

Anggota Kelompok 10

Intan Nur Seryarini 24030130001
Atika Lutfiyati 24030130009
Annisa Dyah Syafitri 24030130069

Pembagian topik

Annisa Dyah Syafitri 24030130069

- Menentukan titik pusat dan jari-jari suatu lingkaran.
- Menentukan persamaan lingkaran yang melalui tiga titik.

Intan Nur Seryarini 24030130001

- Menentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran luar dan lingkaran dalam suatu segitiga.
- menentukan persamaan dan menggambar parabola yang ditentukan titik fokus dan garis arahnya.

Atika Lutfiyati 24030130009

- Menentukan persamaan dan menggambar elips yang diketahui kedua titik fokusnya.
- melakukan berbagai perhitungan geometris, seperti jarak dua titik (panjang ruas garis), luas segitiga, keliling segitiga, luas lingkaran, keliling lingkaran.

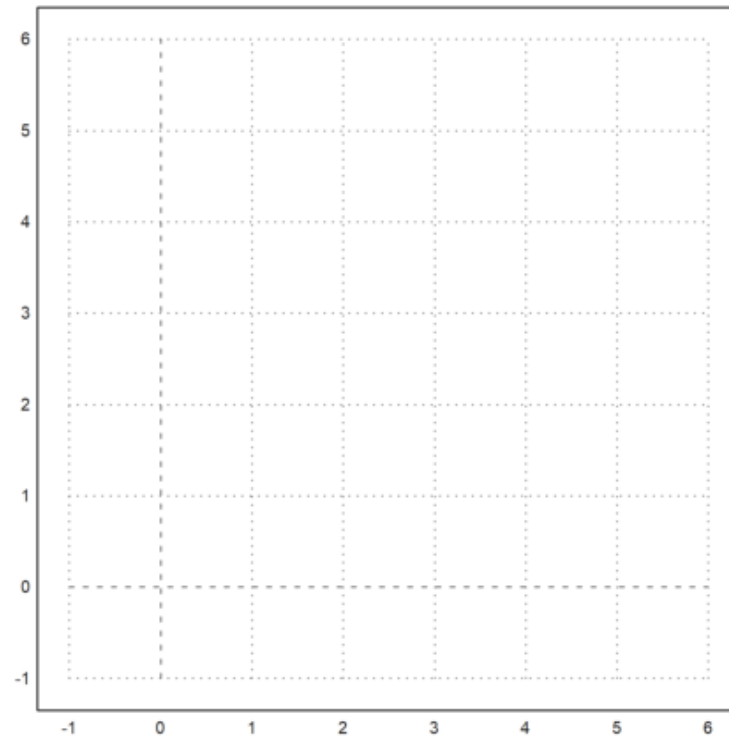
Menentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran

```
> load geometry
```

Numerical and symbolic geometry.

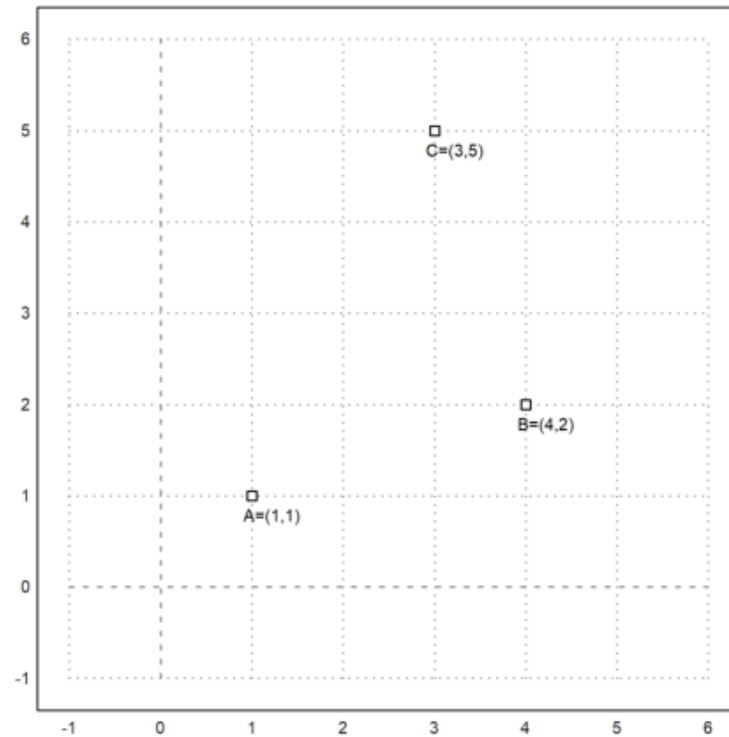
Ketiga baris ini berfungsi untuk mendefinisikan tiga titik koordinat di bidang kartesius

```
>A := [1,1];  
>B := [4,2];  
>C := [3,5];  
>setPlotRange(-1,6,-1,6):
```



Fungsi ini digunakan untuk tampilan batas pada bidang koordinat.

```
>plotPoint(A, value=1); plotPoint(B, value=1); plotPoint(C, value=1):
```



Sintaks ini menampilkan titik ketiga A, B, dan C pada grafik.

```
>c=circleThrough(A,B,C)
```

```
[2, 3, 2.23607]
```

Fungsi `circleThrough(A,B,C)` digunakan untuk membuat sebuah lingkaran yang melalui ketiga titik A, B, dan C.

```
>R= getCircleRadius(c)
```

```
2.2360679775
```

Fungsi `getCircleRadius(c)` digunakan untuk mengambil nilai jari-jari lingkaran c. Nilai jari-jari ini disimpan dalam variabel R.

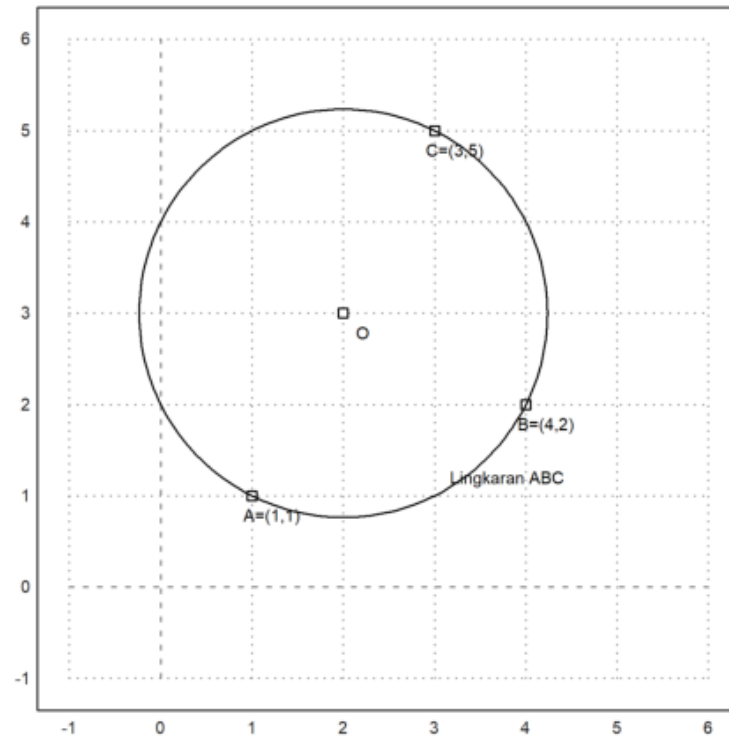
Jadi R = panjang jari-jari dari lingkaran yang melalui titik A, B, dan C.

```
>O= getCircleCenter(c)
```

```
[2, 3]
```

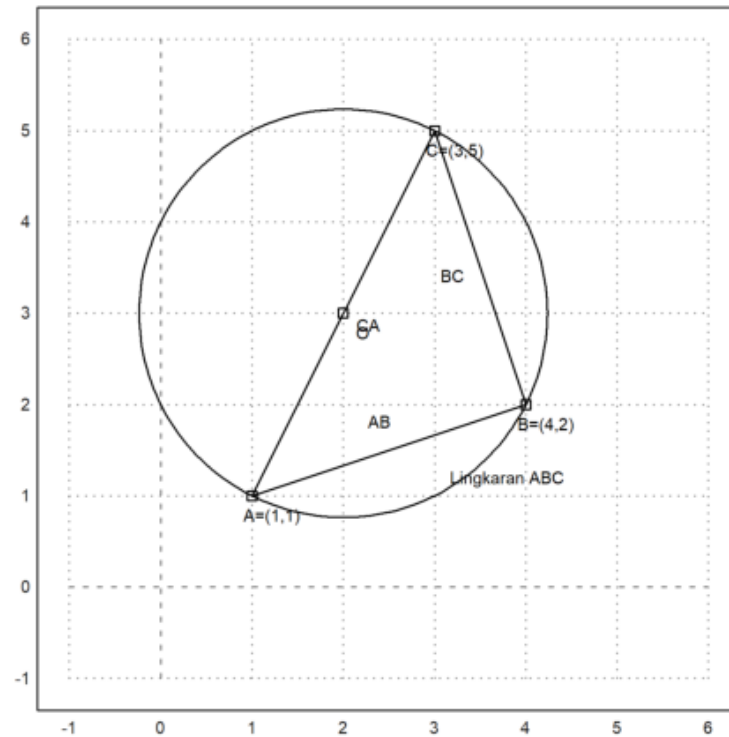
Menampilkan titik pusat O pada bidang koordinat dan memberi label “O” agar terlihat jelas pada gambar.

```
>plotPoint(O,"O");  
>plotCircle(c,"Lingkaran ABC"):
```



Fungsi `plotCircle()` digunakan untuk menampilkan lingkaran berdasarkan data dari `c`.

```
>plotSegment(A,B); plotSegment(B,C); plotSegment(C,A):
```



Ketiga perintah ini berfungsi menggambar garis-garis penghubung antar titik A, B, dan C, sehingga terbentuk segitiga ABC di dalam lingkaran.

>0, R

[2, 3]
2.2360679775

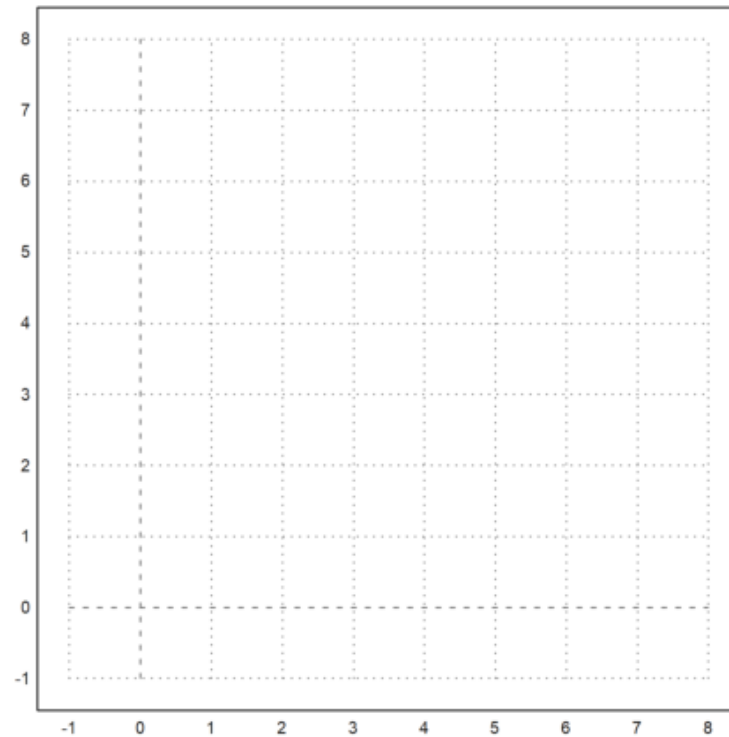
Contoh Soal

Diketahui sebuah lingkaran yang melalui titik-titik berikut :
A(2,1), B(5,3), dan C(4,6)
Tentukan koordinat titik pusat dan jari-jari lingkaran!

```
>A := [2,1];  
>B := [5,3];  
>C := [4,6];
```

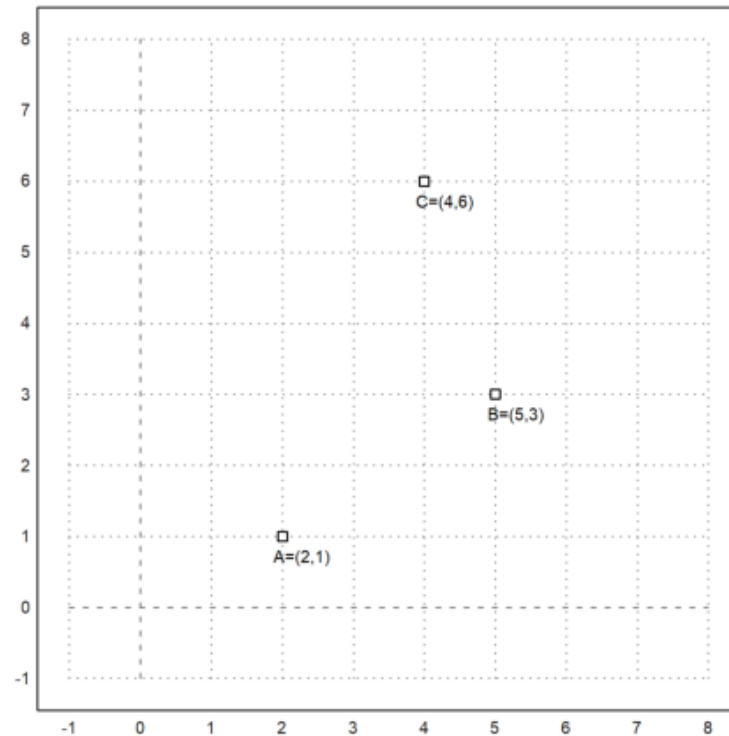
Ketiga fungsi tersebut digunakan untuk mendefinisikan titik koordinat.

```
> setPlotRange(-1,8,-1,8):
```



Fungsi ini digunakan untuk tampilan batas pada bidang koordinat.

```
>plotPoint(A, value=1); plotPoint(B, value=1); plotPoint(C, value=1):
```



Sintaks ini menampilkan titik ketiga A, B, dan C pada grafik.
psi value=1 membuat titik ditandai dan diberi label sehingga mudah dikenali pada tampilan grafik.

```
>c=circleThrough(A,B,C)
```

```
[2.31818, 3.77273, 2.79092]
```

Fungsi `circleThrough(A,B,C)` digunakan untuk membuat sebuah lingkaran yang melalui ketiga titik A, B, dan C.

```
>R= getCircleRadius(c)
```

```
2.79092389691
```

Fungsi `getCircleRadius(c)` digunakan untuk mengambil nilai jari-jari lingkaran c. Nilai jari-jari ini disimpan dalam variabel R.

