

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sean los puntos $A(0,1)$, $B(5,-2)$ y $C(3,a)$.

a) [1 punto] Obtener a para que el vector $\vec{AB}$ sea perpendicular al vector $\vec{BC}$.

b) [1,5 puntos] Si $a=0$ obtener la mediatriz del segmento $\overline{AC}$.

Ejercicio 2.- Sea $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 3}{2x - 1}$.

a) [1,5 puntos] Obtener a y b para que la función tenga una asíntota oblicua en la recta $2y + x - 3 = 0$.

b) [1 punto] Si $a=1$ y $b=0$ obtener los extremos relativos (abscisas y valores correspondientes de las ordenadas).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a $f(x) = (x-1)e^{1-x^2}$ en $x=2$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] De todos los triángulos isósceles de perímetro igual a 1 , obtener las dimensiones del triángulo de área máxima. Plantear un problema de optimización y explicar todos los pasos.

Opción B

Ejercicio 1.- Tenemos el plano de una zona costera, donde el puerto A se sitúa en el origen de coordenadas y el puerto B está a 100 Km Este y 30 Km Norte del puerto A.

Un barco navega en las aguas cercanas a ambos puertos, según la trayectoria $x + 2y = 80$ (donde x es la dimensión horizontal del plano medida en km e y la dimensión vertical medida en km).

El barco sufre un problema mecánico en el punto de la trayectoria con $x = 40$, y decide echar el ancla y pedir ayuda.

- a) [0,5 puntos] ¿Qué puerto está más cerca del barco? Explicar de forma razonada.
- b) [0,5 puntos] Si finalmente el barco de rescate parte del puerto B a una velocidad de $15 km/h$, ¿cuánto tiempo tarda en llegar al barco averiado?
- c) [1,5 puntos] ¿Qué ángulo forma la línea que une el barco averiado y el puerto A, con la línea que une el barco averiado y el puerto B?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Obtener los puntos de inflexión de $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ (obtener solo las abscisas).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener a y b para que $f(x)$ sea derivable en $x=1$ (ojo: estudiar solo en $x=1$).

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x + 5 & \text{si } x \leq 1 \\ a \cdot \sqrt{x} + \frac{b}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- Sea $f(x) = \sqrt{x^3 - 9x}$

- a) [1 punto] Obtener su dominio.
- b) [1,5 puntos] Obtener los intervalos de crecimiento, intervalos de decrecimiento y extremos relativos (abscisas y valores correspondientes de las ordenadas).