

# Hoofdstuk II: rationale functies

www.karelappeltans.be

October 1, 2021

## 1 voorbeelden

$$f(x) = \frac{x+2}{x-3} \quad g(x) = \frac{x^2-1}{x^2+x-2} \quad h(x) = \frac{2x^2}{x+1} \quad j(x) = \frac{1}{x^2-4}$$

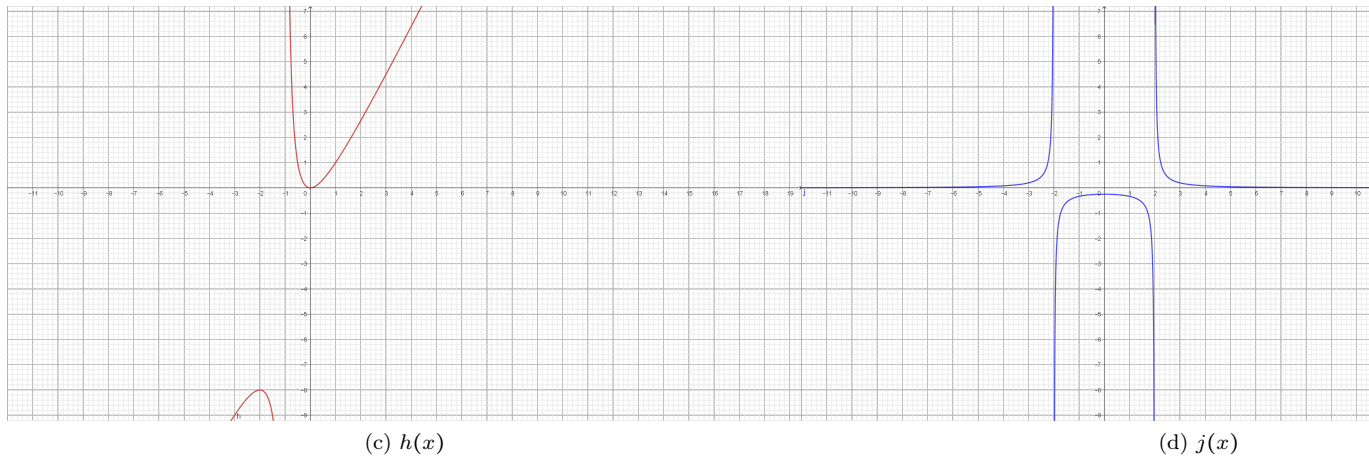
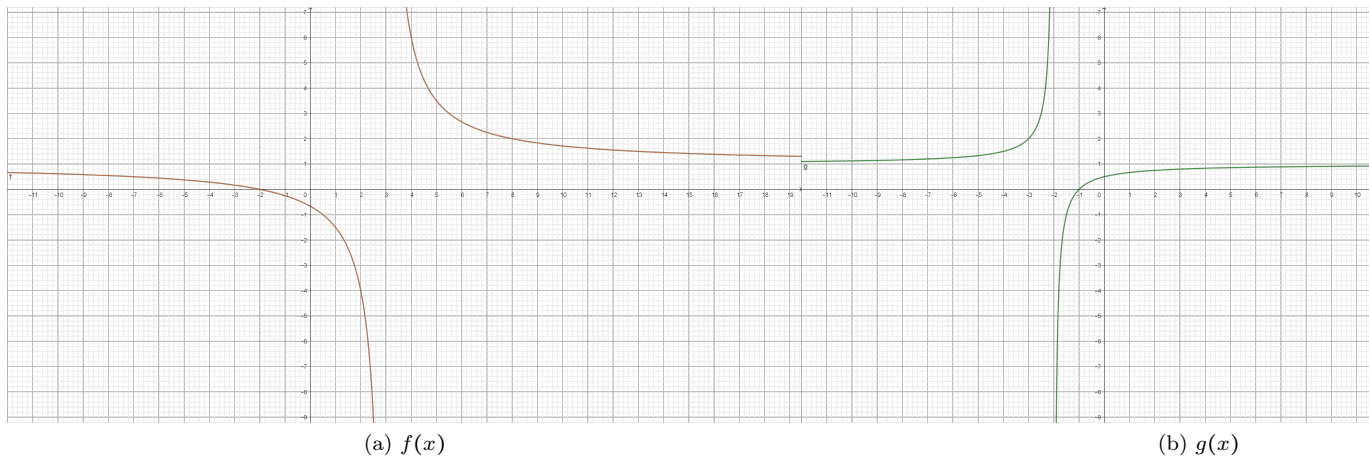