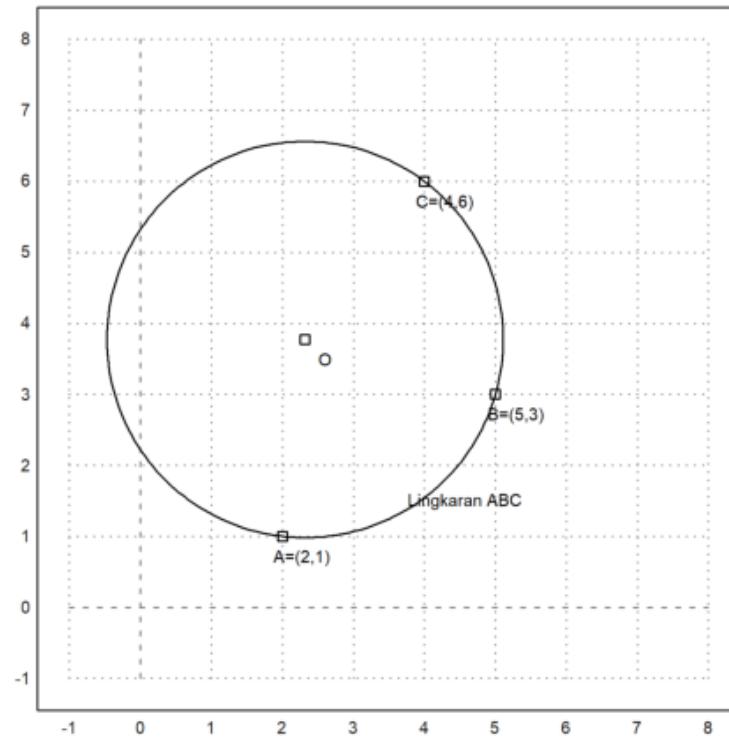
Jadi R = panjang jari-jari dari lingkaran yang melalui titik A, B, dan C.

```
>O= getCircleCenter(c)
```

```
[2.31818, 3.77273]
```

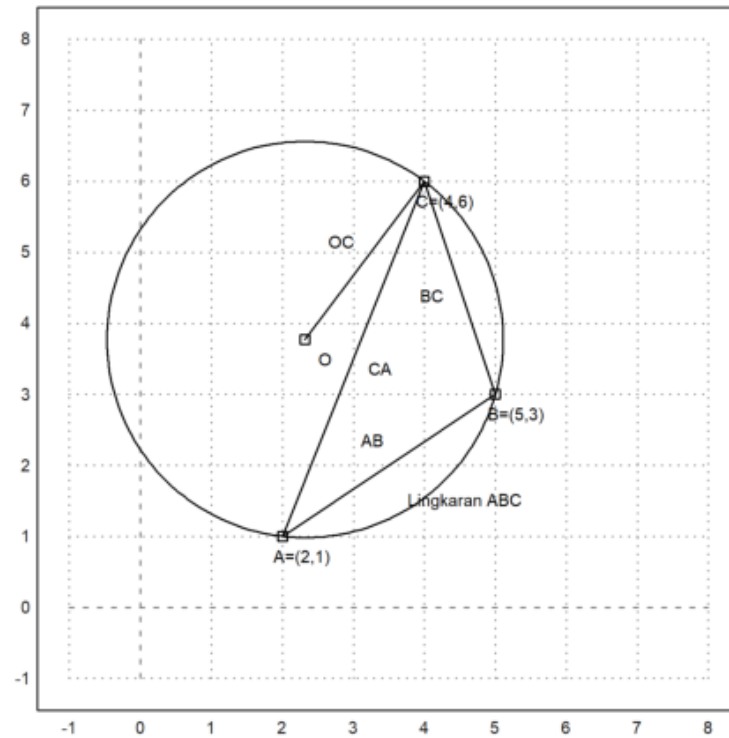
Menampilkan titik pusat O pada bidang koordinat dan memberi label “O” agar terlihat jelas pada gambar.

```
>plotPoint(0,"O");  
>plotCircle(c,"Lingkaran ABC"):
```



Fungsi `plotCircle()` digunakan untuk menampilkan lingkaran berdasarkan data dari `c`.

```
>plotSegment(A,B); plotSegment(B,C); plotSegment(C,A); plotSegment(O,C) :
```



Ketiga perintah ini berfungsi menggambar garis-garis penghubung antar titik A, B, dan C, sehingga terbentuk segitiga ABC di dalam lingkaran.

```
>0, R
```

```
[2.31818, 3.77273]  
2.79092389691
```

Menentukan Persamaan Lingkaran Melalui Tiga Titik

```
>eq1 &=((x-x1)^2)+((y-y1)^2)-((r)^2)=0
```

$$(y - y_1)^2 + (x - x_1)^2 - r^2 = 0$$

Sintaks ini menuliskan rumus umum persamaan lingkaran:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 - r^2 = 0$$

```
> $expand((eq1))
```

$$y_1^2 - 2y y_1 + y^2 + x_1^2 - 2x x_1 + x^2 - r^2 = 0$$

Perintah `expand()` digunakan untuk memperluas (menguraikan) bentuk kuadrat agar persamaan tampak lengkap.

$$y^2 - 2yy_1 + (y_1)^2 + x^2 - 2xx_1 + (x_1)^2 - r^2 = 0$$

Ini merupakan bentuk umum dari persamaan lingkaran

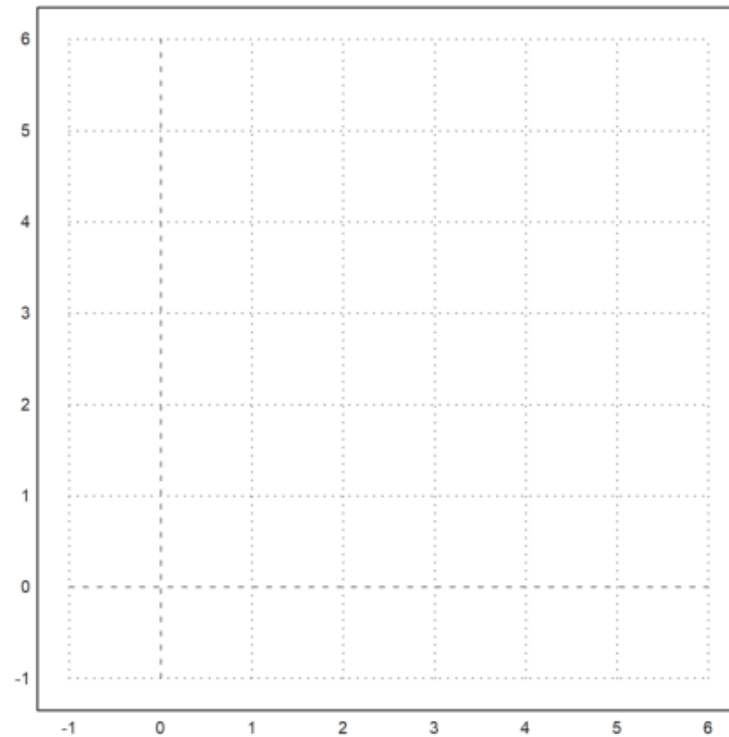
```
> A := [1,1]; B := [4,2]; C := [3,5];
```

Baris ini berfungsi untuk mendefinisikan koordinat tiga titik:

- Titik A di (1,1)
- Titik B di (4,2)
- Titik C di (3,5)

Ketiga titik ini akan menjadi titik sudut segitiga ABC.

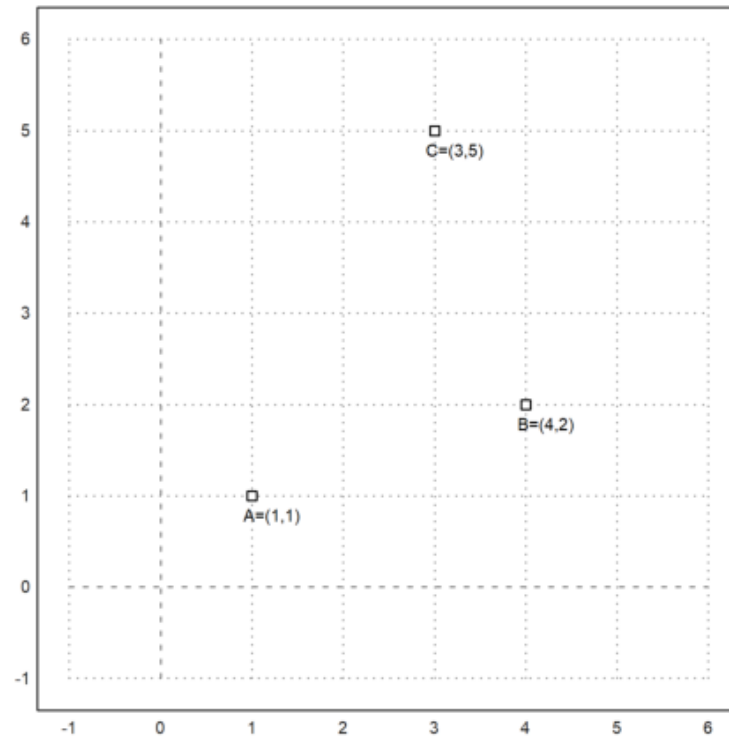
```
> setPlotRange(-1,6,-1,6):
```



Perintah ini mengatur batas tampilan sumbu x dan y pada grafik agar seluruh titik dan lingkaran bisa terlihat dengan jelas:

- Sumbu x dari -1 sampai 6
- Sumbu y dari -1 sampai 6

```
>plotPoint(A, value=1); plotPoint(B, value=1); plotPoint(C, value=1):
```



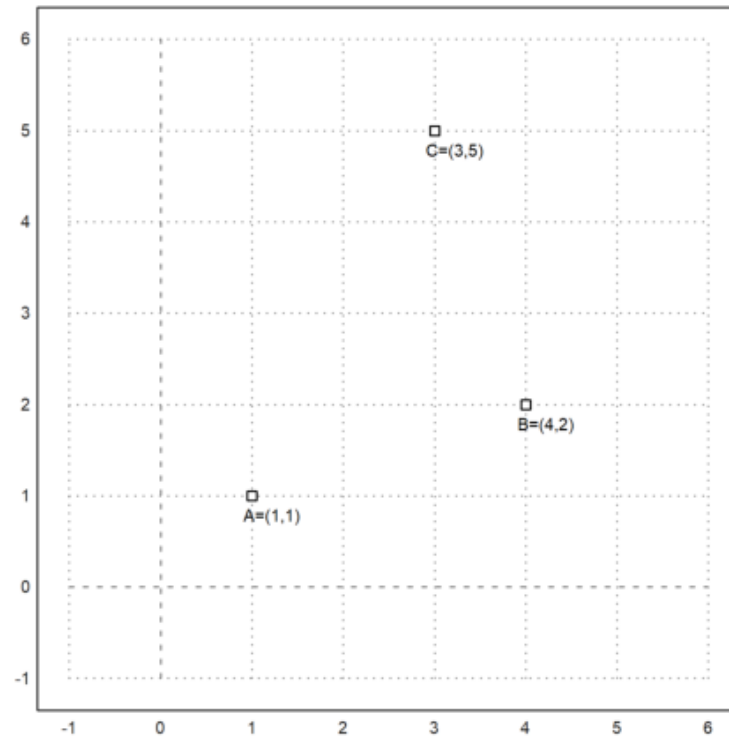
```
>c:=circleThrough(A,B,C);
```

Membuat lingkaran c yang melalui tiga titik A, B, dan C

```
>R= getCircleRadius(c);
```

Mengambil nilai jari-jari (radius) lingkaran c dan menyimpannya ke variabel R.

```
>O= getCircleCenter(c):
```

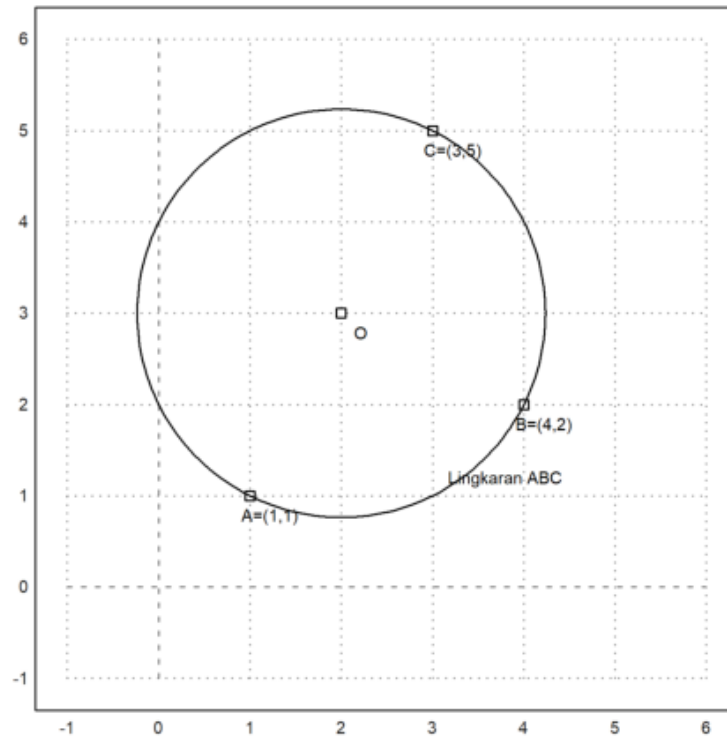


Mengambil koordinat pusat lingkaran (O) dari lingkaran c.

```
>plotPoint(0,"O");
```

Menampilkan titik pusat O pada grafik dengan label "O".

```
>plotCircle(c,"Lingkaran ABC"):
```



Menggambar lingkaran c di bidang koordinat dan memberi judul “Lingkaran ABC”.

```
>0, R
```

```
[2, 3]  
2.2360679775
```

Menampilkan kembali nilai pusat (O) dan jari-jari (R) ke layar.

```
>eq &=((x-2)^2)+((y-3)^2)-((2.24)^2)=0
```

$$(y - 3)^2 + (x - 2)^2 - 5.017600000000001 = 0$$

Pada langkah ini, kamu mengganti nilai:

$$x_1 = 2$$

$$y_1 = 3$$

$$r = 2.24$$

Rumusnya menjadi:

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 - (2.24)^2 = 0$$

```
>$expand((eq))
```

$$y^2 - 6y + x^2 - 4x + 7.982399999999999 = 0$$

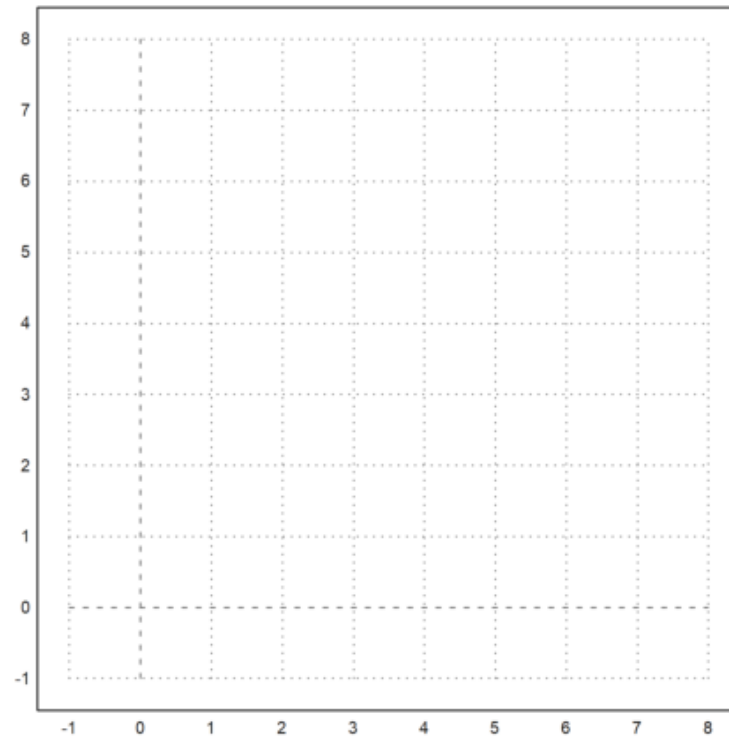
Contoh soal

Diketahui persamaan lingkaran yang melalui tiga titik, yaitu :
P(2,2), Q(6,3), dan R(4,6)

```
>P := [2,2]; Q := [6,3]; R := [4,6];
```

