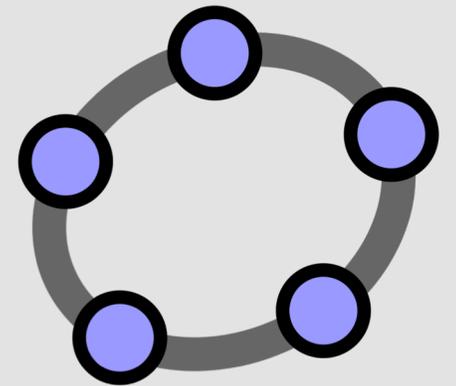


Diseño de recursos educativos abiertos para la enseñanza de vectores.

Francisco Javier Anaya Puebla

Lidia Aurora Hernández Rebollar

Sergio Rubio-Pizzorno



Resumen

- Se presenta el diseño de un Recurso Educativo Abierto para la enseñanza-aprendizaje de vectores elaborado en la plataforma GeoGebra.

Problemática

- En el área de las matemáticas el concepto de vector y sus operaciones son considerados en distintas investigaciones como requisito para la comprensión de distintos temas dentro del álgebra lineal (Borja, 2015; Kú, Trigueros y Oktaç, 2008; Roa-Fuentes y Oktaç, 2012; Salgado y Trigueros, 2014). Así también, en otras áreas del conocimiento, como por ejemplo física, matemáticas, química, computación, etc., distintas investigaciones han reportado su importancia y algunas dificultades en la comprensión de este tema.

Problemática

- En términos de la comprensión de los estudiantes de conceptos vectoriales en un contexto físico, Barniol y Zavala (2014) los clasifican en tres grupos:
 1. Aquellos que analizan la comprensión de los conceptos vectoriales en problemas sin un contexto físico
 2. Estudios que investigan su comprensión en problemas con un contexto físico
 3. Estudios que comparan el desempeño de los estudiantes en ambos tipos de problemas, con y sin un contexto físico.

Además, Barniol y Zavala (2014) presentan una revisión de investigaciones y asocian los 10 conceptos de vectores utilizados en los cursos de introducción y las dificultades de los estudiantes

Concepto de Vector	Estudios Previos
1. Dirección de un vector	Knight; Nguyen y Meltzer
2. Magnitud de un vector	Knight, Nguyen y Meltzer
3. Componentes de un vector	Knighth, Van Deventer y Wittmann; Van Deventer
4. Vector unitario en el plano cartesiano	Ninguno
5. Representación gráfica de un vector	Ninguno
6. Suma de vectores	Knight, Nguyen y Meltzer, Flores et al.; Van Deventer
7. Resta de vectores	Flores et al., Van Deventer and Wittmann, Van Deventer; Wang y Sayre, Van Deventer
8. Multiplicación de un escalar por un vector	Van Deventer
9. Producto punto	Knight, Van Deventer y Wittmann, Van Deventer, Wang y Sayre, Van Deventer
10. Producto cruz	Knight, Van Deventer

¿Cómo se desarrolló la propuesta de elaboración de REA para la enseñanza de vectores?

- La disponibilidad de recursos de aprendizaje de matemáticas en línea (como las bibliotecas digitales y los objetos de aprendizaje) permite que muchos estudiantes ahora puedan recurrir a estas herramientas antes de consultar a un maestro o en libro de texto. Esto plantea preguntas sobre ***cómo organizar los recursos para facilitar el acceso y cómo diseñarlos pedagógicamente para fomentar la comprensión de los conceptos*** (Borba et al., 2016).

¿Cómo se desarrolló la propuesta de elaboración de REA para la enseñanza de vectores?

- Los entornos digitales ofrecen más de un opción en el que los estudiantes pueden interactuar, con la posibilidad de integrar y utilizar simultáneamente registros diferentes (como numéricos, simbólicos, gráficos) con la misma herramienta (pantalla de la herramienta tecnológica), o diferentes herramientas (las pantallas de las diferentes herramientas presentes en el aula).
- Estos entornos los consideraremos de representación múltiple, en tanto los estudiantes tienen a su disposición variadas representaciones de los mismos objetos matemáticos, todas ellas interactuando de manera simultánea (Arzarello y Robutti, 2010).