Figure 1: voorbeelden rationale functies

## 2 Definitie

Een rationale functie is een breuk van twee veeltermfuncties met  $gr(N) \geq 1$

### 3 domein

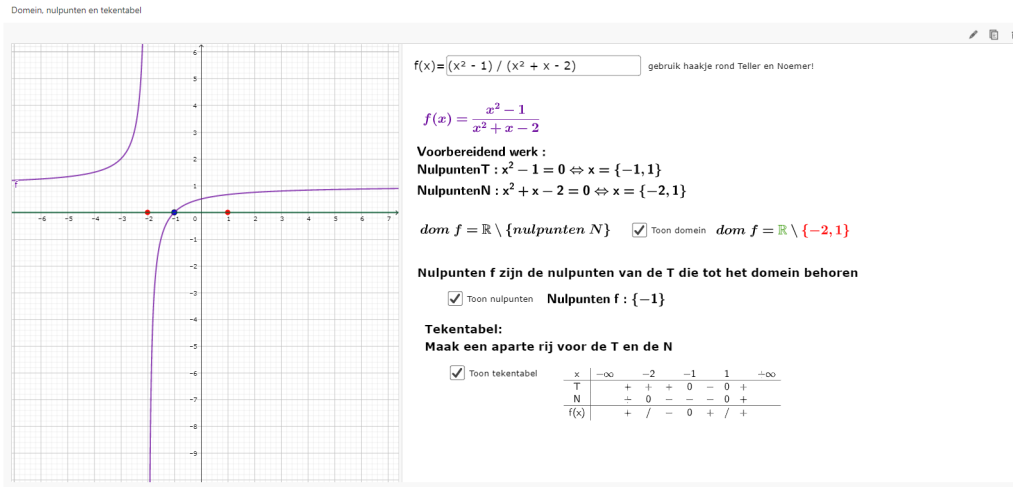


Figure 2: <https://www.geogebra.org/m/sz7kypag>

### 4 nulpunten

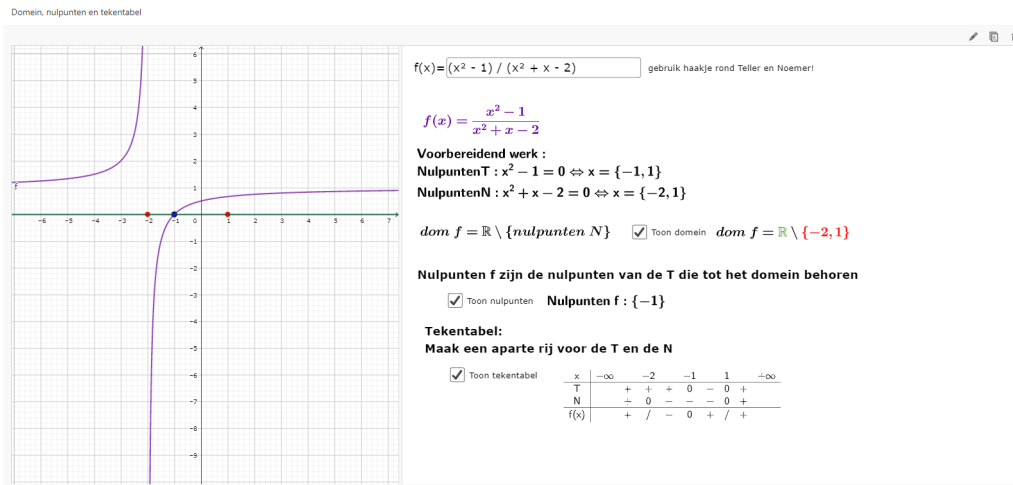


Figure 3: <https://www.geogebra.org/m/sz7kypag>

## 5 tekentabel

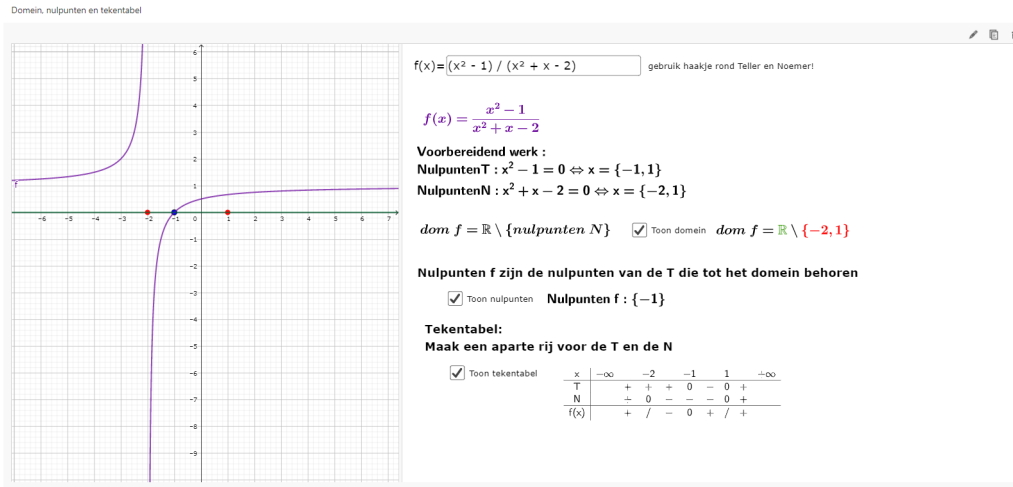