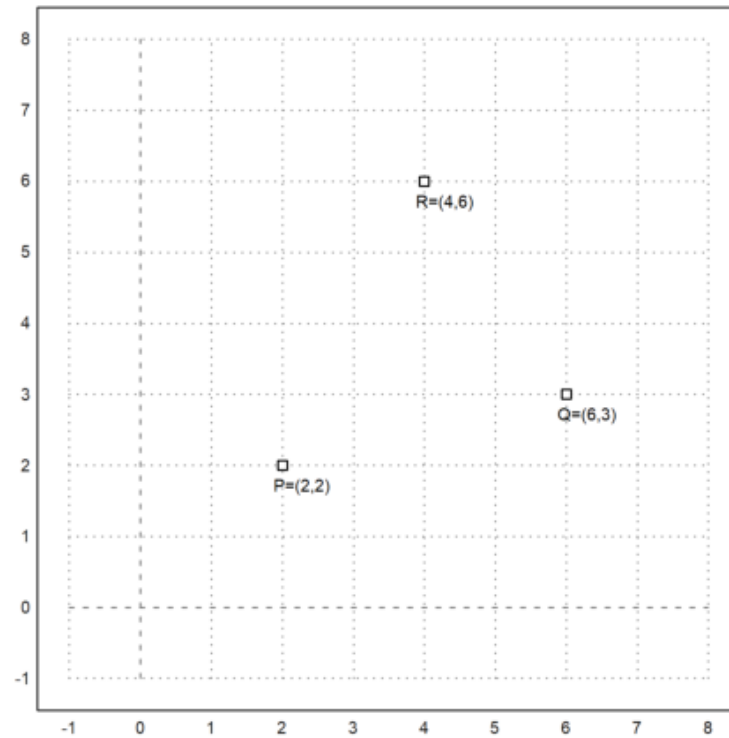
P, Q, dan R adalah titik yang akan digunakan untuk menentukan lingkaran.

```
>setPlotRange(-1,8,-1,8):
```



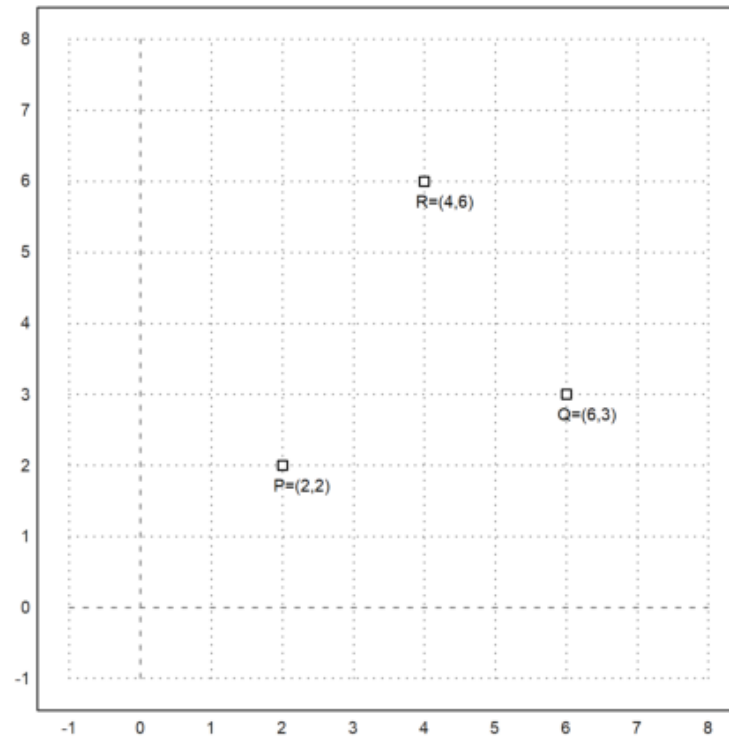
`setPlotRange(-1,8,-1,8)` mengatur tampilan grafik dari sumbu X dan Y antara -1 sampai 8.

```
>plotPoint(P, value=1); plotPoint(Q, value=1); plotPoint(R, value=1):
```



plotPoint digunakan untuk menampilkan titik-titik P,Q, dan R pada bidang koordinat.

```
>c=circleThrough(P,Q,R):
```



Perintah ini membuat lingkaran unik yang melewati tiga titik P,Q,R.
dalam geometri, tiga titik yang tidak segaris akan selalu menentukan satu lingkaran.

```
>CR= getCircleRadius(c)
```

```
2.37439573408
```

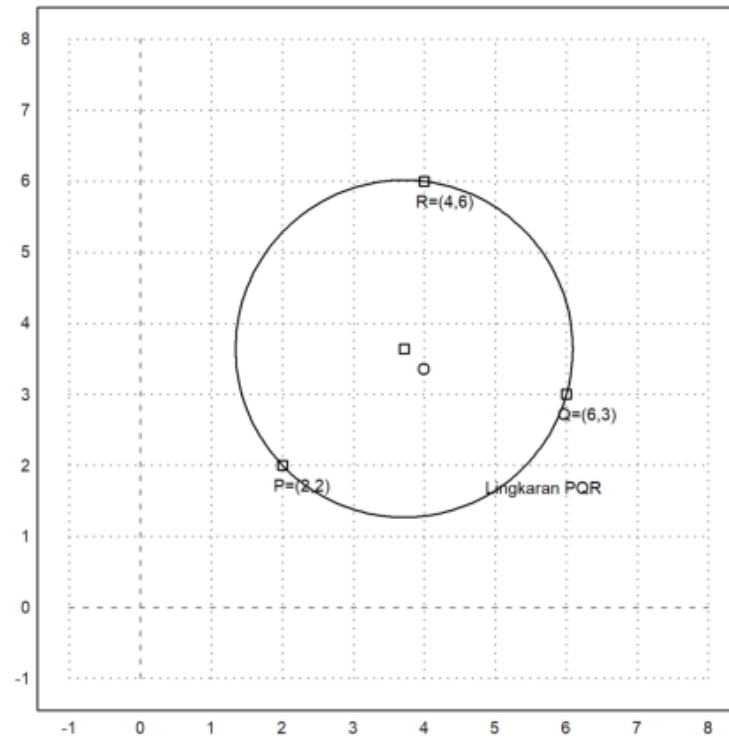
menghitung jari-jari (r) dari lingkaran tersebut.
Nilainya otomatis disimpan dalam variabel CR.

```
>O= getCircleCenter(c)
```

```
[3.71429,  3.64286]
```

tCircleCenter(c): menghitung pusat lingkaran (O).

```
>plotPoint(O,"O");  
>plotCircle(c,"Lingkaran PQR"):
```



Perintah ini menggambar lingkaran yang melalui titik P, Q, dan R, serta memberi label “Lingkaran PQR”.

Pada grafik terlihat:

- Titik P(2,2), Q(6,3), R(4,6).
- Titik pusat O (3.714,3.643)
- Lingkaran yang melalui ketiga titik tersebut

```
>0, R
```

```
[3.71429, 3.64286]  
[4, 6]
```

```
>eq &=((x-3.71)^2)+((y-3.64)^2)-((2.37)^2)=0
```

$$(y - 3.64)^2 + (x - 3.71)^2 - 5.6169 = 0$$

```
>$expand((eq))
```

$$1.0 y^2 - 7.28 y + 1.0 x^2 - 7.42 x + 21.3968 = 0$$

Titik pusat dan jari-jari lingkaran luar dan dalam segitiga

Definisi

Lingkaran luar segitiga (circumcircle) adalah lingkaran yang melalui ketiga titik sudut suatu segitiga. Artinya, semua titik sudut segitiga terletak tepat pada keliling lingkaran tersebut.

Titik pusat lingkaran luar segitiga adalah titik potong tiga garis sumbu tegak lurus pada masing-masing sisi segitiga. Garis sumbu tegak lurus suatu sisi adalah garis yang tegak lurus sisi tersebut dan melalui titik tengahnya. Dalam hal ini titik pusat lingkaran luar segitiga kita beri nama titik O .

Jari-jari lingkaran luar adalah jarak antara titik pusat keliling (O) dan salah satu titik sudut segitiga (A , B , atau C).

Sedangkan Lingkaran dalam segitiga (incircle) adalah lingkaran yang menyinggung ketiga sisi segitiga. Artinya, setiap sisi segitiga merupakan garis singgung terhadap lingkaran ini.

Titik pusat lingkaran dalam adalah titik potong tiga garis bagi sudut segitiga.

Garis bagi sudut adalah garis yang membagi sebuah sudut menjadi dua bagian yang sama besar. Dalam hal ini titik pusat lingkaran dalam segitiga kita beri nama titik P .

Fungsi yang Digunakan

- `setPlotrange(x1,x2,y1,y2)`: menentukan rentang x dan y pada bidang koordinat
- `setPlotRange(r)`: pusat bidang koordinat (0,0) dan batas-batas sumbu-x dan y adalah -r sd r
- `plotPoint (P, "P")`: menggambar titik P dan diberi label "P"
- `plotSegment (A,B, "AB", d)`: menggambar ruas garis AB, diberi label "AB" sejauh d
- `plotLine (g, "g", d)`: menggambar garis g diberi label "g" sejauh d
- `plotCircle (c,"c",v,d)`: Menggambar lingkaran c dan diberi label "c"
- `plotLabel (label, P, V, d)`: menuliskan label pada posisi P
- `lineThrough(A, B)`: garis melalui A dan B, hasilnya $[a,b,c]$ sdh. $ax+by=c$.
- `perpendicular(A, g)`: garis melalui A tegak lurus garis g
- `projectToLine(A, g)`: proyeksi titik A pada garis g
- `lineIntersection(g, h)`: titik potong garis g dan h
- `angleBisector(A, B, C)`: garis bagi sudut $\angle ABC$
- `areaTriangle(A, B, C)`: luas segitiga ABC
- `getCircleCenter(c)`: pusat lingkaran c
- `getCircleRadius(c)`: jari-jari lingkaran c
- `circleThrough(A,B,C)`: lingkaran melalui A, B, C
- `middlePerpendicular(A, B)`: titik tengah AB
- `lineCircleIntersections(g, c)`: titik potong garis g dan lingkran c

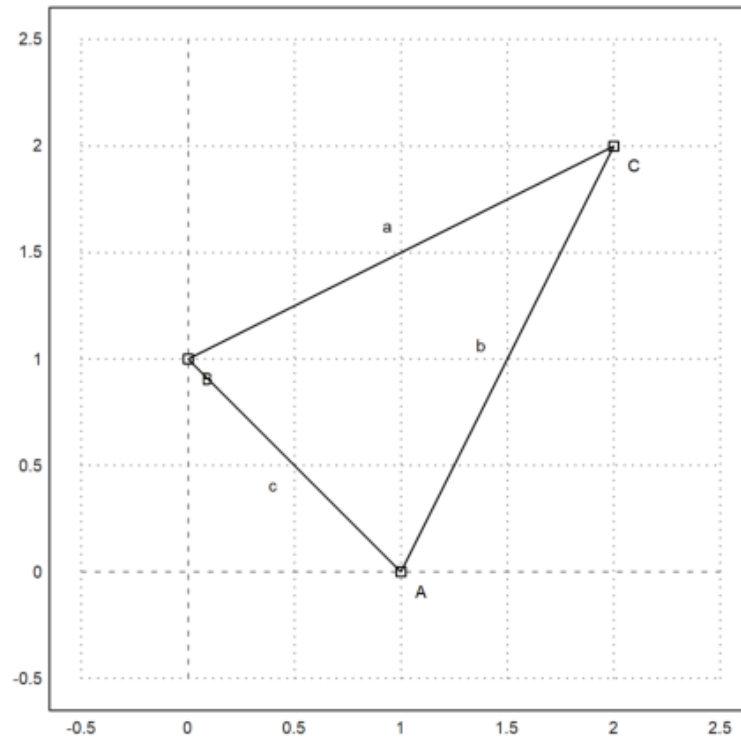
Contoh

Untuk menggambar objek-objek geometri, langkah pertama adalah menentukan rentang sumbu-sumbu koordinat. Semua objek geometri akan digambar pada satu bidang koordinat, sampai didefinisikan bidang koordinat yang baru.

```
>reset;  
>load geometry
```

Numerical and symbolic geometry.

```
>setPlotRange(-0.5,2.5,-0.5,2.5); // mendefinisikan bidang koordinat baru  
>A=[1,0]; plotPoint(A,"A"); // definisi dan gambar tiga titik  
>B=[0,1]; plotPoint(B,"B");  
>C=[2,2]; plotPoint(C,"C");  
>plotSegment(A,B,"c"); // c=AB  
>plotSegment(B,C,"a"); // a=BC  
>plotSegment(A,C,"b"); // b=AC
```



Fungsi-fungsi geometri juga mencakup fungsi untuk membuat garis dan lingkaran. Format penulisan suatu garis adalah $[a, b, c]$, yang mewakili persamaan garis:

$$ax + by = c$$

```
>lineThrough(B,C) // garis yang melalui B dan C
```

```
[-1, 2, 2]
```

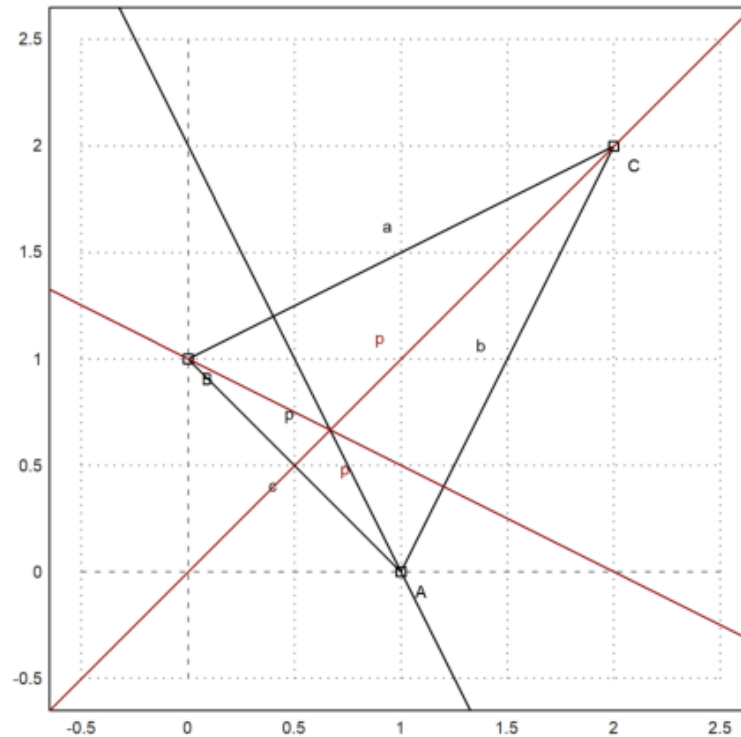
```
>lineThrough(B,A)
```

```
[1, 1, 1]
```

```
>lineThrough(A,C)
```

