

INECUACIONES. GENERALIDADES.

Llamamos *inecuación* a toda desigualdad entre expresiones algebraicas.

Hay, por tanto, inecuaciones de muy diversos tipos: De primer grado, de segundo,..., racionales, irracionales,...y, a su vez, con una o varias incógnitas. Nos ocuparemos por ahora de las inecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita, de algunos casos de inecuaciones racionales así como de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Al igual que en ecuaciones, *resolver una inecuación* es indicar todas las soluciones de la misma. Para ello, usaremos las propiedades de las desigualdades para obtener en cada caso inecuaciones equivalentes a las dadas cuya solución se pueda determinar por métodos elementales.

Las referidas propiedades de las desigualdades son las siguientes:

- i) Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- ii) Si $a < b$, entonces $a + p < b + p$ cualquiera que sea p .
- iii) Si $a < b$ y p es positivo, entonces $ap < bp$.
- iv) **Si $a < b$ y p es negativo, entonces $ap > bp$.**

INECUACIONES LINEALES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Son inecuaciones que, en su expresión más reducida, tienen el formato $Ax + B < 0$, donde la desigualdad expresada puede ser cualquiera de las cuatro usuales ($<$, $>$, \leq ó \geq) y los coeficientes A y B números reales cualesquiera ($A \neq 0$)

Es importante destacar que la solución de una inecuación de este tipo es siempre un intervalo de la recta real y así la expresaremos dicha solución cuando se nos solicite.

INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Son inecuaciones que, en su expresión más reducida, tienen el formato: $Ax^2 + Bx + C < 0$ donde A , B y C son números reales cualesquiera ($A \neq 0$) y el signo $<$ sustituible por cualquiera de los signos usuales de desigualdad ($>$, \leq ó \geq)

Para obtener la solución de una inecuación de este tipo resolveremos en primer lugar la ecuación asociada a la misma, esto es, la ecuación $Ax^2 + Bx + C = 0$. Según la naturaleza de las soluciones distinguiremos tres casos:

- A) Si la ecuación tiene dos soluciones distintas x_1 y x_2 . (Supongamos $x_1 < x_2$)

En tal caso, señalaremos las dos soluciones en la recta real. Con ello la recta quedará dividida en tres intervalos $]-\infty, x_1[$, $]x_1, x_2[$ y $]x_2, +\infty[$.

Seleccionaremos a continuación un valor de cada intervalo y lo sustituiremos en el polinomio asociado a la ecuación. El signo que tenga dicha sustitución en el punto seleccionado coincide con el signo del polinomio en todo el intervalo correspondiente lo que permite resolver de manera sencilla la inecuación planteada.

B) Si la ecuación tiene dos soluciones iguales:

En este caso procederemos igual que en el caso anterior. La diferencia está en que ahora la recta real quedará dividida en dos intervalos solamente y serán por tanto dos los valores a seleccionar.

C) Si la ecuación no tiene solución.

Procediendo igual, no habrá en este caso ningún valor que anotar en la recta. En consecuencia, el polinomio asociado a la ecuación no cambiará de signo en toda la recta. Seleccionando un valor cualquiera, sabremos el signo del polinomio y la solución de la inecuación será evidente

5.4.- INECUACIONES RACIONALES.

Son inecuaciones en las que intervienen fracciones algebraicas. Nos ocuparemos solo de aquellas cuyo formato es $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$ donde $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios de grado menor o igual que 1.

Para resolverlas estudiaremos por separado el signo del numerador y del denominador lo que permite, tras un sencillo análisis hallar la solución de la inecuación correspondiente.

ACTIVIDADES

1.- Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

A) $4(x-3) \leq 6 - 2(x-3)$;

B) $6x - 2(x-1) \leq 2x - (4x+2)$;

C) $\frac{3(x+1) - 2(x+6)}{12} \geq 9 - x$

D) $1-4x < 2x-9\left(\frac{x}{3} - 3\right) + 1$

E) $\frac{2x-1}{4} - \frac{x+1}{8} \geq -\frac{3}{16}$;

F) $2x - 8\left[x - \frac{3}{2}(2x-3)\right] > 1$

2.- Resuelve estas inecuaciones de segundo grado:

A) $x^2 - 5x + 4 \leq 0$

B) $2x^2 - x - 6 \geq 0$

C) $x^2 + 2x - 3 < 0$

D) $6x^2 + 16x - 6 > 0$

E) $10x^2 + x - 2 \leq 0$

F) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

G) $4x^2 + 2x - \frac{3}{4} \leq 0$

H) $\frac{x^2}{6} + \frac{x}{6} - 1 > 0$

I) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$

J) $4x^2 - 4x + 1 > 0$

K) $x^2 + 6x + 9 \leq 0$;

L) $4x^2 + 12x + 9 < 0$;

M) $x^2 - 5x \geq 0$

N) $2x^2 - x \leq 0$

Ñ) $x^2 + x < 0$

O) $x^2 + 6x > 0$

P) $4x^2 + 9 \leq 0$

Q) $x^2 + 4 < 0$

R) $2x^2 - 8 < 0$

S) $25x^2 - 81 > 0$

3.- Resuelve estas inecuaciones racionales: A) $\frac{x+2}{x-4} \leq 0$ B) $\frac{7}{x-2} > 0$ C) $\frac{x+5}{1-x} \leq 0$

D) $\frac{2x}{x+3} \geq 0$

4.- Plantea en cada caso una inecuación que te permita resolver las cuestiones siguientes:

A) ¿Qué números reales verifican que su triple menos 5 es, a lo sumo, 7?

B) ¿Qué números reales cumplen que su quinta parte es, como mínimo, 3?

C) ¿Qué naturales consecutivos cumplen que su producto disminuido en 30 unidades supera a su suma?

D) El área de un rectángulo supera los 600m^2 y tiene 5m más de largo que de ancho. ¿Cuál es, como mínimo, el ancho?

E) El lunes estudié 4 horas, el martes y el miércoles 2 horas cada día, el jueves 3 horas y el viernes 3 horas y media. Me he propuesto estudiar a la semana una media superior a 3 horas diarias. ¿Cuánto he de estudiar como mínimo durante el fin de semana para conseguirlo?

F) Un representante recibe al año un fijo de 10.000 € y una comisión del 10% sobre el importe de sus ventas. Si desea ganar entre 20.000 y 25.000 euros, ¿entre qué valores deben situarse sus ventas?

G) La tarifa de un taxi es de 2,5€ de bajada de bandera y 0,90€ por Km recorrido. ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer como máximo si tengo 20€?

H) En el recibo de luz nos cobran 9,20€ en concepto de canon de potencia, 1,14€ por alquiler de equipos y 0,079213 euros por Kw consumido. La factura se incrementa con un 16% de IVA ¿A partir de cuántos Kw la factura es superior a 60€? ¿Cuántos Kw podemos gastar si la factura no debe superar los 30€?

I) A Luis le ofrecen dos contratos para su móvil: Con el contrato A paga una cuota fija mensual de 27€ y 0,0015€ por segundo de llamada. El contrato B no tiene cuota fija y la facturación es de 0,001€ por segundo. Haz un estudio que seleccione el mejor contrato en función del tiempo que usemos el teléfono.