ c) $f(x)/g(x)$ d) $f(x)^{g(x)}$

e) $\sqrt{g(x)}$ f) $\log(g(x))$ g) $e^{f(x)}$ h) $4f(x) - 5g(x)$

6. Halla los límites laterales de las funciones del ejercicio 2 en los puntos conflictivos e indica a partir de ellos si existe o no límite en dichos puntos.

IMPORTANTE: las expresiones siguientes son **indeterminaciones**:

$(\infty)-(\infty)$	$\frac{(\pm\infty)}{(\pm\infty)}$	$\frac{(0)}{(0)}$	$\frac{n^o \ne 0}{0}$
$(1)^{(\pm\infty)}$	$(0)^{(0)}$	$(\infty)^{(0)}$	$(\pm\infty)\cdot(0)$

7. Halla los límites de las funciones del ejercicio 1 cuando x tiende a $+\infty$, en los casos en los que no aparezcan indeterminaciones.(Si aparece alguna indeterminación déjala indicada)

8. Si $\lim_{x\to 2} p(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 2} q(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 2} r(x) = 3$ y $\lim_{x\to 2} s(x) = 0$, indica si es posible, el $\lim_{x\to 2}$ de :

a) $2p(x) + q(x)$ b) $p(x)-3q(x)$ c) $r(x)/p(x)$ d) $p(x)/p(x)$ e) $s(x)/q(x)$

f) $p(x)/q(x)$ g) $s(x)/p(x)$ h) $s(x)^{s(x)}$ i) $p(x)^{r(x)}$ j) $r(x)^{s(x)}$

k) $\frac{3-r(x)}{s(x)}$ l) $\left(\frac{r(x)}{3}\right)^{p(x)}$ m) $\left(\frac{r(x)}{3}\right)^{s(x)}$ n) $\left(\frac{r(x)}{3}\right)^{-p(x)}$ ñ) $r(x)^{p(x)}$

o) $r(x)^{-q(x)}$

9. Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$ y $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -5$, indica cuando sea posible, el valor de $\lim_{x\to+\infty}$ para:

a) $f(x) + g(x)$ b) $f(x)-g(x)$ c) $f(x)g(x)$ d) $f(x)^{g(x)}$ e) $g(x)^{f(x)}$ f) $\sqrt[3]{g(x)}$ g) $\sqrt{g(x)}$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II HOJA 1

ANÁLISIS

10. Si $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to+\infty} g(x)=4$, $\lim_{x\to+\infty} h(x)=-\infty$ y $\lim_{x\to+\infty} u(x)=0$, indica si es posible, el $\lim_{x\to+\infty}$ de :

a) f(x) – g(x) b) $f(x)^{f(x)}$ c) f(x) + h(x) d) $f(x)^x$ e) f(x)h(x)

f) $u(x)^{u(x)}$ g) f(x)/h(x) h) $(-h(x))^{h(x)}$ i) $g(x)^{h(x)}$ j) u(x)/h(x)

k) f(x)/u(x) l) h(x)/u(x) m) g(x)/u(x) n) x + f(x) ñ) $f(x)^{h(x)}$

o) x + h(x) p) $h(x)^{h(x)}$ q) x^{-x} r) $f^2(x) + h^2(x)$ s) $f^2(x) - h^2(x)$

11. Si $\lim_{x\to4} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to4} g(x)=4$, $\lim_{x\to4} h(x)=-\infty$ y $\lim_{x\to4} u(x)=0$, indica si es posible, el $\lim_{x\to4}$ de :

a) f(x) + g(x) b) f(x)/h(x) c) $f(x)^{-h(x)}$ d) $f(x)^{h(x)}$ e) $f(x)^{u(x)}$

f) $u(x)^{h(x)}$ g) $(g(x)/4)^{f(x)}$ h) $g(x)^{f(x)}$

12. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3+2x-1}{7x^2-2x+3}$ b) $\lim_{x\to+\infty}\frac{-2x^3+2x-1}{3x^3-2x+3}$ c) $\lim_{x\to+\infty}\frac{10x^4}{1-x^3}$ d) $\lim_{x\to+\infty}\frac{3x+1}{\sqrt{4x^2}}$

e) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x^3+5}{x+2}-\frac{4x^3-x}{x-2}\right)$ f) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3}{2x^2+1}-\frac{x}{2}\right)$

g) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1}\right)$ h) $\lim_{x\to+\infty}\left(2x-\sqrt{x^2+x}\right)$ i) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}\right)$ j) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)$

k) $\lim_{x\to-\infty}\frac{5x^4-6x+2}{3x^4+x-1}$ l) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3-5x+3}}{x^2-2x}$ m) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-5x+3}}{3x-2}$ n) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^3+5}{x+2}-\frac{4x^3-x}{x-2}$ ñ) $\lim_{x\to-\infty}3^x$

o) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x-2}{3x}\right)^{2x-1}$ p) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+1}{x}\right)^{x}$ q) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{2x+1}\right)^{x}$

r) $\lim_{x\to1}\frac{x^2+3}{x^2-5x+4}$ s) $\lim_{x\to-2}\frac{x^2-4}{x^3+2x^2+5x+10}$ t) $\lim_{x\to-1}\frac{x^3-2x^2+2x+5}{x^2-6x-7}$ u) $\lim_{x\to4}\frac{x^3-5x+1}{x^3-2x^2-8x}$

v) $\lim_{x\to0}\frac{x^2-5x+2}{x^2+2x}-\frac{x^3+2x+1}{x^3+x}$ w) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+x-1}{x^2+2}\right)^{3x-1}$ x) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x-1}{3x+2}\right)^{\frac{x-1}{2}}$

13. Ejercicios de comparación de infinitos: pág. 137 del libro

Aplicación de los límites: cálculo de asíntotas de funciones.

14. Halla las asíntotas de las siguientes funciones y representa gráficamente como queda la gráfica cerca de ellas:

a) $f(x)=\frac{3x^2-5x-6}{x^2-x-2}$ b) $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ c) $f(x)=\frac{x^2-5x+3}{x+1}$ d) $f(x)=\sqrt{x^2+2x}$

e) $f(x)=\frac{3x^2-5x-6}{(x+1)(x-2)}$ f) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ g) $f(x)=\frac{x^4-2x^2}{x^2-1}$ h) $f(x)=\frac{8-3x}{x(x-2)}$

Continuidad.

15. Estudia la continuidad de las funciones de los ejercicios 1 y 2.

16. Indica el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas en R:

a) $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\le 2\\ k-x & \text{si } x>2\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} x+k & \text{si } x\le 0\\ x^2-1 & \text{si } x>0\end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} \frac{x^4-1}{x-1} & \text{si } x\ne 1\\ k & \text{si } x=1\end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{si } x<1\\ k & \text{si } x\ge 1\end{cases}$

17. Ejercicios de la PAU/ EvAU desde junio de 2011.