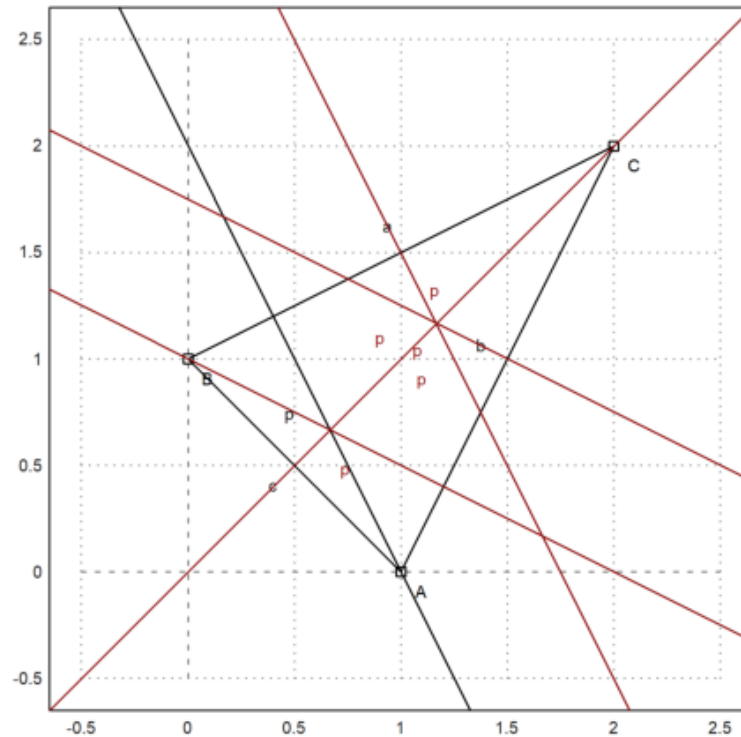
```
[-2, 1, -2]
```

```
>x=perpendicular(A,lineThrough(B,C)); plotLine(x); color(2);  
>y=perpendicular(B,lineThrough(A,C)); plotLine(y);  
>z=perpendicular(C,lineThrough(B,A)); plotLine(z):
```

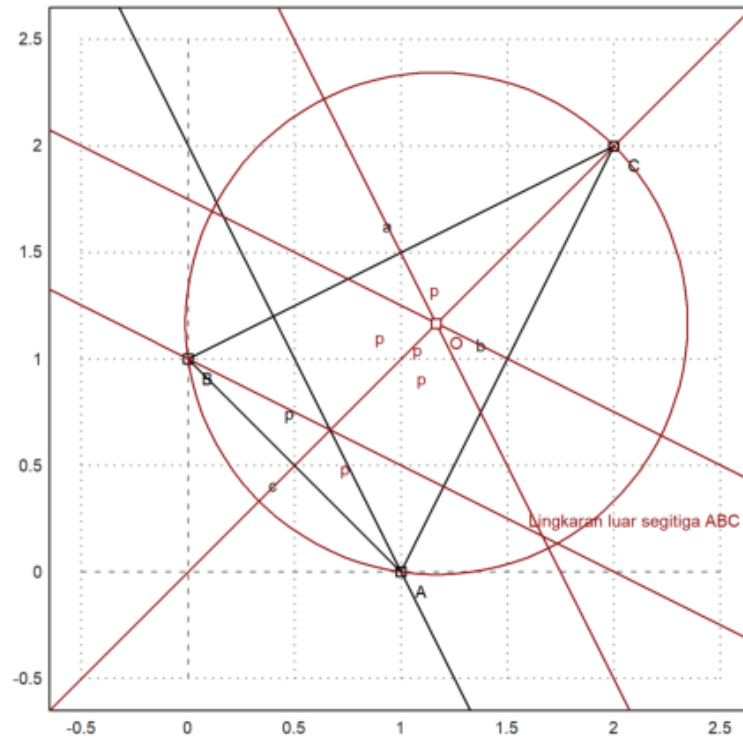


Tentukan garis tegak lurus yang melalui titik A terhadap garis BC.

```
>h=middlePerpendicular(A,B); plotLine(h); // garis h tegak lurus BC melalui A
>i=middlePerpendicular(B,C); plotLine(i);
>j=middlePerpendicular(C,A); plotLine(j);
>aspect(1): // tampilkan semua gambar hasil plot...()
```



```
>c=circleThrough(A,B,C); // lingkaran luar segitiga ABC
>R=getCircleRadius(c); // jari2 lingkaran luar
>O=getCircleCenter(c); // titik pusat lingkaran c
>plotPoint(O,"O"); // gambar titik "O"
>plotCircle(c,"Lingkaran luar segitiga ABC");
```



>0 , R

[1.16667, 1.16667]
1.17851130198

Sekarang akan digambar lingkaran dalam segitiga ABC. Titik pusat lingkaran dalam adalah titik potong garis-garis bagi sudut.

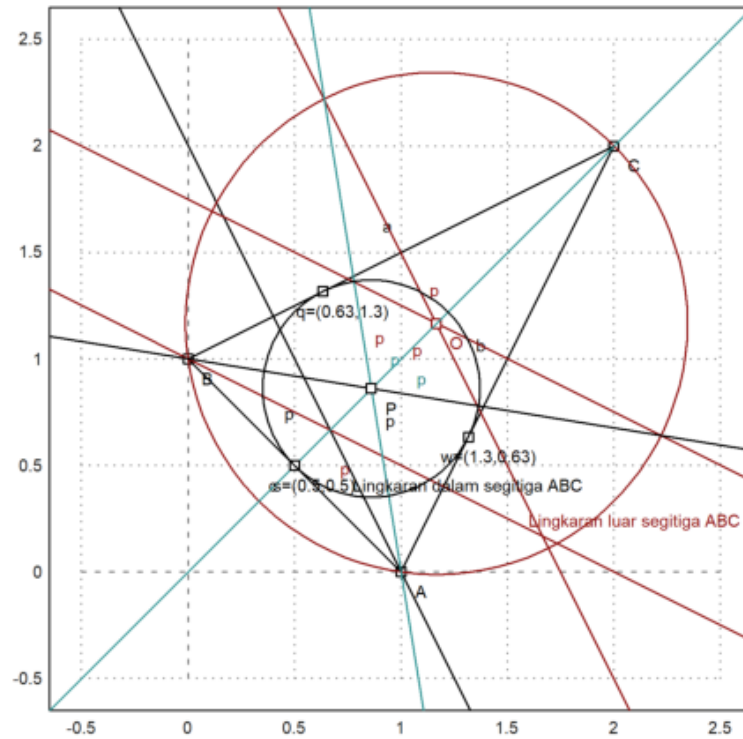
```
>l=angleBisector(A,C,B); // garis bagi <ACB  
>g=angleBisector(C,A,B); // garis bagi <CAB  
>k=angleBisector(A,B,C);  
>P=lineIntersection(l,g) // titik potong kedua garis bagi sudut
```

```
[0.86038, 0.86038]
```

```
>color(5); plotLine(l); plotLine(g); color(1); plotLine(k); color(1); // gambar kedua garis bagi sudut  
>plotPoint(P,"P"); // gambar titik potongnya  
>r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B))) // jari-jari lingkaran dalam
```

```
0.509653732104
```

```
>g1=lineThrough(B,C);  
>g2=lineThrough(C,A);  
>g3=lineThrough(A,B);  
>q=projectToLine(P,g1);  
>w=projectToLine(P,g2);  
>s=projectToLine(P,g3);  
>plotPoint(q,value=1);  
>plotPoint(w,value=1);  
>plotPoint(s,value=1);  
>plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga ABC"): // gambar lingkaran dalam
```



```
>areaTriangle(A,B,C) // hitung luas segitiga langsung dengan fungsi
```

```
>L1=pi*R^2 // luas lingkaran luar
```

```
4.361111111111
```

```
>L2=pi*r^2 // luas lingkaran dalam
```

```
0.815605349675
```

Parabola

Persamaan Parabola, Titik Fokus, Garis Direktris

Parabola adalah lokus (himpunan titik) yang berjarak sama terhadap suatu titik tetap (fokus) dan garis tetap (direktris).

Titik fokus parabola adalah titik tetap yang digunakan sebagai acuan jarak. Titik Fokus berada di dalam parabola, di sepanjang sumbu simetri parabola. Fokus menandakan “pusat pantulan” jika parabola dianggap sebagai reflektor (seperti pada lampu senter atau antena parabola). Jika sumbu parabola sejajar sumbu Y dan puncaknya di (h,k) , maka fokus berada di:

$$F(h, k + p)$$

dengan p adalah jarak antara titik fokus dan puncak parabola.

Sedangkan Garis direktris adalah garis tetap yang digunakan sebagai acuan jarak. Jarak titik $P(x,y)$ pada parabola ke garis direktris selalu sama dengan jarak titik tersebut ke fokus. Garis direktris berada di luar parabola, sejajar dengan sumbu bukaan parabola. Arah parabola ditentukan dari posisi fokus terhadap direktris:

- Jika fokus di atas direktris maka parabola membuka ke atas.
- Jika fokus di bawah direktris maka parabola membuka ke bawah.
- Jika fokus di kanan direktris maka parabola membuka ke kanan.

Jika sumbu parabola sejajar sumbu Y dan puncaknya di (h,k) maka garis direktrisnya adalah:

$$y = k - p$$

dan jarak antara fokus dan direktris adalah $2p$.

Setiap titik $P(x,y)$ pada parabola memenuhi

$$Jarak(P, F) = Jarak(P, garis direktris)$$

Secara umum, untuk parabola dengan puncak di (h,k) dan membuka ke atas

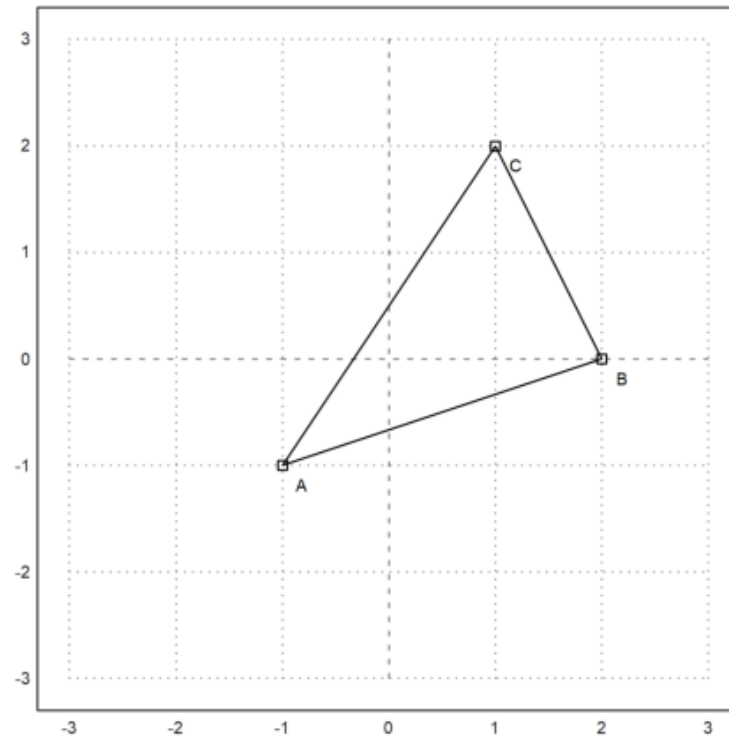
$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

dengan titik fokus $(h,k+p)$ dan direktris $y=k-p$.

```
>reset;  
>load geometry
```

Numerical and symbolic geometry.

```
>A:=[-1,-1]; B:=[2,0]; C:=[1,2];  
>setPlotRange(3); plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C");  
>plotSegment(A,B,""); plotSegment(B,C,""); plotSegment(C,A,""):
```



```
>$areaTriangle(A,B,C)
```

$$-\frac{7}{2}$$

```
>c &= lineThrough(A,B)
```

$[-1, 3, -2]$

```
>$getLineEquation(c,x,y)
```

$$3y - x = -2$$

Untuk mencari jarak antar titik dan garis menggunakan persamaan Hesse yaitu:

$$\frac{ax + by - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

```
>$getHesseForm(c,x,y,C), $at(%, [x=C[1],y=C[2]])
```

$$\frac{7}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{7}{\sqrt{10}}$$

```
>LL &= circleThrough(A,B,C);
>plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O"):
```

```
Unexpected "(". Index () not allowed in strict mode!
In Euler files, use relax to avoid this.
Error in:
plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O"): ...
      ^
```

```
>O &= getCircleCenter(LL); $O
```

$$\left[\frac{3}{14}, \frac{5}{14} \right]$$

Didapatkan koordinat pusat lingkaran (h,k) dan Persamaan umum lingkaran adalah

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

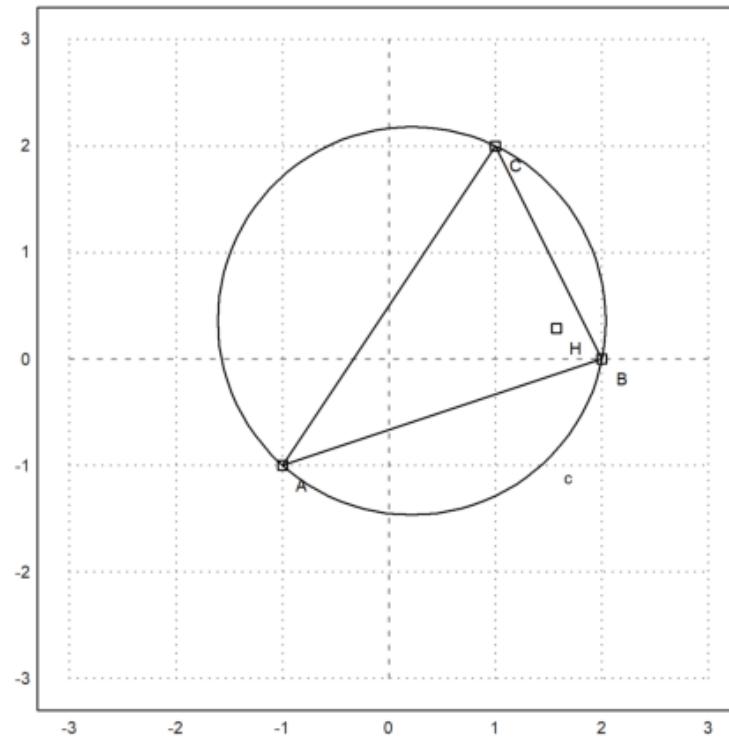
```
>$getCircleEquation(LL,x,y)
```

$$\left(y - \frac{5}{14} \right)^2 + \left(x - \frac{3}{14} \right)^2 = \frac{325}{98}$$

