DIstribuição Normal

Juscelino Bezerra

25.09.2020

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx < \infty$?

- Fatores constantes no integrando não alteram a convergência ou a divergência da integral imprópria!

Desta forma, (1) se torna equivalente a responder se

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx < \infty$?

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx < \infty$?

- Uma mudança de variável simplifica o integrando

fazendo com que (2) se torne equivalente a responder se

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx < \infty$?

Precisamos então verificar se

$$\int_{-\infty}^{0} e^{-x^2}dx < \infty \quad \text{e} \quad \int_{0}^{\infty} e^{-x^2}dx < \infty.$$

- Como a função e^{-x^2} é par, ou ambas as integrais acima convergem ou ambas divergem!

O que nos resta então é verificar se

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx < \infty.$$

Faremos isto através do Teorema de Comparação.