¿Cómo se desarrolló la propuesta de elaboración de REA para la enseñanza de vectores?

- Así también, el uso de ambientes digitales que permitan el uso de multi-representaciones abonan a la interiorización del concepto, ya que funcionan como catalizadores del mecanismo de interiorización (Romero y Oktaç, 2015).

REA

- El Recurso Educativo Abierto consiste en un material de tipo colección o libro abierto (Wiley, Bliss y McEwen, 2014) llamado Libro GeoGebra, en el cual se organizan diferentes recursos individuales llamados Actividades GeoGebra. Todos ellos elaborados para abordar los siguientes temas:
 - Vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3
 - Suma de vectores
 - Multiplicación de un vector por escalar
 - Norma (o magnitud) de un vector
 - Ángulo entre dos vectores
 - Distancia entre dos vectores
 - Producto Punto
 - Producto Cruz
 - Combinación lineal



Vectores

Vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3

Suma de Vectores

Vector por Escalar

Producto Punto

Norma de un vector

Distancia entre vectores

Ángulo entre dos vectores

Producto Cruz (producto vectorial)

Combinación Lineal

Vectores

Autor: [Francisco Javier Anaya](#)

Tema: [Vectores](#)

Vectores

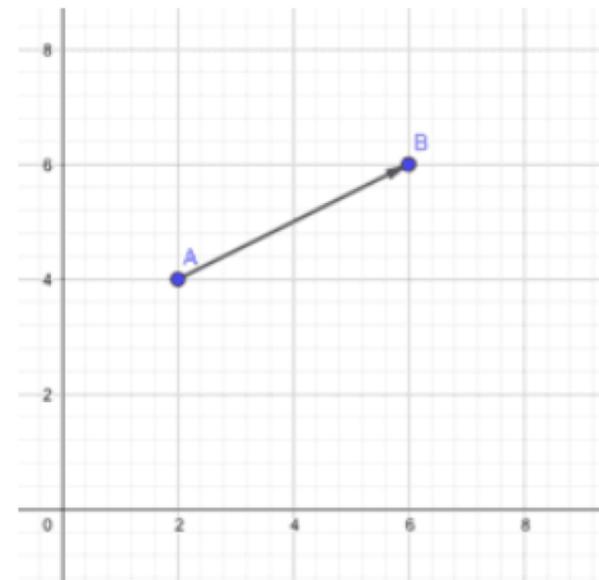


Tabla de contenidos

[Vectores en \$\mathbb{R}^2\$ y \$\mathbb{R}^3\$](#)

[Vectores en el Plano \(\$\mathbb{R}^2\$ \)](#)

[Vectores en \$\mathbb{R}^3\$](#)

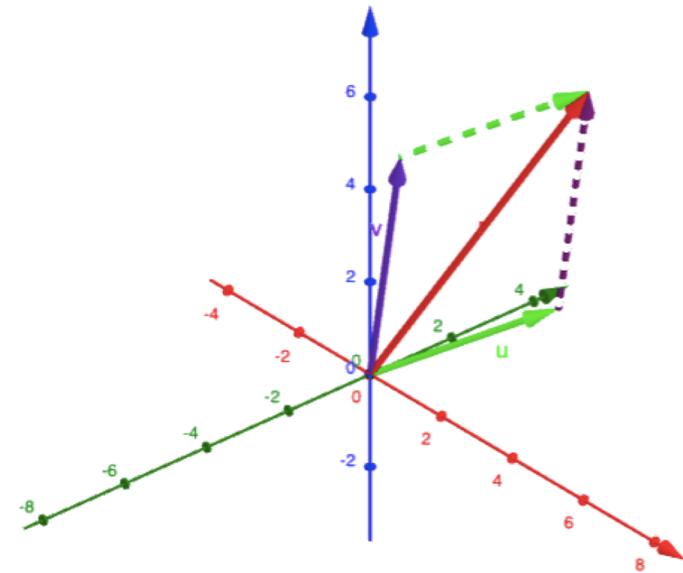
Suma de Vectores en \mathbb{R}^3

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Mostrar suma

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} 3+2 \\ 2+(-1) \\ 2+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}$$