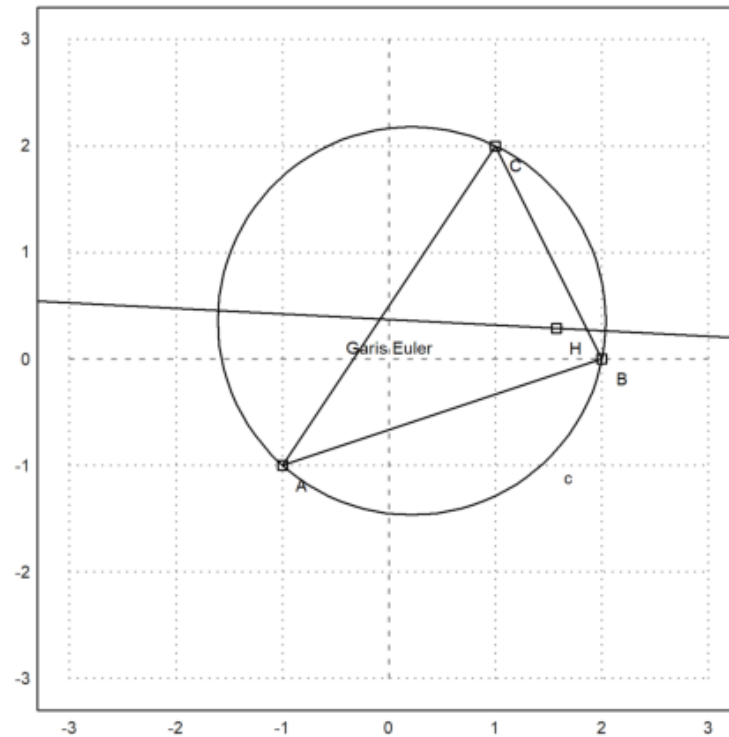
```
>H &= lineIntersection(perpendicular(A,lineThrough(C,B)),...  
> perpendicular(B,lineThrough(A,C))); $H
```

$$\left[\frac{11}{7}, \frac{2}{7}\right]$$

```
>plotPoint(H(),"H"):
```



```
>el &= lineThrough(H,0); plotLine(el(),"Garis Euler");
```



```
>$getLineEquation(e1,x,y)
```

$$-\frac{19y}{14} - \frac{x}{14} = -\frac{1}{2}$$

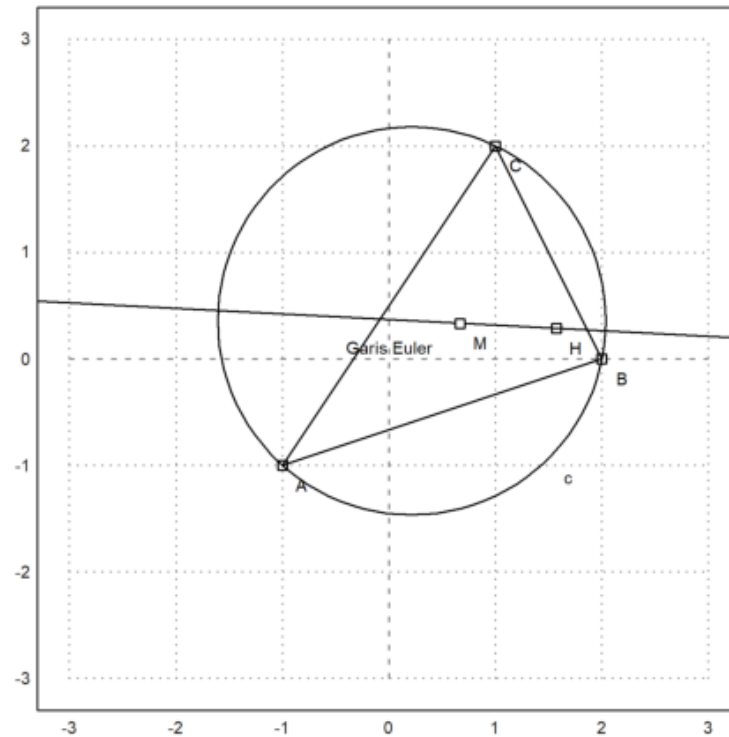
M adalah titik berat segitiga ABC dengan rumus

$$\frac{A+B+C}{3} = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \right)$$

```
>M &= (A+B+C)/3; $getLineEquation(e1,x,y) with [x=M[1],y=M[2]]
```

$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

```
>plotPoint(M(),"M"): // titik berat
```



Distance merupakan perintah untuk menghitung jarak titik M dan H. Rumus menghitung jarak antar titik adalah

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

```
>$distance(M,H)
```

$$\frac{\sqrt{362}}{21}$$

```
>$distance(M,O)
```

$$\frac{\sqrt{181}}{21\sqrt{2}}$$

```
>$distance(M,H)/distance(M,O)|radcan
```

$$2$$

Perintah radcan untuk menyederhanakan ekspresi simbolik yang mengandung akar, pecahan, atau bentuk aljabar kompleks.

```
>$computeAngle(A,C,B), degprint(%())
```

$$\arccos\left(\frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{13}}\right)$$

$$60^{\circ}15'18.43''$$

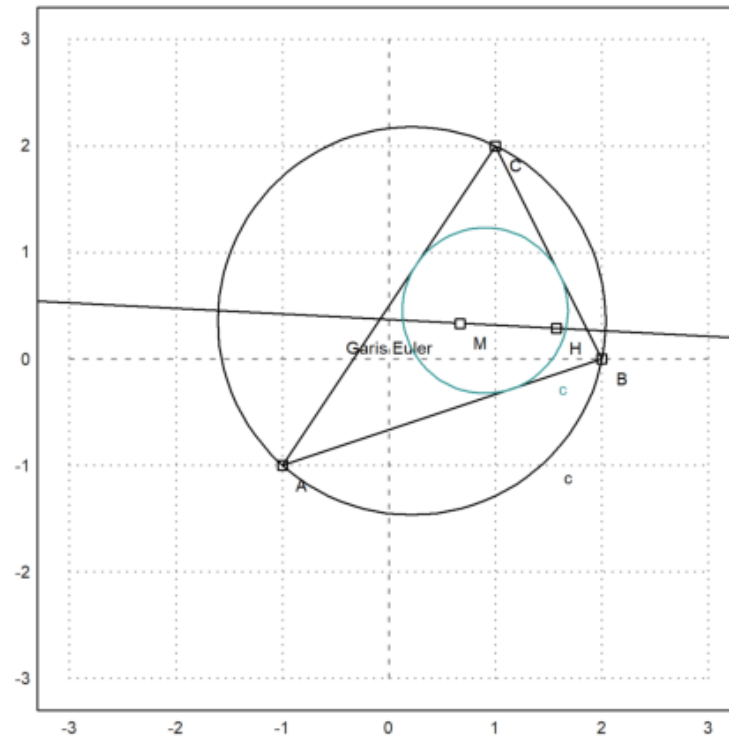
```
>Q &= lineIntersection(angleBisector(A,C,B),angleBisector(C,B,A))|radcan; $Q
```

$$\left[\frac{\left(2^{\frac{3}{2}} + 1\right) \sqrt{5} \sqrt{13} - 15 \sqrt{2} + 3}{14}, \frac{(\sqrt{2} - 3) \sqrt{5} \sqrt{13} + 5 \cdot 2^{\frac{3}{2}} + 5}{14} \right]$$

```
>r &= distance(Q,projectToLine(Q,lineThrough(A,B)))|ratsimp; $r
```

$$\frac{\sqrt{(-41 \sqrt{2} - 31) \sqrt{5} \sqrt{13} + 115 \sqrt{2} + 614}}{7 \sqrt{2}}$$

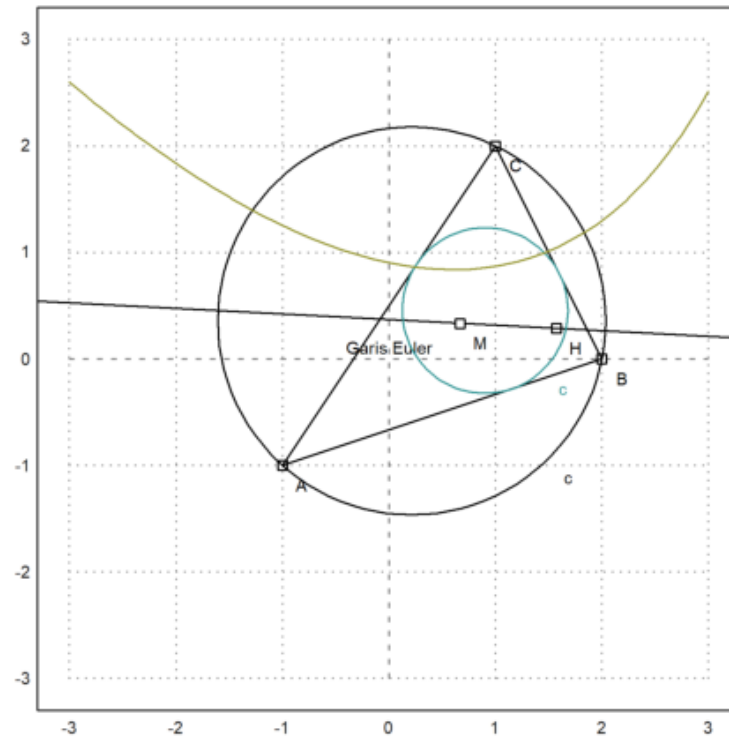
```
>LD &= circleWithCenter(Q,r); // Lingkaran dalam
>color(5); plotCircle(LD());
```



```
>p &= getHesseForm(lineThrough(A,B),x,y,C)-distance([x,y],C); $p='0
```

$$\frac{3y - x + 2}{\sqrt{10}} - \sqrt{(2 - y)^2 + (1 - x)^2} = 0$$

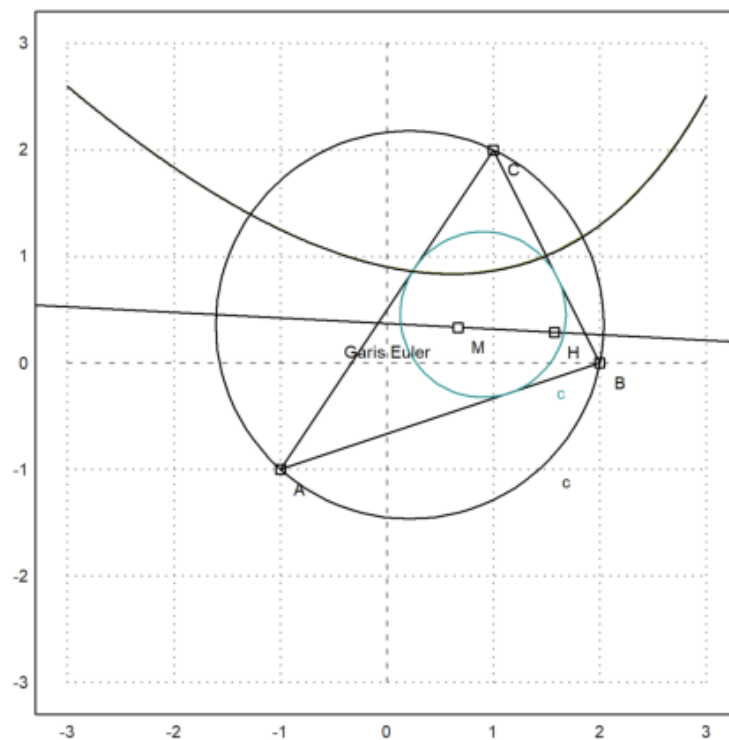
```
>plot2d(p,level=0,add=1,contourcolor=6):
```



```
>akar &= solve(getHesseForm(lineThrough(A,B),x,y,C)^2-distance([x,y],C)^2,y)
```

$$\begin{aligned} [y = -3x - \sqrt{70} \sqrt{9 - 2x} + 26, \\ y = -3x + \sqrt{70} \sqrt{9 - 2x} + 26] \end{aligned}$$

```
>plot2d(&rhs(akar[1]),add=1):
```



```
>function g(x) &= rhs(akar[1]); $'g(x)= g(x)// fungsi yang mendefinisikan kurva di atas
```

$$g(x) = -3x - \sqrt{70}\sqrt{9-2x} + 26$$

```
>T &= [-1, g(-1)]; // ambil sebarang titik pada kurva tersebut
>dTC &= distance(T,C); $fullratsimp(dTC), $float(%) // jarak T ke C
```

2.135605779339061

```
>U &= projectToLine(T,lineThrough(A,B)); $U // proyeksi T pada garis AB
```

$$\left[\frac{80 - 3\sqrt{11}\sqrt{70}}{10}, \frac{20 - \sqrt{11}\sqrt{70}}{10} \right]$$

```
>dU2AB &= distance(T,U); $fullratsimp(dU2AB), $float(%) // jarak T ke AB
```

2.135605779339061

Titik T merupakan titik puncak parabola, titik C adalah titik fokus, dan garis AB adalah garis direktris. Jarak titik fokus ke titik puncak sama dengan jarak garis direktris ke titik puncak.

Elips

Pengertian Elips

Elips adalah himpunan semua titik (x,y) yang jumlah jaraknya terhadap dua titik tertentu (fokus) mempunyai nilai yang tetap.

Titik Fokus dan Persamaan Elips

Titik fokus elips adalah dua titik tetap di dalam elips yang jarak totalnya ke setiap titik pada elips selalu konstan.

1) Pusat elips (0,0)

Jika elips berpusat di titik asal (0,0) dan memanjang ke arah sumbu-x, maka persamaannya:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

dan titik fokusnya:

$$F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$$

dengan

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

2) Pusat elips (h,k)

Persamaan elips sejajar dengan sumbu-x:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

dan titik fokusnya juga bergeser mengikuti pusat elips:

$$F_1(h - c, k), F_2(h + c, k)$$

3) Sumbu utama sejajar sumbu-y

Persamaan elips:

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$

dan titik fokusnya:

$$F_1(h, k - c), F_2(h, k + c)$$

4) Elips Miring

Tidak sejajar dengan sumbu-x atau sumbu-y

Koordinat fokusnya dapat dihitung menggunakan rotasi:

$$x = h \pm c \cos \theta,$$

$$y = k \pm c \sin \theta,$$

dengan theta=sudut kemiringan sumbu utama.

Keterangan

- h : koordinat pusat (sumbu-x)
- k : koordinat pusat (sumbu-y)
- (h,k) : Titik pusat elips
- a : semi-major axis (setengah sumbu utama)
- b : semi-minor axis (setengah sumbu kecil)
- c : jarak titik fokus ke pusat elips
- theta : sudut kemiringan/rotasi sumbu utama elips

Langkah Menentukan Persamaan Elips

Misalkan diketahui dua titik fokus elips yaitu:

$$F_1(x_1, y_1), F_2(x_2, y_2)$$

1) Tentukan pusat elips

$$(h, k) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

2) Hitung jarak titik fokus ke pusat elips

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

3) Tentukan nilai a

Nilai a harus lebih besar dari c. Biasanya nilai a diketahui dari keterangan soal (misalnya, melalui titik pada elips atau panjang sumbu utama).

4) Hitung nilai b

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

5) Tentukan arah sumbu elips dan buat persamaan

- Jika kedua fokus sejajar sumbu-x, maka elips memanjang ke arah sumbu-x.
- Jika kedua fokus sejajar sumbu-y, maka elips memanjang ke arah sumbu-y.

