

Propiedades de las rectas y puntos notables de un triángulo

Objetivos:

- Estimular al estudiante a que elabore su propio trabajo de GeoGebra teniendo como ejemplo al que estoy presentando.
- Explicar y demostrarle al estudiante cuáles son los elementos geométricos que generan los puntos notables de un triángulo cualquiera.
- Mediante cada paso del procedimiento de construcción, explicar las propiedades de cada elemento que se utilice.

Desarrollo en el aula:

Introducción:

En primera instancia requiero de la utilización de un cañón para proyectar las imágenes de este trabajo en el aula o si es un grupo de pocos estudiantes utilizo mi propia computadora para que puedan ver el material.

Les solicito a los estudiantes que abran el programa de GeoGebra en sus computadoras.

1º parte

Antes de comenzar la actividad, les digo a los estudiantes que van a ir acompañando mis explicaciones y realizando su propia actividad les que verifiquen que se visualice la vista algebraica, que se encuentren desactivados los ejes y la cuadrícula, y que en la rotulación este activado la opción de ningún nuevo objeto, para que cuando se construyan objetos salgan sin etiqueta porque al hacer muchas rectas se pueden mezclar con los rótulos.

Parto con la construcción de 3 puntos, los cuales me sirven para explicar que serán los vértices del triángulo y luego construyo un polígono utilizando estos puntos.

Con esto ellos visualizan que al arrastrar los puntos se mantiene la figura de un triángulo, aunque sea un triángulo diferente.

Para comenzar a hablar del Circuncentro, recuerdo las propiedades de la mediatriz, siendo ésta la recta perpendicular al segmento y que contiene a su punto medio. Entonces trazamos los puntos medios de los segmentos que forman los lados del triángulo y a partir de esto la mediatriz de cada lado. Aunque sea necesario solamente 2 mediatrices, se construyen las 3 mediatrices para una mayor comprensión del estudiante, y a partir de estos se marca el punto de intersección de las mismas, el cual es el Circuncentro.

Repaso que la mediatriz y la recta que contiene al lado del triángulo determinan un ángulo recto, que es de 90° .

Explico que el circuncentro es el centro de la circunferencia que contiene por los tres vértices del triángulo y que a esta circunferencia se le llama circunferencia circunscrita; que si contiene uno de los vértices del triángulo, también contiene los otros dos vértices. Esto lo muestro trazando la circunferencia circunscrita y luego arrastrando los vértices del triángulo, para que puedan observar esta propiedad.

A los estudiantes que están construyendo su propia actividad al mismo tiempo que realizo estas explicaciones, les digo que elijan colores y tamaños para los elementos construidos y que rotulen cada componente geométrico con el fin de obtener una mayor identificación.

2º parte

Desactivo en el panel de control de mi actividad la opción circuncentro y comienzo a trabajar con las propiedades del ortocentro. A los estudiantes que me están acompañando les facilito la opción de guardar su trabajo o utilizar la opción de panel de control para realizar nuevas construcciones en el mismo triángulo.

Para comenzar con las propiedades del ortocentro explico que este es el punto donde se cortan las rectas que contienen a las tres alturas de un triángulo, las cuales son los segmentos que van desde el pie de la perpendicular de un lado o a su prolongación hasta el vértice opuesto a ese lado. Entonces construimos rectas perpendiculares a un lado que pasen por el vértice opuesto a ese lado. Para que vean como la altura es perpendicular a la recta que contiene cada segmento de los lados del triángulo se trazan las mismas y luego nombramos como punto de intersección de las rectas que contienen las alturas al ortocentro.

Para una mejor aclaración marcamos los ángulos rectos que son la intersección de cada altura y la recta de su lado correspondiente, y así al mover los vértices del triángulo observan que se mantienen estos ángulos.

Como en la parte anterior aclaro a los estudiantes que están construyendo su propia actividad al mismo tiempo que realizo estas explicaciones, les indico que elijan colores y tamaños para los elementos construidos y que rotulen cada componente geométrico con el fin de obtener una mayor identificación, y con esto termino de explicar las propiedades del ortocentro y desactivo en el panel de control a esta opción.

3º parte

Comienzo explicando que el incentro es el punto en el que se intersecan las tres bisectrices de los ángulos internos del triángulo, entonces construimos a las bisectrices internas de nuestro triángulo y le llamamos incentro a su intersección.

Luego expreso que la bisectriz de un ángulo es la semirrecta con origen en el vértice del ángulo que determina dos ángulos congruentes cuya amplitud es la mitad de la amplitud del ángulo original. Les muestro que si miden cada ángulo que se formó con la bisectriz estos mantienen esa propiedad.

A continuación explico que el incentro es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo y que equidista de sus tres lados, siendo tangente a dichos lados. Por causa de esto trazo en la actividad los segmentos perpendiculares a cada lado del triángulo, los cuales representan los radios de la circunferencia inscrita, y luego construyo dicha circunferencia.

Con esto los estudiantes observan que al arrastrar los vértices del triángulo la circunferencia se mantiene inscrita al mismo y los que estén construyendo en sus computadoras, eligen las características para sus elementos geométricos.

4º parte

Desactivo la opción incentro y comienzo a trabajar con el baricentro. Inicio con expresar que el baricentro es la intersección de las tres medianas del triángulo, las cuales son los tres segmentos determinados por un vértice y el punto medio de su lado opuesto.

Entonces comienzo con construir cada punto medio de los lados del triángulo y luego las medianas, y a partir de esto defino como punto de intersección de las mismas el baricentro.

Los estudiantes que estén construyendo nombran cada figura geométrica y le designan el color que prefieran.

5º parte

Para finalizar desactivo la opción baricentro y comienzo a hablar sobre las propiedades de la recta de Euler, siendo que es una recta a la que pertenece el circuncentro, el ortocentro y el baricentro, además de otros puntos que en esta instancia no los voy a trabajar.

Activo las opciones en las casillas de control al circuncentro, al ortocentro y al baricentro para observar que al arrastrar los vértices del triángulo se mantienen alineados estos puntos en la recta de Euler. Luego activo la opción incentro para mostrar que este punto pertenece a esta recta solamente cuando el triángulo es isósceles.

A los estudiantes les doy la opción de construir estos puntos en distintos triángulos y probar si pertenecen a la recta de Euler o que los construyan en un mismo triángulo como en esta actividad.

Link del applet: <http://www.geogebra.org/material/simple/id/2440183#material/2405063>

Link Libro Applets de educación media con Ceibal:

<https://www.geogebra.org/material/simple/id/2440183#>

Creado por Andrea Fernández

Corregido por Equipo de Matemática del Plan Ceibal

