

Exercice 3 (6 points)

On considère le prisme droit ABFEDCGH, de base ABFE, trapèze rectangle en A.

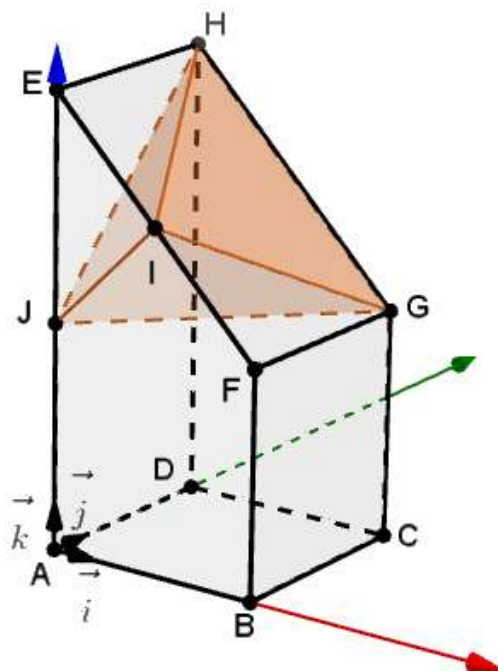
On associe à ce prisme le repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que :

$$\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} ; \vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} ; \vec{k} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AE} .$$

De plus on a $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

On note I le milieu du segment [EF].

On note J le milieu du segment [AE].



1. Donner les coordonnées des points I et J.
2. Soit \vec{n} le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
 - a. Montrer que le vecteur \vec{n} est normal au plan (IGJ).
 - b. Déterminer une équation cartésienne du plan (IGJ).
3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d , perpendiculaire au plan (IGJ) et passant par H.
4. On note L le projeté orthogonal du point H sur le plan (IGJ).
Montrer que les coordonnées de L sont $\left(\frac{8}{3} ; \frac{4}{3} ; \frac{16}{3}\right)$.
5. Calculer la distance du point H au plan (IGJ).
6. Montrer que le triangle IGJ est rectangle en I.
7. En déduire le volume du tétraèdre IGJH.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}$$