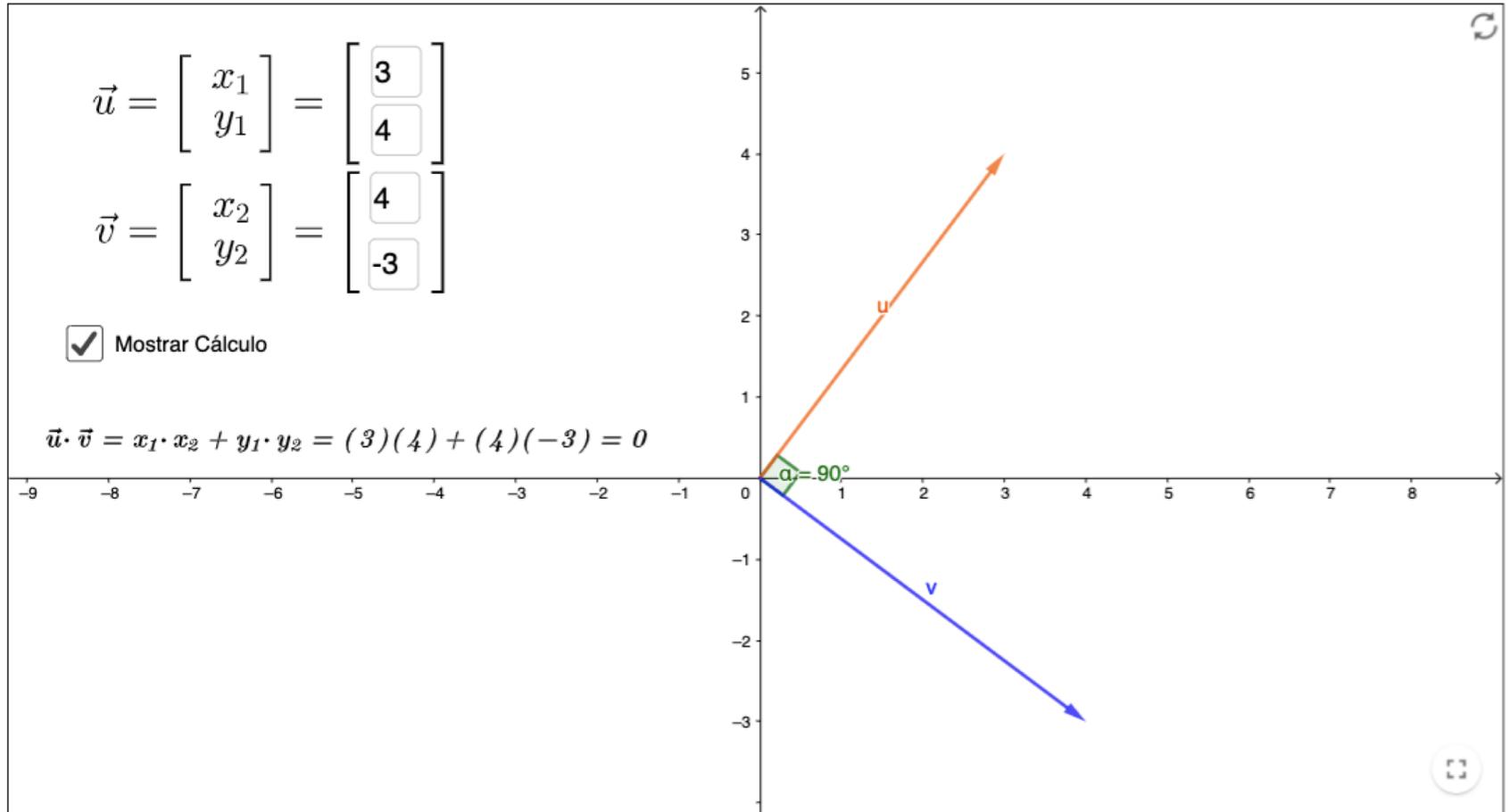
Calculadora de producto punto

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