Contoh Soal

Diketahui dua titik fokus elips yaitu

$$F_1(-8, 0), F_2(8, 0)$$

Jika panjang sumbu utama elips adalah $2a=20$, tentukan persamaan elips tersebut!
Penyelesaian:

```
>x1=-8; y1=0; x2=8; y2=0;  
>$h := (x1+x2)/2, h
```

$$\frac{x_2 + x_1}{2}$$

0

```
>k := (y1+y2)/2, $k
```

0

$$\frac{y_2 + y_1}{2}$$

1) Pusat elips

$$(h, k) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$(h, k) = \left(\frac{-8 + 8}{2}, \frac{0 + 0}{2} \right)$$

$$(h, k) = \left(\frac{0}{2}, \frac{0}{2} \right)$$

$$(h, k) = (0, 0)$$

```
>c :=1/2*sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2)
```

8

2) Jarak titik fokus ke pusat elips

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{(8 - (-8))^2 + (0 - 0)^2}$$

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{(16)^2 + (0)^2}$$

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{(16)^2 + (0)^2}$$

$$c = \frac{1}{2} (16 + 0)$$

$$c = \frac{1}{2} 16$$

$$c = 8$$

```
>a := 20/2
```

10

3) Nilai a

Syarat: Nilai a harus lebih besar dari c

Diketahui dalam soal yaitu $2a=20$, maka

$$2a = 20$$

$$a = 10$$

```
>b :=sqrt(a^2-c^2)
```

6

4) Nilai b

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$b = \sqrt{10^2 - 8^2}$$

$$b = \sqrt{100 - 64}$$

$$b = \sqrt{36}$$

$$b = 6$$

```
>function f(x,y) &= x^2/a^2+y^2/b^2-1
```

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} - 1$$

```
>function f(x,y) &= x^2/10^2+y^2/6^2-1
```

$$\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{100} - 1$$

```
endfunction
```

5) Arah sumbu elips dan persamaan

Elips berpusat di (0,0) dan sumbu mayor sejajar sumbu-x, sehingga persamaan menjadi:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$$

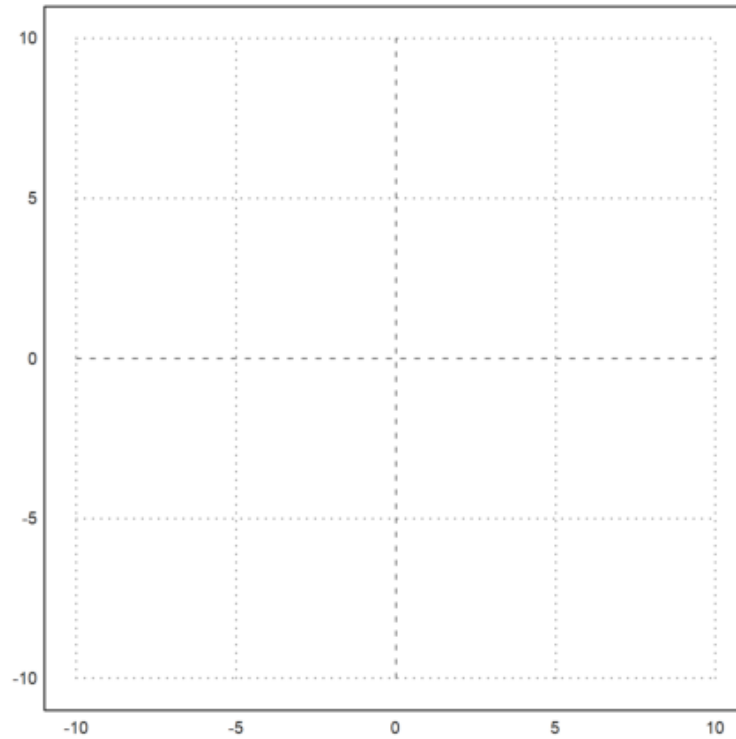
Menggambar Elips

Kita akan menggambar elips jika diketahui dua titik fokusnya. Dari contoh soal sebelumnya akan kita plot elips dengan titik pusat O(0,0) dengan titik fokus F1(-8,0) dan F2(8,0).

```
>load geometry
```

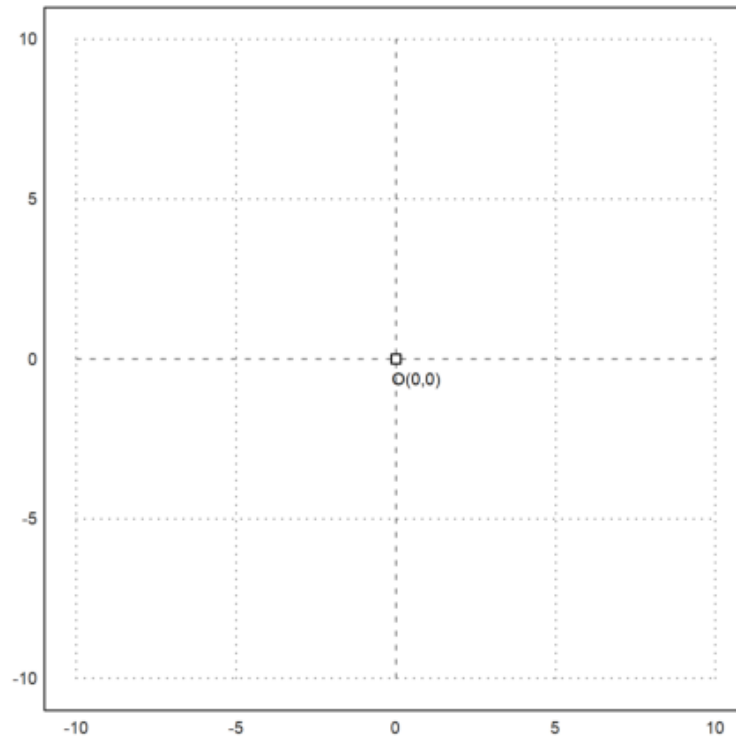
Numerical and symbolic geometry.

```
>setPlotRange(10):
```



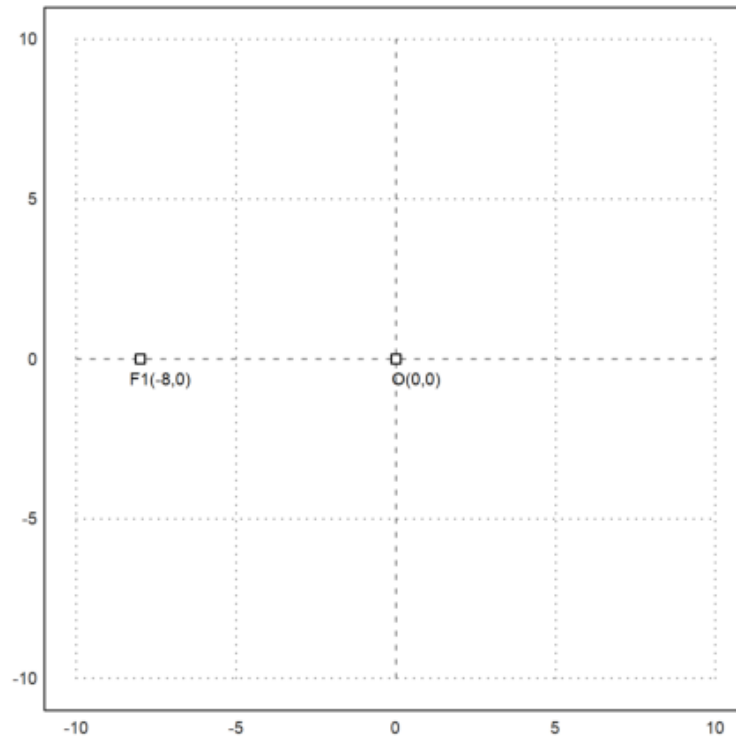
`setPlotRange(10)`: untuk menggambar pusat bidang koordinat $(0,0)$ dan batas-batas sumbu-x dan y adalah -10 sampai dengan 10

```
>O=[0,0]; plotPoint(O,"O(0,0)":
```



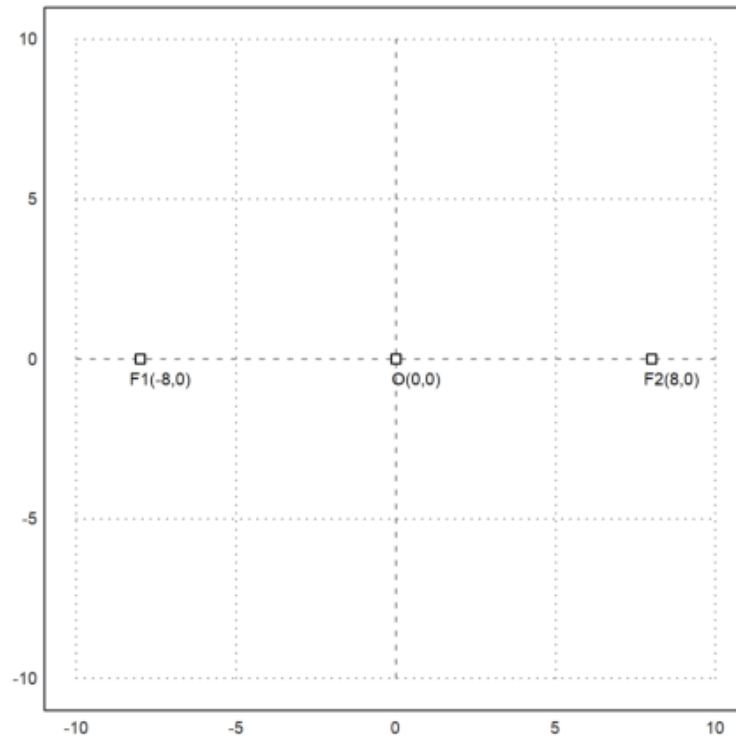
`plotPoint (O, "O(0,0)")`: menggambar titik O dan diberi label "O(0,0)"

```
>F1=[-8,0]; plotPoint(F1,"F1(-8,0)");
```



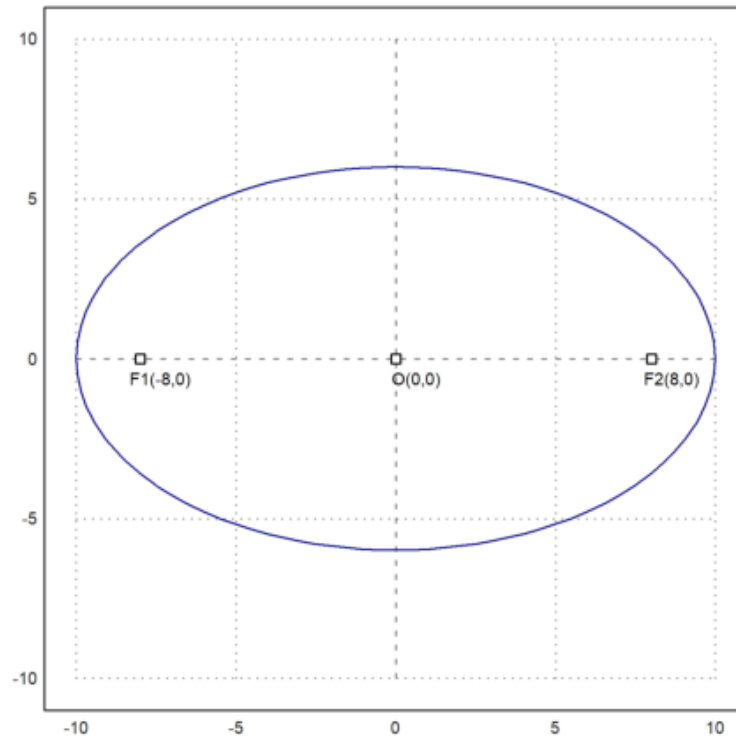
`plotPoint (F1, "F1(-8,0)")`: menggambar titik F1 dan diberi label "F1(-8,0)"

```
>F2=[8,0]; plotPoint(F2,"F2(8,0)");
```



`plotPoint (F2, "F2(8,0)")`: menggambar titik F2 dan diberi label "F2(8,0)"

```
>plot2d("x^2/100+y^2/36-1",r=10,level=0,contourcolor=blue, add=1):
```



Jarak Dua Titik

Jarak dua titik disebut juga dengan panjang ruas garis. Misalnya jarak antara titik A dan titik B sama dengan mencari panjang ruas garis AB atau biasa ditulis dengan simbol:

$$\overline{AB}$$

Jika terdapat dua titik

$$A(x_1, y_1)$$

$$B(x_2, y_2)$$

maka panjang garis AB adalah:

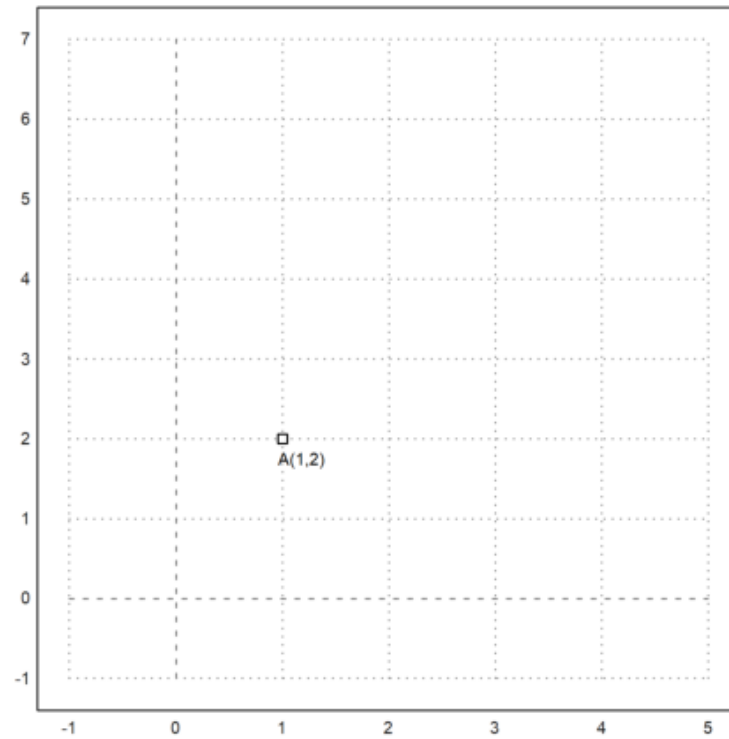
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Rumus ini berasal dari Teorema Pythagoras, di mana selisih koordinat x dan y membentuk sisi siku-siku dari sebuah segitiga, dan garis AB menjadi garis miringnya.

