

Límite de una Función: Límites Trigonométricos

Idea principal del recurso educativo digital: solucionar de algunos ejercicios de límites trigonométricos.

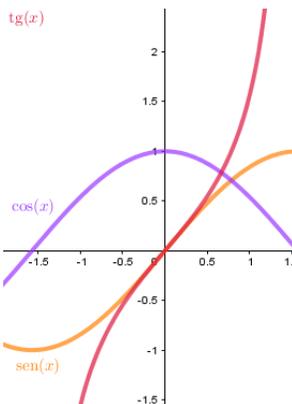
Propósito de aprendizaje del recurso educativo digital: Comprender la solución de algunos límites trigonométricos.

Introducción

Para iniciar el docente debe hacer un recuento sobre algunos temas como: identidades trigonométricas pitagóricas, identidades trigonométricas de ángulo doble, diferencia de cuadrados y propiedades de las desigualdades.

Narración

Al ingresar al recurso el docente se encontrará con dos ventanas: en la ventana de la izquierda se graficarán las funciones de los ejercicios.



En la ventana de la derecha se encuentran los enunciados de los ejercicios propuestos, con los botones correspondientes a su solución:

Límites trigonométricos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$$

Ejemplo 1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos}(x)}{x} = 0$$

Ejemplo 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

Ejemplo 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos}(2x)}{x^2} = 2$$

Ejemplo 4

En el desarrollo de cada ejercicio se mostrará el botón Siguiete, con el cual se podrá visualizar el paso siguiente del desarrollo.

Interactividad

Los elementos interactivos con los que cuenta el recurso son:

- Los botones que indican el ejercicio

Ejemplo 1

Ejemplo 2

Ejemplo 3

Ejemplo 4

- El botón siguiente aparece en la pantalla del desarrollo de cada ejercicio, el cual al ser seleccionado mostrara el paso siguiente

Siguiete

- Al seleccionar el botón de inicio este retrocederá a la pantalla principal.

Inicio

Cuando el docente ingre al recurso educativo digital encontrará los ejercicios propuestos y los botones que lo llevará a ver su solución. Es importante resaltar que al finalizar cada ejercicio (cuando se desaparezca el botón "Siguiente") el docente debe oprimir el botón "Inicio" para volver a la página y seleccionar otro ejemplo.

En el primer ejercicio se realizará una explicación intuitiva acerca del porqué el $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(u)}{u} = 0$, para esto se recurre a una relación que reúne lo algebraico y lo geométrico: paso a paso de genera una relación entre las áreas de triángulos estratégicos llegando a una desigualdad, que después de un tratamiento algebraico, resulta generando la respuesta deseada.

En el segundo, tercer y cuarto ejercicio el docente debe hacer uso del recuadro que se encuentra en la parte superior derecha de la ventana de la derecha, en el cual aparecerán las propiedades que son necesarias para el desarrollo del ejercicio; estas irán apareciendo a medida que sean necesarias.

Al ingresar al recurso el docente se encontrará con la siguiente pantalla

Límites trigonométricos

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$ Ejemplo 1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos}(x)}{x} = 0$ Ejemplo 2
$\lim_{x \rightarrow 0} x \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ Ejemplo 3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos}(2x)}{x^2} = 2$ Ejemplo 4


UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

En la que se visualizan los ejercicios propuestos. Cada vez que el docente seleccione un botón el cual este etiquetado como **ejercicio #**, se presentará la solución del ejercicio en la ventana de la derecha y en la ventana de la izquierda se graficará la función.

Ejemplo:

$\lim_{x \rightarrow 0} x \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

Propiedades
 $-1 \leq \text{sen}(u) \leq 1$

Sabemos que
 $-1 \leq \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \leq 1$

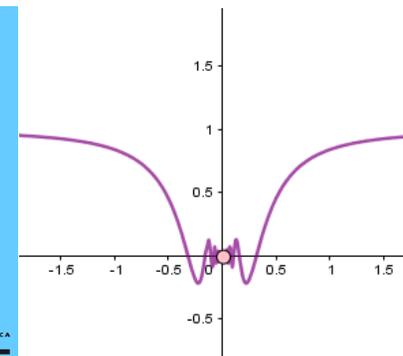
Multiplicamos por x con $x > 0$
 $-x \leq x \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \leq x$

Aplicamos el límite a la desigualdad
 $\lim_{x \rightarrow 0} -x \leq \lim_{x \rightarrow 0} x \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \leq \lim_{x \rightarrow 0} x$

$\lim_{x \rightarrow 0} x \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

Inicio


UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL



Dentro de la pantalla en la cual aparece el desarrollo del ejercicio, se encuentra el botón siguiente el cual indica el paso siguiente.

Siguiente

En este recurso el docente encontrará una serie de ejercicios con los cuales puede explicar los diferentes casos de límites trigonométricos; este recurso digital se puede catalogar como un recurso de acompañamiento.

Conclusión o desenlace

Mostrar que hay ciertos ejercicios de límites trigonométricos que se pueden resolver con pasos similares, con el fin de que el estudiante agrupe los ejercicios según las técnicas explicadas en los ejercicios.