

Einführungsbeispiel

Beispiel:

In einer Pension gibt es Ein- und Zweibettzimmer.

Insgesamt können 15 Personen übernachten.

Diesen Text kann man in Form einer linearen Gleichung mit zwei Variablen darstellen.

Ansatz:

x... Anzahl der Einbettzimmer

y... Anzahl der Zweibettzimmer

Die lineare Gleichung mit 2 Variablen lautet also: $x + 2y = 15$

Für die Lösung dieser Gleichung kommen verschiedene Zahlenpaare (x|y) in Betracht, die diese Gleichung erfüllen.

Einige Möglichkeiten wären:

x	y
-1	8
0	7,5
1	7
2	6,5
3	6
4	5,5
5	5

Problem:

Alle diese Zahlenpaare erfüllen zwar die Gleichung, sind aber nicht unbedingt für die Lösung unseres Beispiels sinnvoll.

Nehmen wir zum Beispiel an, es gäbe 2 Einbettzimmer. Laut Tabelle müsste es dann 6,5 Zweibettzimmer geben, was natürlich nicht möglich ist. Ebenso wenig kann es sein, dass es - 1 Einbettzimmer und 8 Zweibettzimmer gibt.

Sinnvolle Lösungen wären hingegen folgende Aufteilungen:

1 Einbettzimmer und 7 Zweibettzimmer, oder 3 Einbettzimmer und 6 Zweibettzimmer usw...

Man sieht also, auch wenn man die sinnlosen Lösungsmöglichkeiten weglässt, gibt es immer noch unendlich viele Lösungen für eine Gleichung.

Um eine eindeutige Lösung für diese Gleichung zu bekommen, braucht man also noch eine weitere Bedingung.

Diese kann, zum Beispiel, wie folgt lauten:

Es gibt 3 Zweibettzimmer mehr als Einbettzimmer.

Die lineare Gleichung zu diesem Text lautet nun: $x + 3 = y$

Somit erhält man ein System von linearen Gleichungen:

$$\text{I: } x + 2y = 15$$

$$\text{II: } x + 3 = y$$

Wir suchen also nun ein Zahlenpaar $(x|y)$, welches sowohl die Gleichung I als auch die Gleichung II erfüllt. In der Tabelle oben haben wir bereits Zahlenpaare aufgelistet, welche die Gleichung I erfüllen.

Ein Zahlenpaar, und zwar ist das Zahlenpaar $(3|6)$, erfüllt auch die Gleichung II.

Somit ist $(3|6)$ die Lösung unseres Gleichungssystems mit 2 Variablen!

Man schreibt: $L = \{(3|6)\}$ und nennt L die Lösungsmenge des Gleichungssystems.