Figure 4: <https://www.geogebra.org/m/sz7kypag>

## 6 ongelijkheden

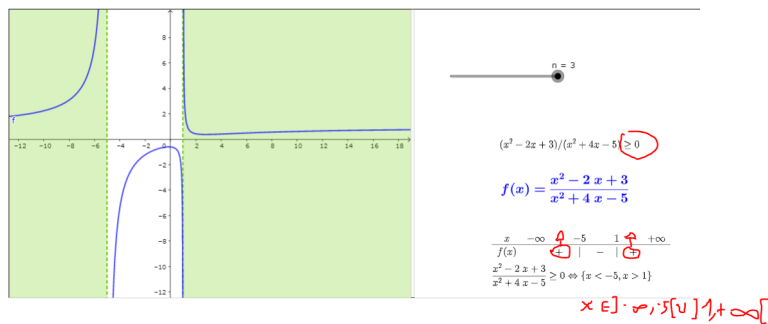


Figure 5: <https://www.geogebra.org/m/dR7jSdKn>

# 7 asymptoten en perforaties

## 7.1 begripsvorming

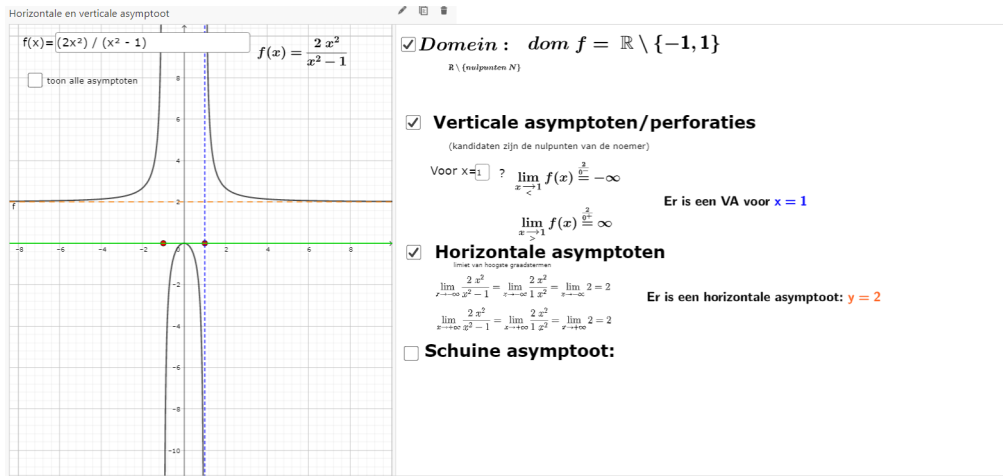


Figure 6: <https://www.geogebra.org/m/sz7kypag>

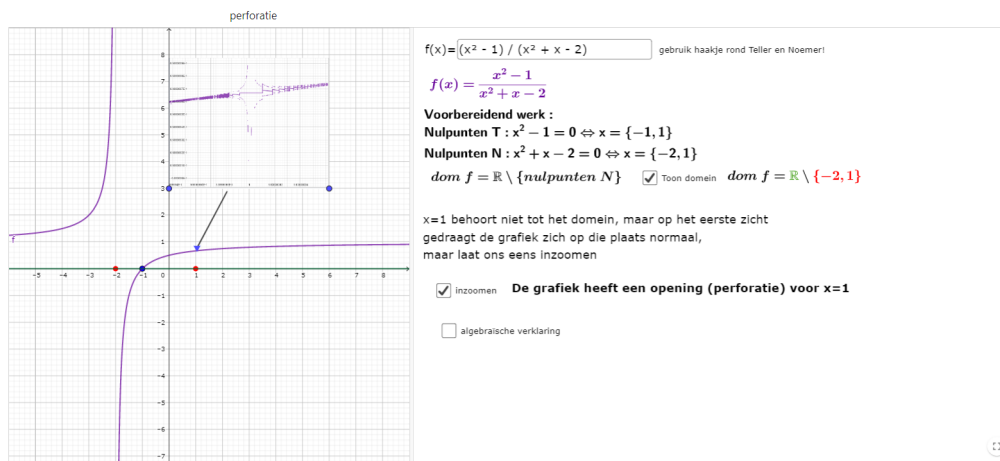


