

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos]** Determina  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x=0$  y  $x=3$ .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

**b) [1 punto]** Sea  $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4x - 5}$ . Estudia la continuidad en  $x = -1$  y  $x = 5$ . Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

**Ejercicio 2.-** Calcula los siguientes límites.

**a) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$       **b) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$       **c) [0,5 puntos]**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 1}{2x^3 + 1}$

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Estudia la continuidad de  $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ -x^2 + 6 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$  en  $x = -2$  y en  $x = 3$ .

**b) [1 punto]** Estudia la continuidad de  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ 2x - 4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$  en  $x = 1$ .

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Determinar, en función del parámetro  $k \in \mathbb{R}$ , el rango de los siguientes vectores:  $\vec{u} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{v} = (1, k + 1, 1)$ ,  $\vec{w} = (1, 1, k + 1)$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos]** Estudia la continuidad de la siguiente función en los puntos  $x=1$  y  $x=5$  .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ 2x - 4 & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ \ln(x - 5) & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

**b) [1 punto]** Encuentra el valor de  $a$  que verifica  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + ax} - 2x) = \frac{1}{3}$

**Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos]** Calcula  $a, b, c$  en  $f(x) = a + \frac{bx + c}{x^2 + 1}$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  , la gráfica corta al eje de ordenadas en  $y=2$  y la función pasa por el punto  $(1, \frac{3}{2})$  .

**b) [1 punto]** Determina el valor de  $k$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ kx & \text{si } x > -2 \end{cases}$  sea continua en  $x = -2$  .

**Ejercicio 3.- a) [1 punto]** Calcula el dominio de  $f(x) = \ln(x+1)$

**b) [0,5 puntos]** Calcula el dominio de  $h(x) = \sqrt{x-3}$

**c) [0,5 puntos]** Calcula el dominio de  $g(x) = \frac{x}{x-1}$

**c) [0,5 puntos]**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + 6x - 7}{x^2 - 5x + 3}$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Sea el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + y + (m+1)z = 2 \\ x + (m-1)y + 2z = 1 \\ 2x + my + z = -1 \end{cases}$  .

Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro  $m \in \mathbb{R}$  .