Índice

1 Ejercicios 1

1 Ejercicios

1. Calcula las soluciones de las siguientes ecuaciones, indicando si son reales, imaginarias o complejas.

   a) $x^2 - 25 = 0$
   b) $x^2 + 9 = 0$
   c) $x^2 - 2x + 5 = 0$
   d) $x^2 - 4x + 5 = 0$
   e) $-3 + x^2 = 2x^2 + 1$
   f) $(x - 10)^2 = 20x$

2. Halla a y b para que se cumpla cada igualdad

   a) $(2a + b) + 5i = -2 + (a - b)i$
   b) $13 + ai = (a + 3b) + (2b + 3)i$
   c) $a(1 + 2i) + b(2 - i) = 8 + 6i$

3. Calcula el valor de a para que el número complejo $\frac{2a-1}{3-2i}$ se encuentre en:

   a) El eje de abscisas
   b) El eje de ordenadas
   c) La bisectriz del cuarto cuadrante

4. Representa gráficamente los siguientes números complejos

   a) $\frac{1}{2} + i$
   b) $\frac{1}{2} + i$
   c) $-\frac{1}{2} + i$
   d) $-\frac{1}{2} - i$
   e) i
   f) -5
   g) $\frac{5}{2}$
   h) 0

¿Dónde estará situado un número real? ¿Y el número imaginario puro?

5. Resuelve las siguientes operaciones

   a) $(-1 - i) + (-4 + 5i)$
   b) $\frac{-1-i}{-4+5i}$
   c) $(-1 - i)(-4 + 5i)$
   d) $\frac{(-2+i)(1+3i)}{-1+2i} - 2i$

6. Calcula el valor de x para que el resultado sea un número real

a) $(2x+i)(-2+xi)$
b) $\frac{2x-i}{-2+7i}$

7. Averigua el valor de k para que $\frac{2+i}{k-i}$ sea un número real. ¿De qué número real se trata?

8. Expresa en forma polar

a) $2+i$
b) $-2-i$
c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$
d) $2-\sqrt{3}i$
e) $-4i$
f) 12

9. Expresa estos números en la formas binómica y trigonométrica

a) 1_{120^o}
b) 3_{240^o}
c) $2_{\frac{\pi}{3}}$
d) $3_{\frac{3\pi}{2}}$

10. Expresa los siguientes números complejos en formas polar y binómica

a) $3(cos45^o + isen45^o)$
b) $3(cos135^o + isen135^o)$

11. Opera con estos números complejos

$z_1 = 2_{30^o}$ $\qquad$ $z_2 = cos60^o + isen60^o$ $\qquad$ $z_3 = 2_{\frac{5\pi}{4}}$

a) $z_1 \cdot z_2$
b) $z_1 \cdot \overline{z_3}$
c) $z_3 \cdot z_3$
d) $(z_1)^2 \cdot \overline{z_2}$

12. Opera con estos números complejos

$z_1 = 1_{210^o}$ $\qquad$ $z_2 = 3[cos(-30^o) + isen(-30^o)]$

a) $\frac{z_1}{z_2}$
b) $\frac{(z_1)^2 \cdot \overline{z_2}}{z_2}$
c) $\frac{z_2 \cdot \overline{z_1}}{z_1}$

13. Realiza estas operaciones

a) $\left(3_{45^o}\right)^2$

b) $(3-3i)^5$
c) $\left(2_{\frac{\pi}{5}}\right)^6$
d) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{5}i\right)^8$
e) $(4_{330^o})^3$
f) $(-3i)^5$

14. Resuelve

$$[16\cdot(cos60^o+isen60^o)]\cdot\left(2_{210^o}\right)^4$$

15. Utilizando la fórmula de Moivre, expresa $\cos(2\alpha)$ y $sen(2\alpha)$ en función de $\cos\,(\alpha)$ y $sen(\alpha)$

16. Utilizando la fórmula de Moivre, expresa $\cos(3\alpha)$ y $sen(4\alpha)$ en función de $\cos\,(\alpha)$ y $sen(\alpha)$

17. Calcula las siguientes raíces

a) $\sqrt{3_{150^o}}$
b) $\sqrt[3]{-27}$
c) $\sqrt[4]{-i}$
d) $\sqrt[3]{-1+i}$

18. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $z^3-1=0$
b) $z^5+32=0$
c) $z^4+16=0$
d) $z^4-81=0$

19. Calcula y representa las raíces cúbicas de este número

$$\frac{(1+i)}{-1-i}$$

20. Un cuadrado, con su centro en el origen de coordenadas tiene sus vértices en el punto (3,2). Determina los demás vértices.

Retos

21. Sabiendo que $i=(a+bi)^2$ ¿Cuál es el valor de a^2+b^2

22. Determina un número omplejo que cumple que su cubo es un número real y que la parte real del mismo número es una unidad superior a la parte imaginaria

23. Calcula los números complejos que verifican que el cuadrado de su inverso es el opuesto de su conjugado.

24. Halla un número complejo tal que su afijo forme un triángulo equilátero con el de su conjugado y el de -5

25. Indica una solución compleja de la ecuación $Z^6 + Z^3 + 1 = 0$ cuyo argumento esté entre 90º y 180º