Figure 7: <https://www.geogebra.org/m/sz7kypag>

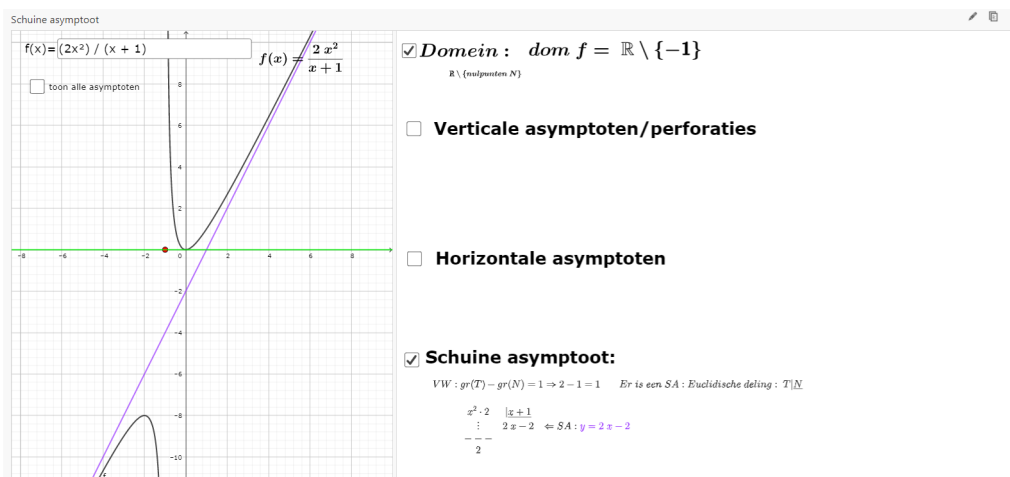


Figure 8: <https://www.geogebra.org/m/sz7kypag>

## 7.2 overzicht

### VA en perforatie

kandidaten: nulpunten noemer

VA:  $x = a$  als na vereenvoudiging  $(x-a)$  nog steeds een factor van de Noemer is.

perforatie:  $P(a,g(a))$  als na vereenvoudiging  $(x-a)$  geen factor meer is van de Noemer.

