La successione di Fibonacci 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8..., in cui ogni termine, tranne i primi due, è la somma dei due precedenti,è una *successione ricorsiva* data da:

$$0 + 1 = 1;\ 1 + 1 = 2;\ 2 + 1 = 3;\ 3 + 2 = 5;\ 5 + 3 = 8;\ \ldots\ ;\ \mathbf{F_{n-2} + F_{n-1} = F_n}$$

Ad insaputa dello scopritore, anche la successione che porta il suo nome è indissolubilmente legata alla sezione aurea; infatti nel 1611 Keplero scoprì che il rapporto fra due numeri consecutivi della serie di Fibonacci approssima via via, sempre più precisamente, il numero aureo:

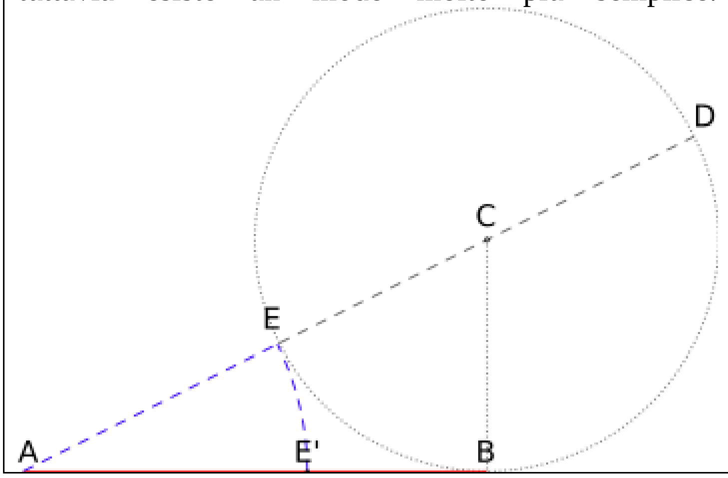
$$\begin{aligned} &\ldots \\ &55/34 = 1{,}617647 \\ &89/55 = 1{,}618182 \\ &144/89 = 1{,}617978 \\ &233/144 = 1{,}618056 \\ &377/233 = 1{,}618026 \end{aligned}$$

ma Keplero, quale astronomo, non era forse tanto interessato a dimostrare la fondatezza della sua scoperta, quanto piuttosto a ricercarla nell'architettura dell'universo. La dimostrazione fu fornita, invece, un secolo più tardi e ulteriormente sancita dalla scoperta della formula generatrice della serie di Fibonacci ad opera di Jacques Binet (1786-1856).

Costruzione geometrica della sezione aurea **(Utilizzare Geogebra)**

La sezione aurea può essere costruita geometricamente, con riga e compasso, su qualsiasi segmento AB, ed è possibile agire in due modi:

1. dividere il segmento dato le proporzioni media ed estrema
2. creare dal medesimo un segmento in proporzione media ed estrema

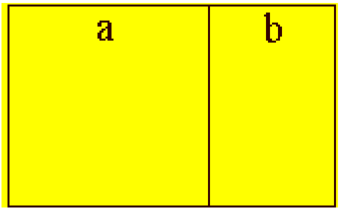
Nel primo caso una possibile divisione del segmento ci è indicata da Euclide alla *Prop.* 30, libro VI, tuttavia esiste un modo molto più semplice: 	**Dimostrazione** Per il teorema delle tangenti e delle secanti si ha che AB è medio proporzionale rispetto a AE e AD: AD : AB = AB : AE Per le proprietà delle proporzione: (AD - AB) : AB = (AB - AE): AE da cui si ha, ricordando che AE = AE': AE' : AB = E'B : AE' **AB : AE' = AE' : E'B**

Dato un segmento AB, si traccia la perpendicolare in B di lunghezza CB, pari a AB/2, si traccia poi l'ipotenusa AC del triangolo rettangolo così disegnato e su di essa si segna il punto E, ove passa la circonferenza di centro C e raggio CB. Si riporta ora il segno con raggio AE su AB definendo il segmento AE' medio proporzionale rispetto ad AB e E'B.

COSTRUZIONE GEOMETRICA DEL RETTANGOLO AUREO (Utilizzare Geogebra)

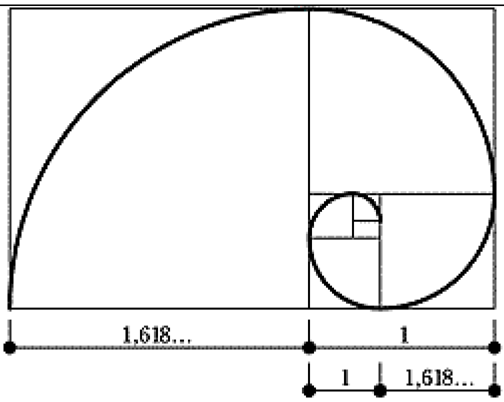
Il rettangolo aureo è un rettangolo le cui proporzioni corrispondono alla sezione aurea. Disegna un quadrato AEFD. Quindi dividere il segmento AE in due chiamando il punto medio A'. Utilizzando il compasso e puntando in A' disegnare un arco che da F intersechi il prolungamento del segmento AE in B. Con una squadra disegnare il segmento BC perpendicolare ad AB. Il rettangolo ABCD è un rettangolo aureo nel quale AB è diviso dal punto E esattamente nella sezione aurea:

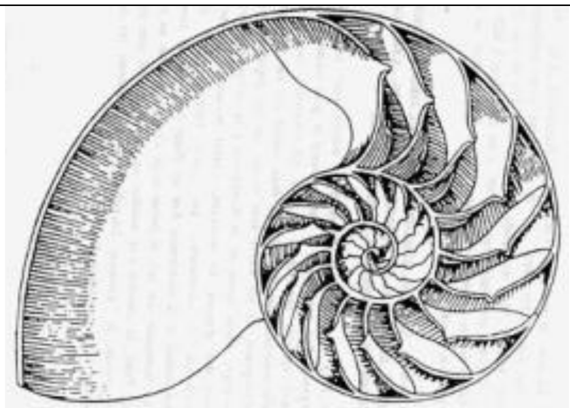
AE:AB=EB:AE



COSTRUZIONE GEOMETRICA DEL "NAUTILUS" (Utilizzare Geogebra)

In matematica, una **spirale** è una curva che si avvolge attorno a un determinato punto centrale o asse, avvicinandosi o allontanandosi progressivamente, a seconda di come si percorre la curva.
Se partiamo da un rettangolo aureo e tagliamo da questo un quadrato, quello che rimane è ancora un rettangolo aureo, più piccolo. L'operazione può continuare all'infinito, ritagliando quadrati che lasciano sempre rettangoli aurei. Se uniamo poi i due vertici opposti dei quadrati successivi, com'è indicato in figura, otteniamo una spirale logaritmica, nota come la "spirale d'oro". La spirale logaritmica, che si ritrova sovente in natura, è l'unico tipo di spirale che mantenga sempre la stessa forma, quando continua ad allargarsi. Pensiamo ad esempio a certe conchiglie di molluschi che hanno proprio la forma della spirale logaritmica, forma che non cambia quando la conchiglia cresce.





Il rosone della chiesa di Santa Croce a Lecce.