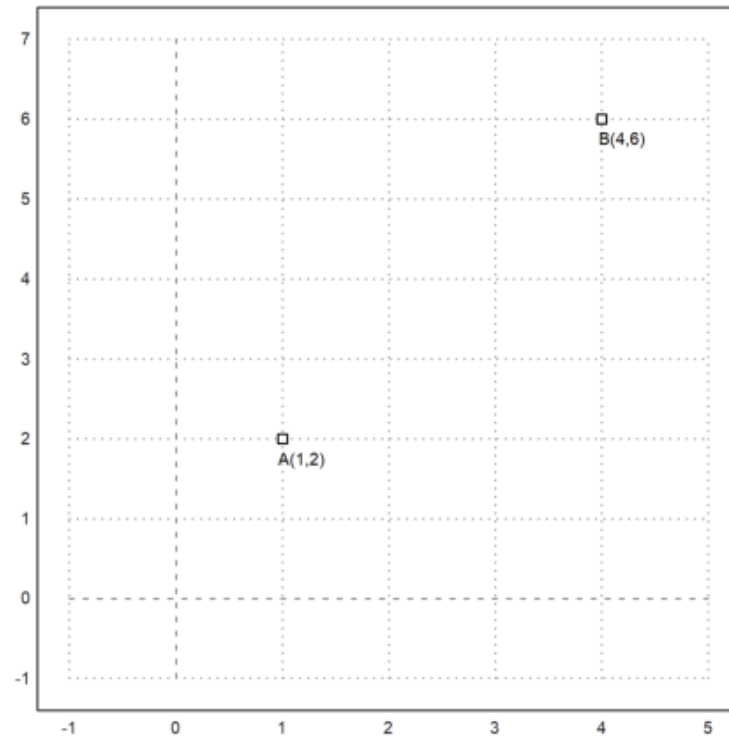
A. Panjang Ruas Garis Miring

Panjang ruas garis miring antara dua titik adalah jarak terpendek yang menghubungkan kedua titik tersebut di bidang koordinat. Dalam geometri analitik, jarak ini dihitung menggunakan rumus jarak dua titik.

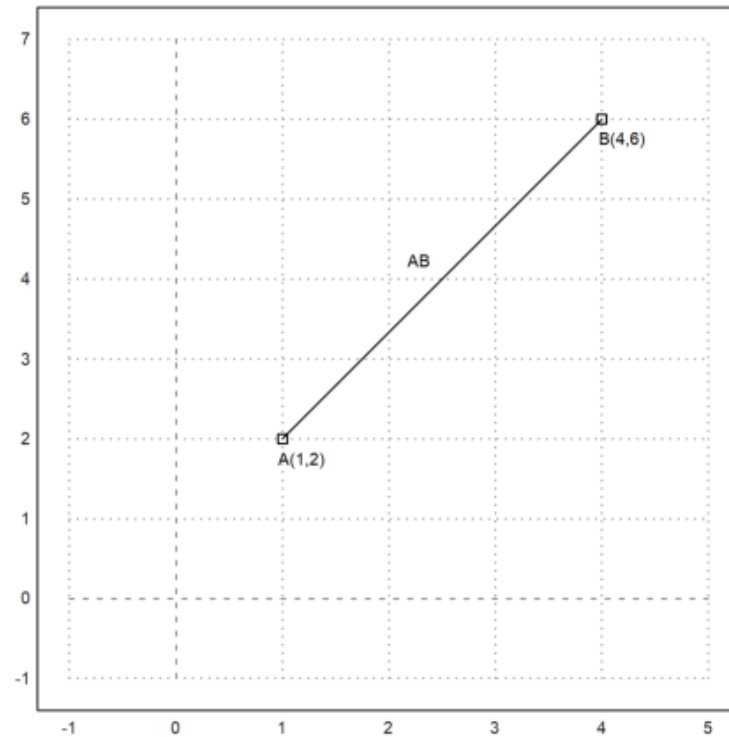
```
>setPlotRange(-1,5,-1,7);  
>A=[1,2];  
>B=[4,6];  
>plotPoint(A,"A(1,2)");
```



```
>plotPoint(B,"B(4,6)":
```



```
>plotSegment(A,B,"AB"):
```



```
>x1=1; y1=2;  
>x2=4; y2=6;  
>AB :=sqrt((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2)
```

Jarak antara titik A(1,2) dan B(4,6)
Diketahui

$$x_1 = 1, y_1 = 2, x_2 = 4, y_2 = 6$$

subtitusikan ke persamaan, sehingga diperoleh:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(4 - 1)^2 + (6 - 2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{9 + 16}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{25}$$

$$\overline{AB} = 5$$

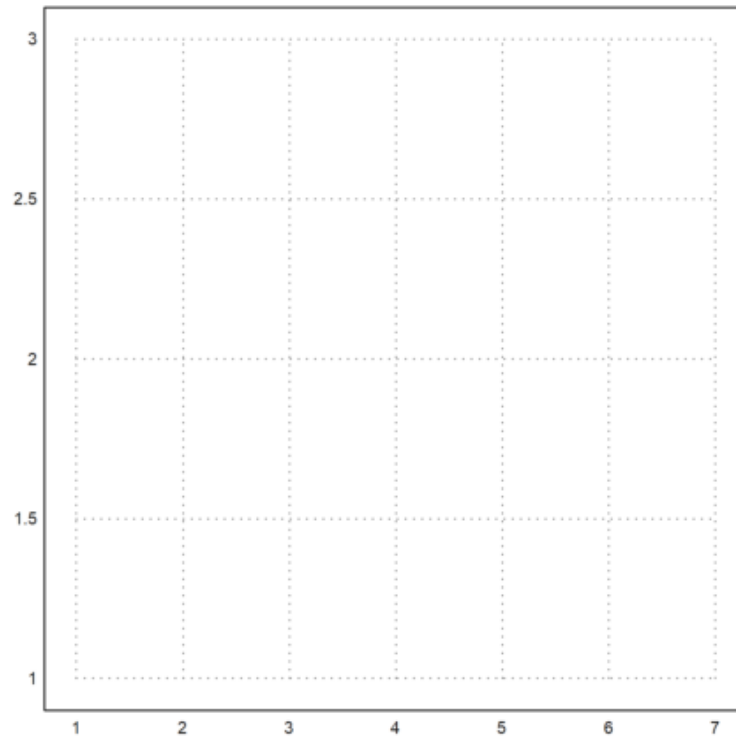
Jadi, jarak titik A ke titik B adalah 5.

```
>distance(A,B)
```

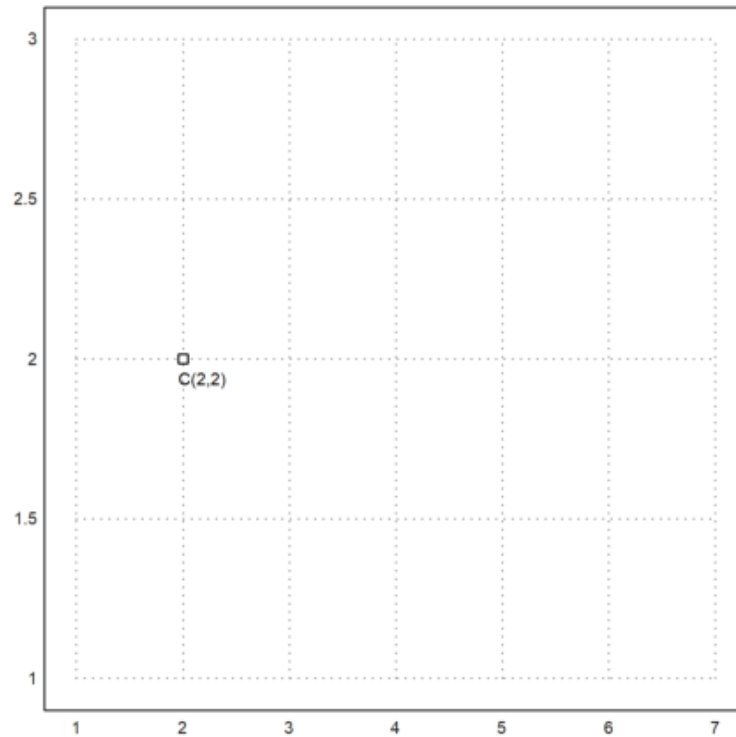
- Kedua titik memiliki nilai y yang sama, jadi tidak ada selisih vertikal.
- Garis yang menghubungkan titik A dan titik B posisinya mendatar (horizontal).
- Panjang garis tersebut sama dengan selisih koordinat x-nya, yaitu:

$$\overline{AB} = |x_2 - x_1|$$

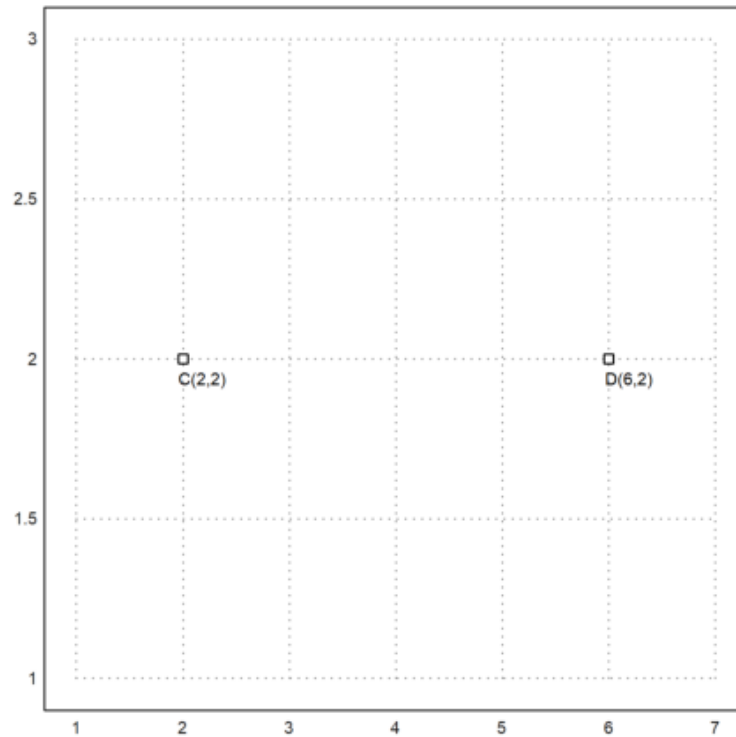
```
>setPlotRange(1,7,1,3):
```



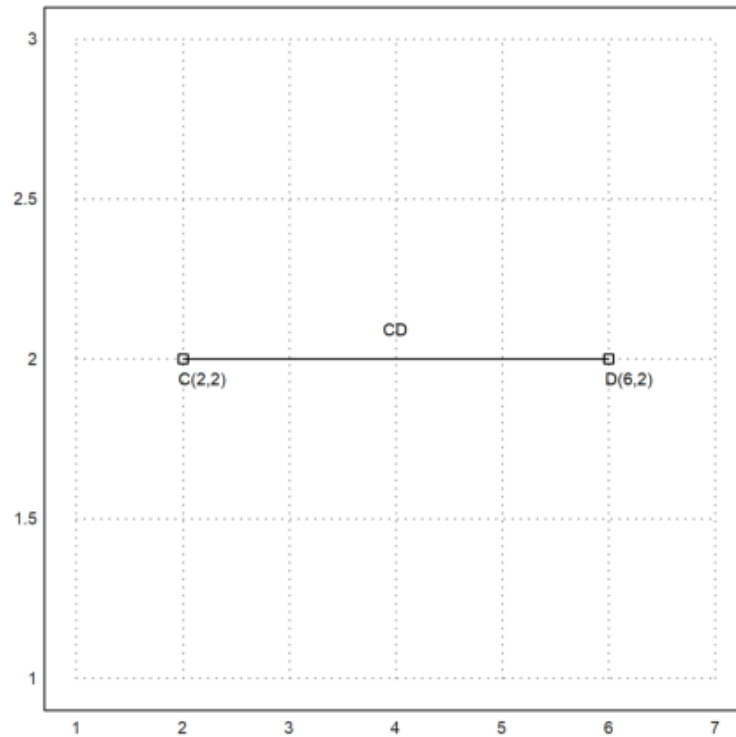
```
>C=[2,2];  
>D=[6,2];  
>plotPoint(C,"C(2,2)");
```



```
>plotPoint(D,"D(6,2)":
```



```
>plotSegment(C,D,"CD"):
```



```
>x1=2; y1=2;  
>x2=6; y2=2;  
>CD := abs(x2-x1)
```

Panjang ruas garis CD

$$\overline{CD} = |x_2 - x_1|$$

$$\overline{CD} = |6 - 2|$$

$$\overline{CD} = |4|$$

$$\overline{CD} = 4$$

```
>DC :=sqrt((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2)
```

4

Jarak antara titik C(2,2) dan D(6,2)
Diketahui

$$x_1 = 2, y_1 = 2, x_2 = 6, y_2 = 2$$

subtitusikan ke persamaan, sehingga diperoleh:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(6 - 2)^2 + (2 - 2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(4)^2 + (0)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{16 + 0}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{16}$$

$$\overline{AB} = 4$$

Jadi, jarak titik A ke titik B adalah 4.

```
>distance(C,D)
```

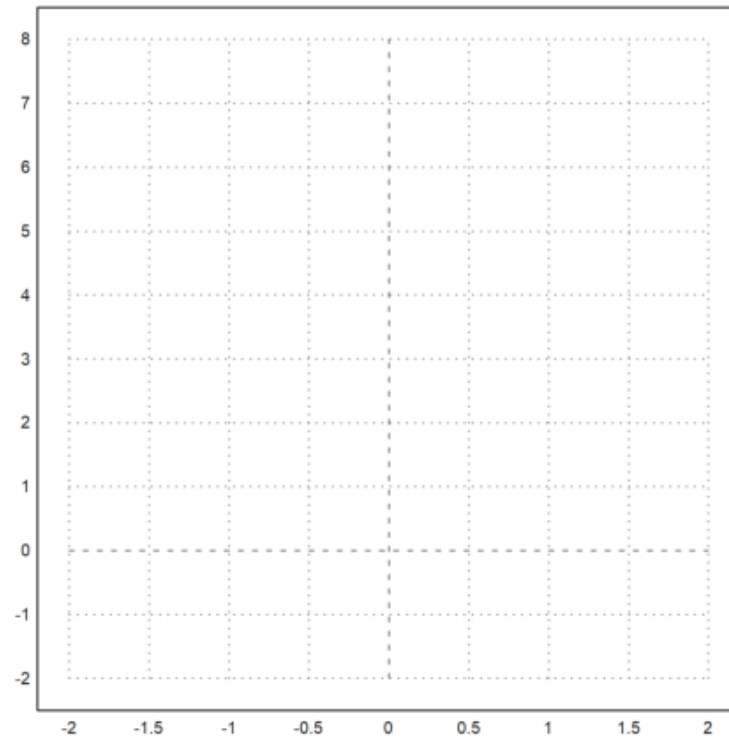
4

Panjang Ruas Garis Vertikal (Tegak)