### HA en SA

HA:  $y = b$  als  $gr(T) \leq gr(N)$

SA:  $y = ax + b$  als  $gr(T) - gr(N) = 1$

## 8 homografische functies

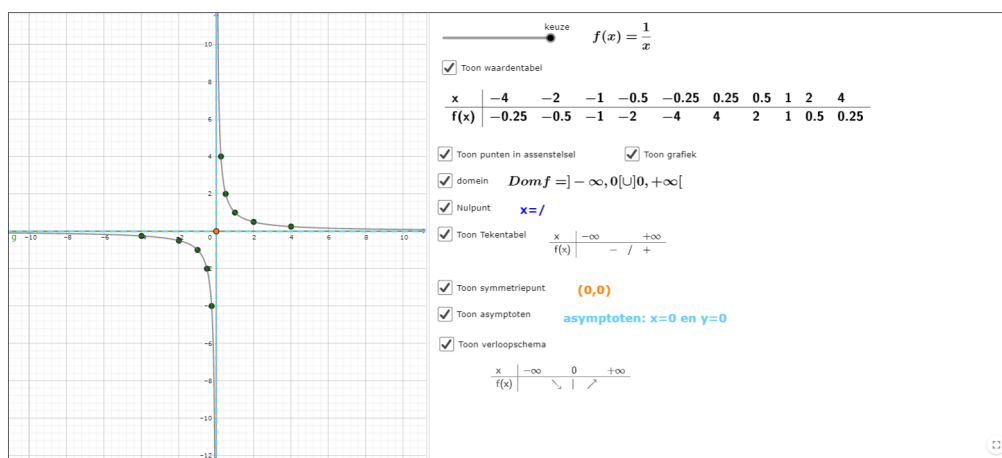


Figure 9: <https://www.geogebra.org/m/DaRnenDn>

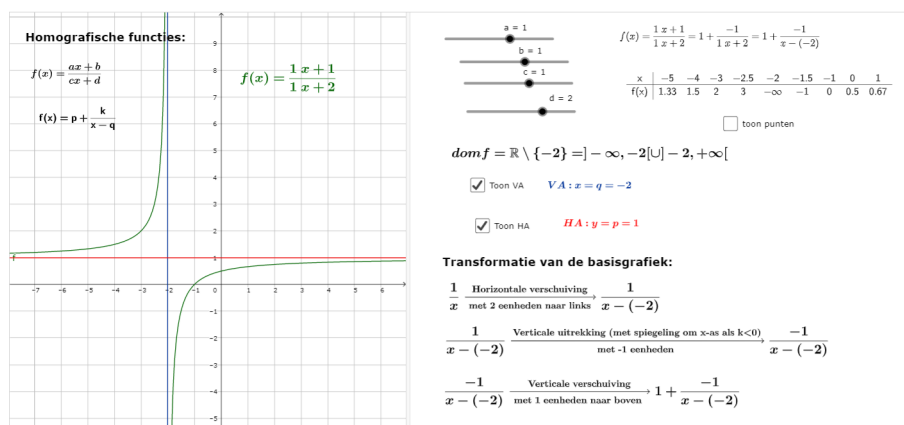
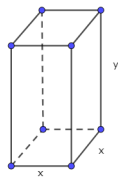


Figure 10: <https://www.geogebra.org/m/DaRnenDn>

## 9 toepassingen



De inhoud van een doos met vierkante bodem heeft een inhoud van  $125 \text{ cm}^3$   
Bepaal de afmetingen zodat  $150 \text{ cm}^2$  materiaal gebruikt wordt voor de wanden

### 1) keuze onbekenden

2) Verband tussen de onbekenden uit het gegeven

$$x^2 \cdot y = 125 \Rightarrow y = \frac{125}{x^2}$$

3) Het gevraagde wiskundig uitdrukken

$$\begin{aligned} opp &= 2x^2 + 4xy = 150 \\ \Rightarrow 2x^2 + 4x \cdot \frac{125}{x^2} &= 150 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + \frac{500}{x} &= 150 \\ \Leftrightarrow \frac{2x^3 - 150x + 500}{x} &= 0 \end{aligned}$$

