Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sean las matrices:

$$M=\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&0\\1&1&1\end{pmatrix},\ N=\begin{pmatrix}3&2&2\\5&2&1\\7&4&0\end{pmatrix},\ V=\begin{pmatrix}5-a^2\\a-1\\a^2\end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Halle el valor de a para que se verifique que $M^t\cdot V=(5\quad 1\quad 5)^t$.

b) [1 punto] Calcule M^{-1} y resuelve la ecuación matricial $X\cdot M-I_3=N$.

c) [0,5 puntos] Razone si las operaciones $2\cdot V\cdot N^t$ y $(N+M^t)\cdot V$ se pueden realizar y, en aquellos casos en que sea posible, indique la dimensión de la matriz resultante.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dada las matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ resolver la ecuación $A\,X+2B=3C$.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Resuelve $\int\frac{2x^2+5x-1}{x(x^2+x-2)}dx$

b) [1,5 puntos] El gerente de una empresa de productos hospitalarios desea introducir un nuevo producto en el mercado nacional. Para ello contrata a 3 vendedores que se han encargado de las zonas A, B y C del país, respectivamente. El vendedor de la zona A ha trabajado 40 horas, ha realizado 10 demostraciones y 5 viajes para dicha promoción. El vendedor de la zona B ha trabajado el doble de horas que el de la zona A, realizando 15 demostraciones y 8 viajes. En cuanto al vendedor de la zona C, ha trabajado 100 horas, ha realizado 25 demostraciones y 10 viajes. El gerente debe abonarles 75€ por hora trabajada, 300€ por demostración y 250€ por viaje realizado. Teniendo en cuenta que, además, debe aplicárseles una retención en concepto del impuesto del IRPF del 15% si la cantidad a abonar al vendedor es menor de diez mil euros y del 18% en caso contrario, determine la cantidad final que cobrará cada vendedor.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Obtener el dominio, los puntos de corte con los ejes de coordenadas, las asíntotas, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$

Opción B

Ejercicio 1.- Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) [1,5 puntos] Pruebe que se verifica que $A^{-1} = \frac{1}{2}(A^2 - 4A + 5I_3)$.

b) [1 punto] Dada la ecuación matricial $X^t A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, determine la dimensión de X y resuelva la ecuación.

Ejercicio 2.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calcula:

a) [1,5 puntos] ¿Para qué valores de k existe la inversa de la matriz A?

b) [1 punto] Si k=4 obtener la matriz X que cumple $AX = B$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3 + e^x & si\ \ x < 1 \\ x^2 + ax + 2 & si\ \ x \geq 1 \end{cases}$$

Para $a = -3$, represente la región limitada por la gráfica de la función, las rectas $x = 2$, $x = 4$ y el eje de abscisas. Calcule el área de la región.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función $v(t)$ expresada en km/h, donde t es el tiempo expresado en horas:

$$v(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 60 & si\ \ 0 \leq t \leq 10 \\ -t^2 + 32t - 140 & si\ \ 10 < t \leq 24 \end{cases}$$

Comprueba que la función v es continua y derivable.

b) [1,5 puntos] Un centro de bricolaje, que almacena bidones de pintura de interior y de exterior, cuenta con una capacidad máxima de almacenaje de 160 bidones. Por una cuestión logística, en el almacén deben mantenerse al menos 60 bidones, siendo como mínimo 20 bidones de pintura interior. Además, el número de bidones de pintura exterior almacenados no podrá ser inferior al de pintura interior. Se sabe que el gasto diario por almacenar cada bidón de pintura interior es de 1,50€ y por cada bidón de pintura exterior es de 0,90€. Calcule cuántos bidones de cada tipo se deben almacenar para que el gasto diario sea mínimo e indique cuánto supone ese gasto mínimo.