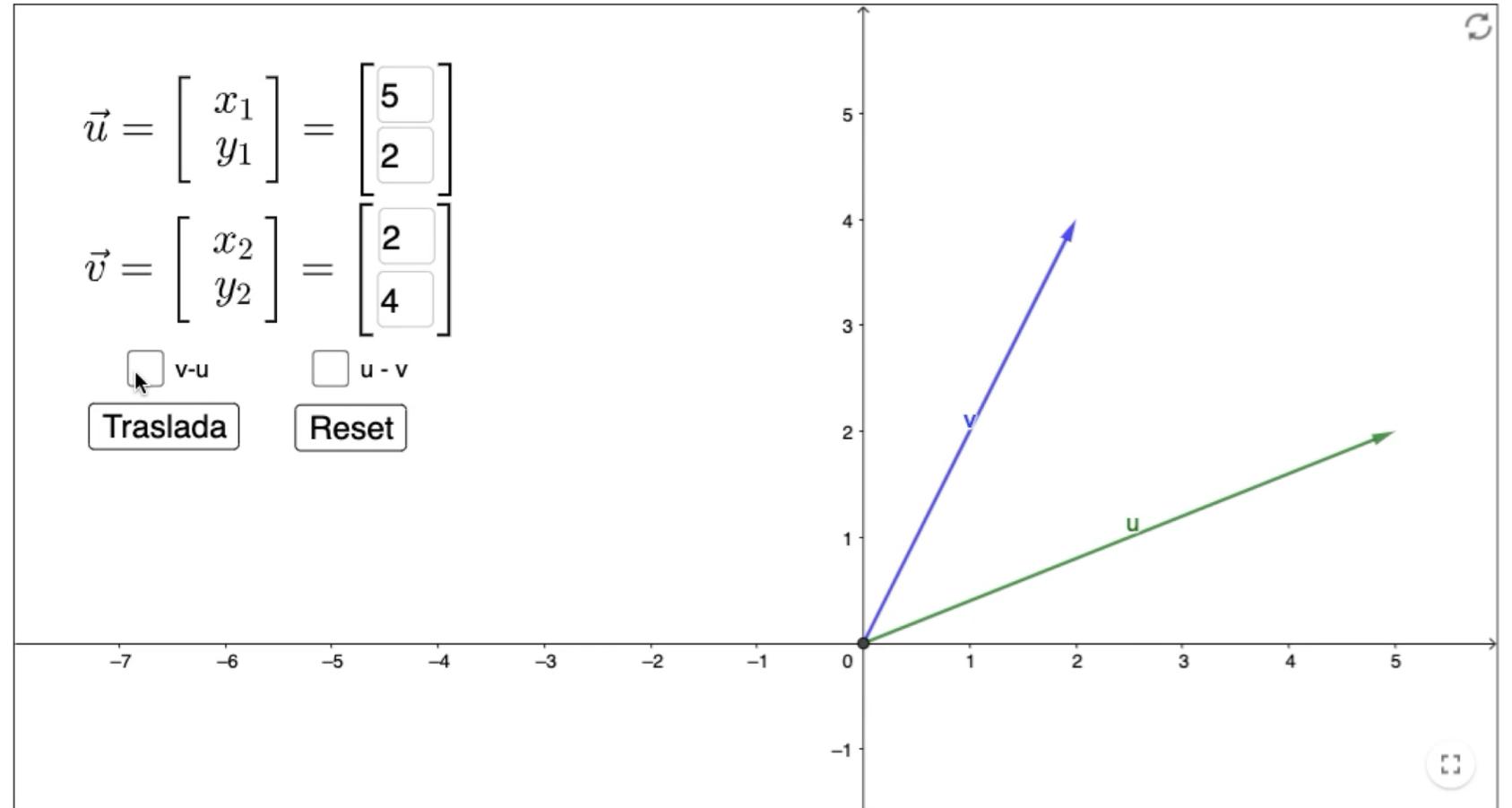
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Mostrar Cálculo