### 4) vergelijking oplossen

$$x^3 - 75x + 250 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -75 & +250 \\ 5 & & 5 & 25 & -250 \\ \hline & 1 & 5 & -50 & ||0 \end{array}$$

$$(x - 5)(x^2 + 5x - 50) = 0$$

$$s = -5, y = -50 \Rightarrow x_1 = -10, x_2 = 5$$

### 5) Formuleer het antwoord

$$x = 5 \text{ cm en } y = \frac{125}{25} = 5 \text{ cm}$$

Figure 11: <https://www.geogebra.org/m/sz7kypag>

## 10 Oefeningen

1. Bepaal domein, nulpunten en teken tabel van

(a)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 8}{x - 2}$

(b)  $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 24}{x^2 + 2x - 15}$

(c)  $f(x) = \frac{x - 6}{x^3 - 7x^2 - 6x + 72}$

(d)  $f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + x + 5}{x^2 + 4x - 5}$

2. Los de volgende ongelijkheden op

(a)  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} < 0$

(b)  $\frac{x^2 + 9}{x^3 + 12x^2 + 11x} \leq \frac{1}{x}$

(c)  $\frac{x}{x - 1} \geq \frac{20}{(x - 1)^2}$

(d)  $\frac{(4 - x^2)(3x^2 - 9x + 6)}{2x + 4} \leq 0$

3. Bepaal de eventuele asymptoten en/of perforaties van de grafiek van de rationale functies van oefening 1

4. Bepaal domein en de eventuele asymptoten en/of perforaties van de grafiek van volgende rationale functies:

(a)  $y = f(x) = \frac{(x+5)^3(2x+4)}{(x+5)^2(x+2)^3}$

(b)  $y = f(x) = \frac{(x-1)^3(-x+3)}{(x-1)^4}$

5. Bepaal de waarde van de parameters a, b en c als je weet dat de grafiek van  $f(x) = \frac{3(x-1)^2}{ax^2 + bx + c}$  een HA heeft voor  $y = 3$ , een VA heeft voor  $x = -2$  en door het punt  $P(3, \frac{12}{5})$  gaat.

6. Bepaal de waarde van de parameters a en b als je weet dat de grafiek van  $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{2x - 5}$  een SA heeft met als vergelijking  $y = 2x - 5$

7. Bepaal het voorschrift van een mogelijke rationale functie met een grafiek met volgende kenmerken:

(a) VA  $x = 3$ ; nulpunt  $x = 2$ ; HA  $y = 4$

(b) geen nulpunten en asymptoten, maar een perforatiepunt  $P(2, 3)$

(c) SA  $y = 2x + 3$ , np  $x = 1$ , VA  $x = -2$

8. Schets zonder gebruik te maken van ICT, maar wel m.b.v. transformaties de grafiek van volgende homografische functies:

(a)  $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$

(b)  $f(x) = \frac{3x-4}{-x+1}$

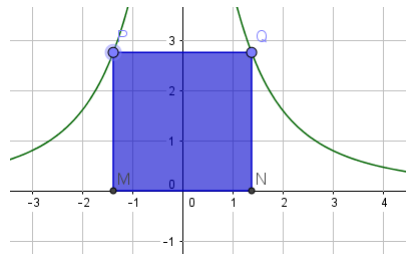
(c)  $f(x) = \frac{9x-8}{3x-6}$

9. Stellen  $f(x)$  en  $g(x)$  dezelfde functies voor? Verklaar uw antwoord

(a)  $f(x) = \frac{x^2-x}{x}$  en  $g(x) = x - 1$

(b)  $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{(x+2)^2}$  en  $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$

10. Bepaal de afmetingen van de rechthoek zodat deze een oppervlakte heeft van 4 eenheden. De hoekpunten P en Q liggen op de grafiek van  $f(x) = \frac{8x}{1+x^2}$ .



11. Een internetprovider rekent 50 euro aansluitingskosten aan en daarna een maandelijks abonnement van 23 euro.

(a) Geef een functievoorschrift voor de gemiddelde maandelijks kostprijs

(b) Na hoeveel maanden is er een gemiddelde kostprijs van 30 euro?

(c) Geef de betekenis van de HA van de grafiek in deze context.

## 11 taken

1. rationale functies