

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener a y b para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a x^2 + b x + 2 - 2 \cos(x)}{3 \operatorname{sen}(x^2)} = 4$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Dibuja sobre los mismos ejes las gráficas de las funciones $f(x) = |x|$ y $g(x) = x^2 - 2$. Obtener los puntos de corte entre ambas funciones, los puntos de corte de las funciones con los ejes de coordenadas y las coordenadas del vértice de la parábola.

b) [1 punto] Resuelve $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln(x)$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener valor de m para que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+mx)}{\operatorname{sen}(2x)} & \text{si } x \neq 0 \\ 3 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

sea continua en $x=0$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudiar la posición relativa de $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 2x + 3}$ respecto a sus asíntotas oblicuas.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener a y b para que $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{\operatorname{sen}(x^2)} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ sea continua en $x = 0$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determinar, de manera razonada, el dominio de $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} - \ln(x)$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. Estudia la posición relativa de la función respecto sus asíntotas oblicuas.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Demuestra que la función $f(x) = x^3 - \ln(x) - 5$ corta al menos una vez al eje horizontal en el intervalo $(1, 2)$.

b) [1 punto] Dibuja la función $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ en el dominio $[-\pi/2, \pi/2]$ y justifica por qué es inyectiva en ese dominio.