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = (3)(4) + (4)(-3) = 0$$



Distancia entre vectores

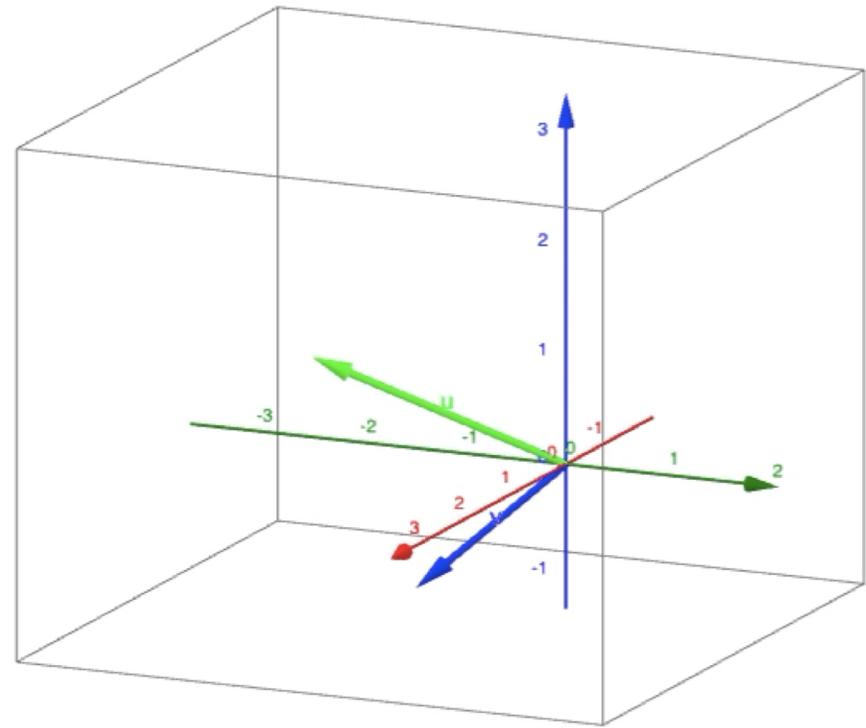


Producto Cruz

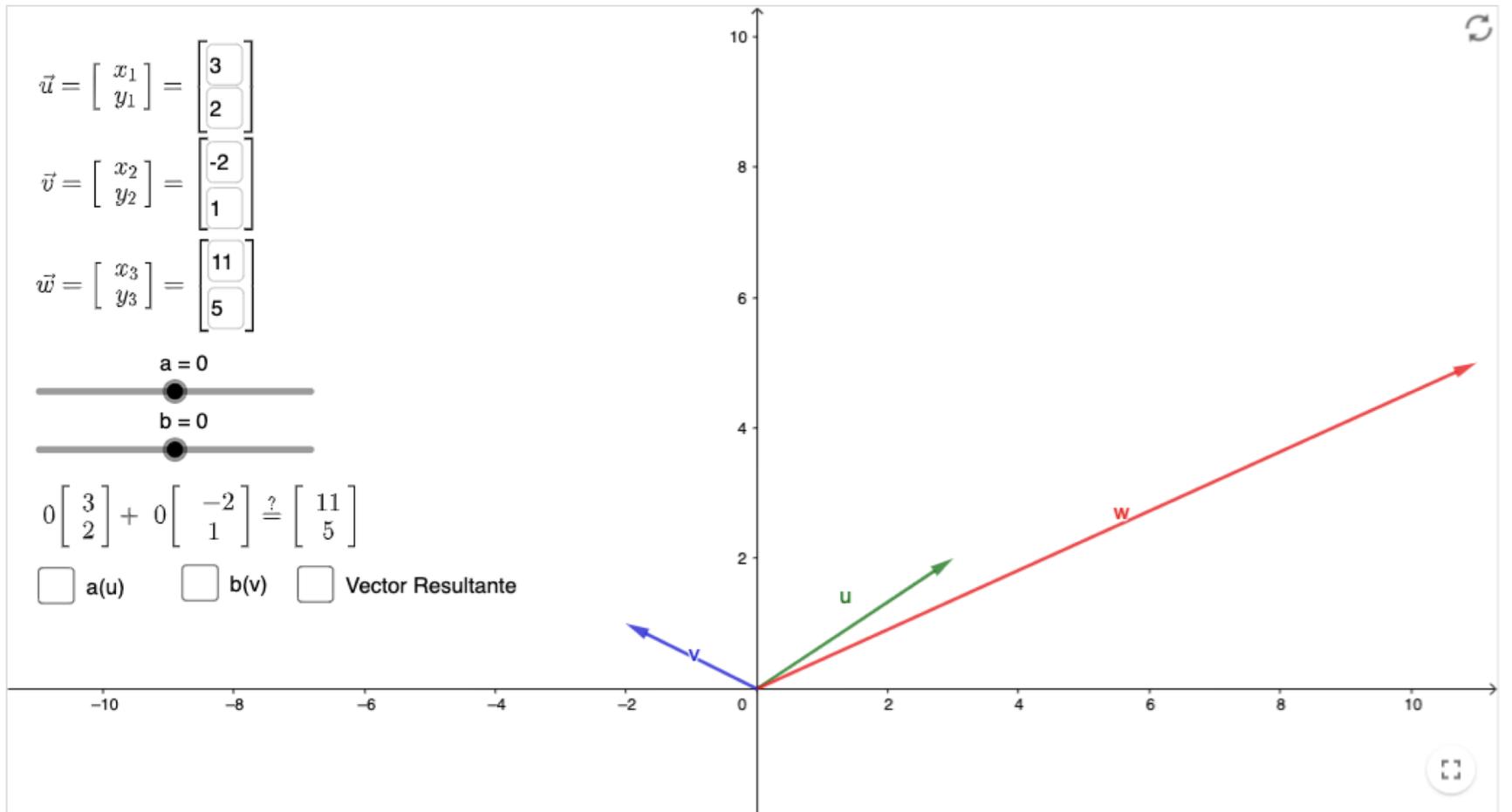
$$\vec{u} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$u \otimes v$ $v \otimes u$
 Mostrar Plano



Combinación Lineal



Referencias

- Arzarello, F. & Robutti, O. (2010). Multimodality in multi-representational environments, *ZDM Mathematics Education*, 42: 715. DOI: 10.1007/s11858-010-0288-z
- Barniol, P. y Zavala, G. (2014). Test of understanding of vectors: A reliable multiple-choice vector concept test. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.10.010121>
- Borba, M. C., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S., & Aguilar, M. S. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 48, 589–610. DOI 10.1007/s11858-016-0798-4
- Borja Tecuatl, I. (2015). Conjunto solución a un sistema de ecuaciones lineales: Una mirada desde la perspectiva de la teoría APOS (tesis doctoral inédita). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Unidad Zacatenco, Ciudad de México, México.
- Gutiérrez, E. y Martín, J. (2015). Dificultades en el aprendizaje de vectores, en los estudiantes que cursan materias del ciclo introductorio de la FCEFyN de la UNC. *Revista de Enseñanza de la Física*, 27(2), 89–96.
- Kú, D., Trigueros, M., & Oktaç, A. (2008). Comprensión del concepto de base de un espacio vectorial desde el punto de vista de la teoría APOE. *Educación matemática*, 20(2), 65-89.
- Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2012). Validación de una descomposición genética de transformación lineal: un análisis refinado por la aplicación del ciclo de investigación de la teoría APOE. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 15(2), 199-232
- Romero, C.F. & Oktaç, A. (2015). Representaciones dinámicas como apoyo para la interiorización del concepto de transformación lineal. *Anales de XIV CIAEM-IACME*, Chiapas, México, 2015. Recuperado de: http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/454/209
- Salgado, H., & Trigueros, M. (2014). Una experiencia de enseñanza de los valores, vectores y espacios propios basada en la teoría APOE. *Educación matemática*, 26(3), 75- 107.