Teoría – Tema 9

Teoría - 16 - optimización

Problemas de optimización

Los problemas de optimización son aquellos en los que debemos cumplir una **condición máxima o mínima**: obtener un polígono de área máxima, el coste de producción mínimo, el tiempo de desplazamiento mínimo, etc. Según unos parámetros marcados por el enunciado del problema.

Esta condición de máximo o mínimo se engloba bajo el concepto de optimización. Y analíticamente se trabaja de la misma forma que los extremos relativos: derivar e igualar a cero para obtener los puntos candidatos a máximo o mínimo relativo. Y aplicar condición suficiente para verificar el tipo de extremo.

Por lo general estos problemas plantean una función que depende de varias variables $f(x, y, z, ...)$, y con los datos del enunciado debemos buscar relaciones entre las variables para conseguir una función que solo dependa de una única variable y que podamos derivar.

Estos problemas son muy complejos, ya que no hay un patrón común para tratarlos... así que nuevamente solo nos queda la opción de practica y practicar.

Ejemplo 1 resuelto

Obtener las dimensiones del rectángulo de perímetro $16 \ u$ y área máxima.

La función a maximizar es el área del rectángulo → $A = x \cdot y$

Donde suponemos que la base del rectángulo es x y la altura y . En estos problemas suele ser de ayuda realizar un dibujo previo con la situación que plantea el enunciado.

La función área depende de dos variables, que podemos relacionar con el dato del perímetro:

$$16 = 2x + 2y \rightarrow y = 8 - x$$

Sustituimos este valor en la función área.

$A = x \cdot (8 - x) = 8x - x^2$ → dominio de la función: toda la recta real por ser polinomio

Una vez que la función a optimizar depende de una sola variable, derivamos e igualamos a cero para obtener los candidatos a extremos relativos.

$$A' = 8 - 2x \ , \ A' = 0 \rightarrow x = 4 \ u \rightarrow y = 4 \ u$$

Es decir, obtenemos un cuadrado de lado 4 unidades.

¿Hemos terminado?

Noooooooooo!!!

Debemos demostrar que la función área tiene un máximo en $x = 4$, aplicando una de las dos condiciones suficientes estudiadas anteriormente para los puntos críticos.

Si realizamos la segunda derivada → $A' = -2 < 0 \rightarrow x = 4$ es un máximo.

Es un máximo relativo. Y por ser el único extremo en toda la recta real, también será máximo absoluto.