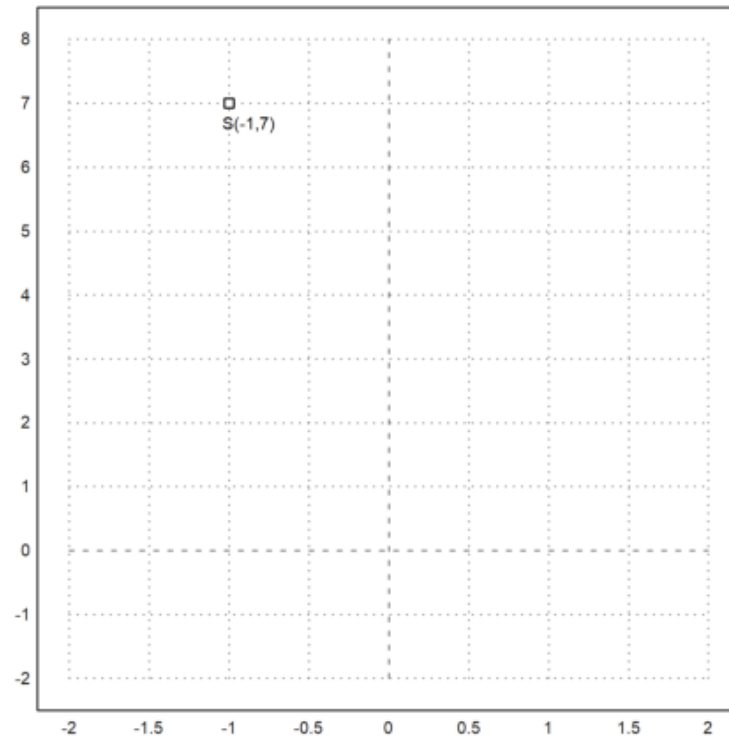
- Kedua titik memiliki nilai x yang sama, jadi tidak ada perubahan horizontal.
- Garis yang menghubungkan titik A dan titik B berupa garis tegak lurus (vertikal ke arah sumbu-y.
- Panjang garis tersebut sama dengan selisih koordinat y-nya, yaitu:

$$\overline{AB} = |y_2 - y_1|$$

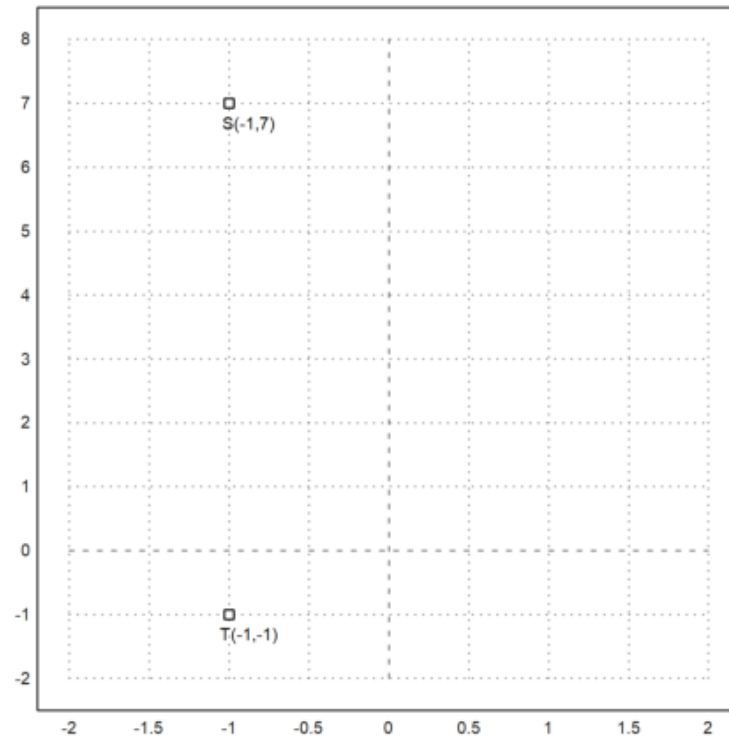
```
>setPlotRange(-2,2,-2,8):
```



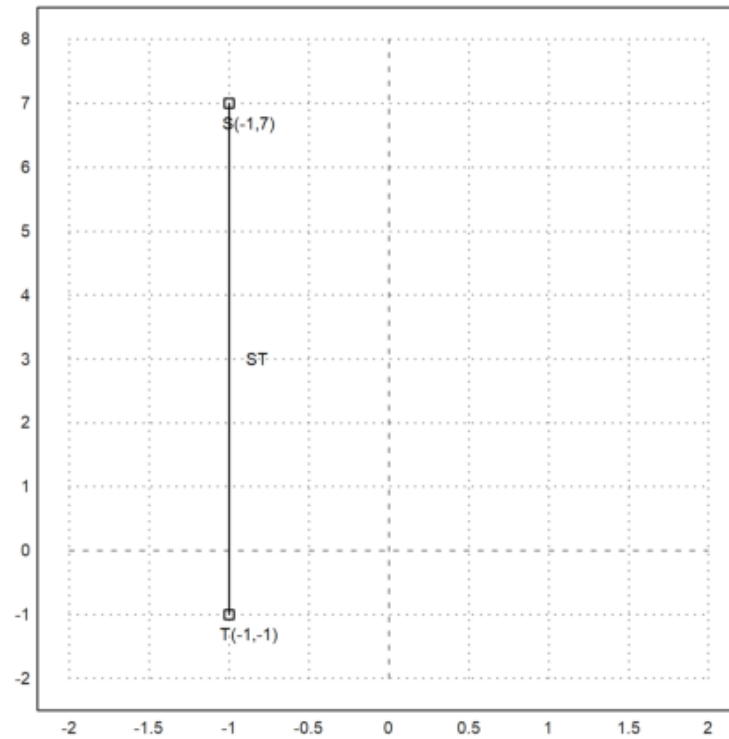
```
>S=[-1,7];  
>T=[-1,-1];  
>plotPoint(S,"S(-1,7)":
```



```
>plotPoint(T,"T(-1,-1)":
```



```
>plotSegment(S,T,"ST"):
```



```
>x1=-1; y1=7;  
>x2=-1; y2=-1;  
>ST := abs(y2-y1)
```

Panjang ruas garis ST

$$\overline{ST} = |y_2 - y_1|$$

$$\overline{ST} = |-1 - 7|$$

$$\overline{ST} = |-8|$$

$$\overline{ST} = 8$$

```
>ST :=sqrt((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2)
```

8

Jarak antara titik S(-1,7) dan T(-1,-1)
Diketahui

$$x_1 = -1, y_1 = 7, x_2 = -1, y_2 = -1$$

subtitusikan ke persamaan, sehingga diperoleh:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{(-1 - (-1))^2 + (-1 - 7)^2}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{(0)^2 + (-8)^2}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{0 + 64}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{64}$$

$$\overline{ST} = 8$$

Jadi, jarak titik S ke titik T adalah 8.

```
>distance(S,T)
```

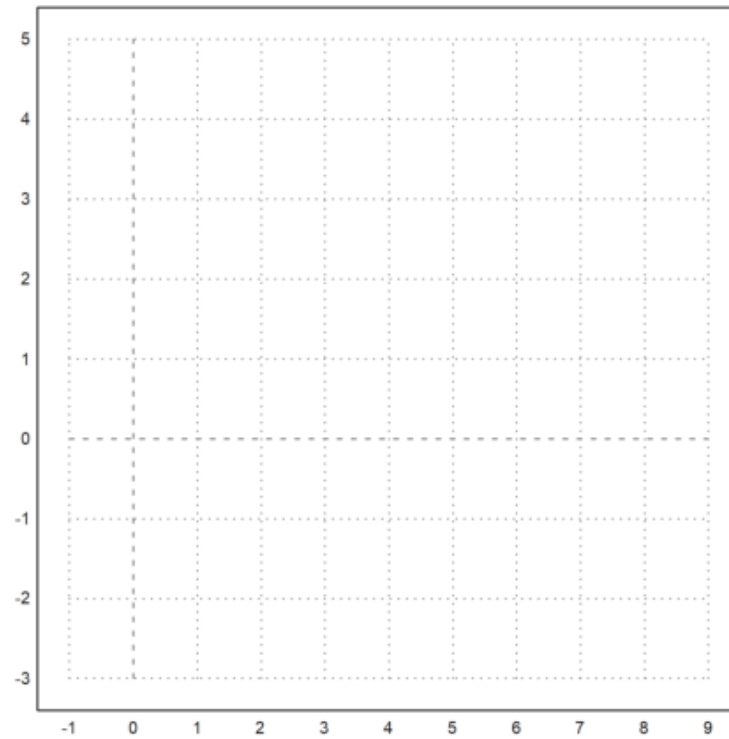
8

Segitiga

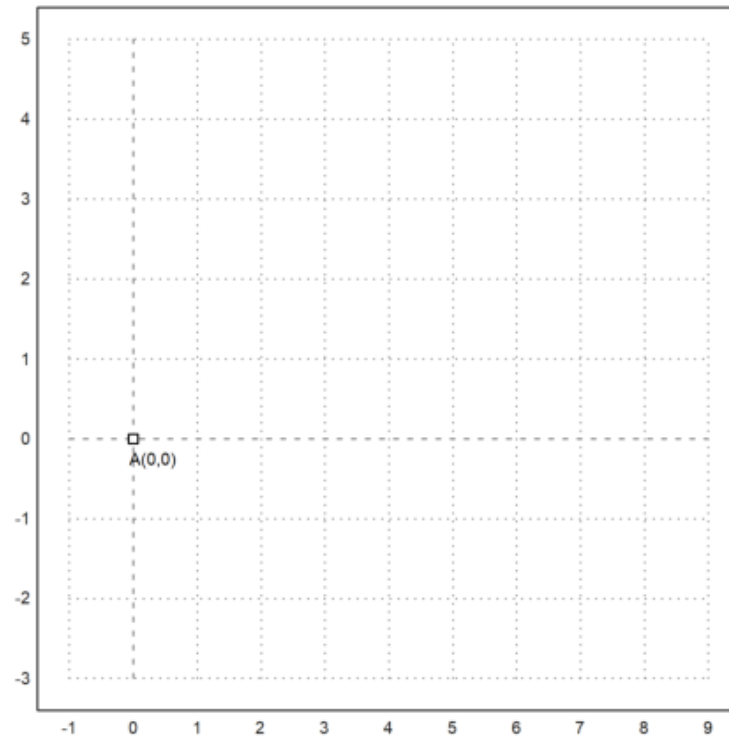
Segitiga merupakan suatu bangun datar yang mempunyai tiga buah sisi dan tiga buah sudut.

Luas dan Keliling Segitiga

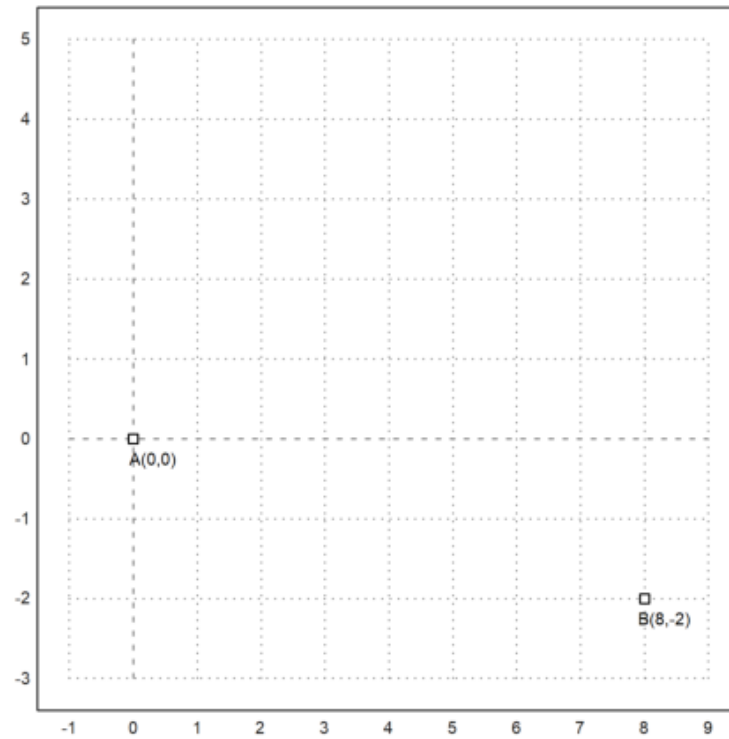
```
>setPlotRange (-1,9,-3,5):
```



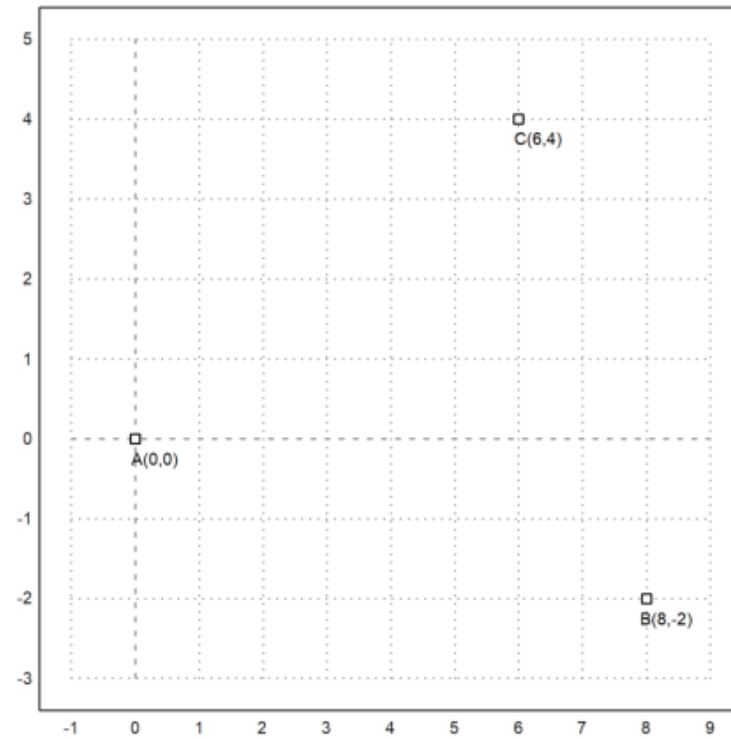
```
>A=[0,0]; B=[8,-2]; C=[6,4];  
>plotPoint(A,"A(0,0)");
```



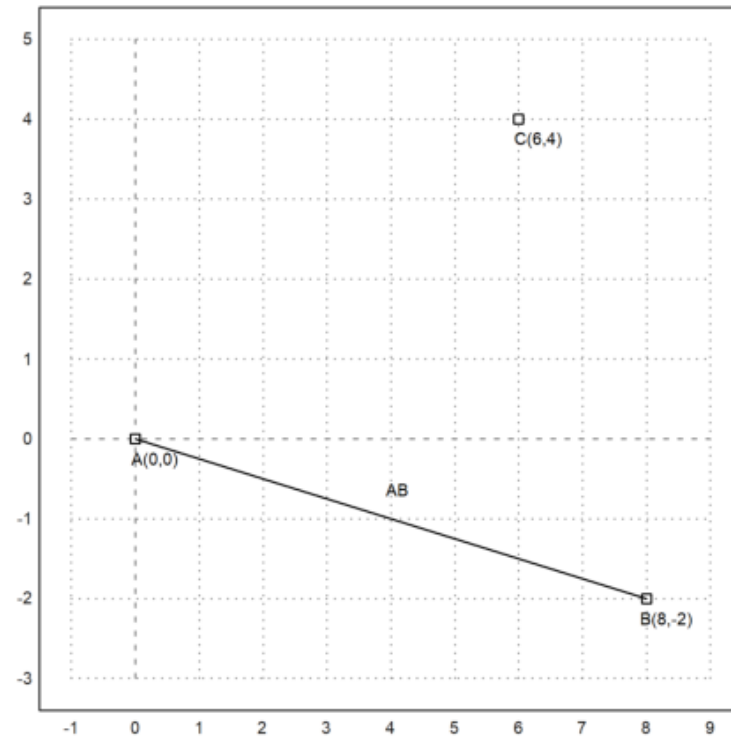
```
>plotPoint(B,"B(8,-2)");
```



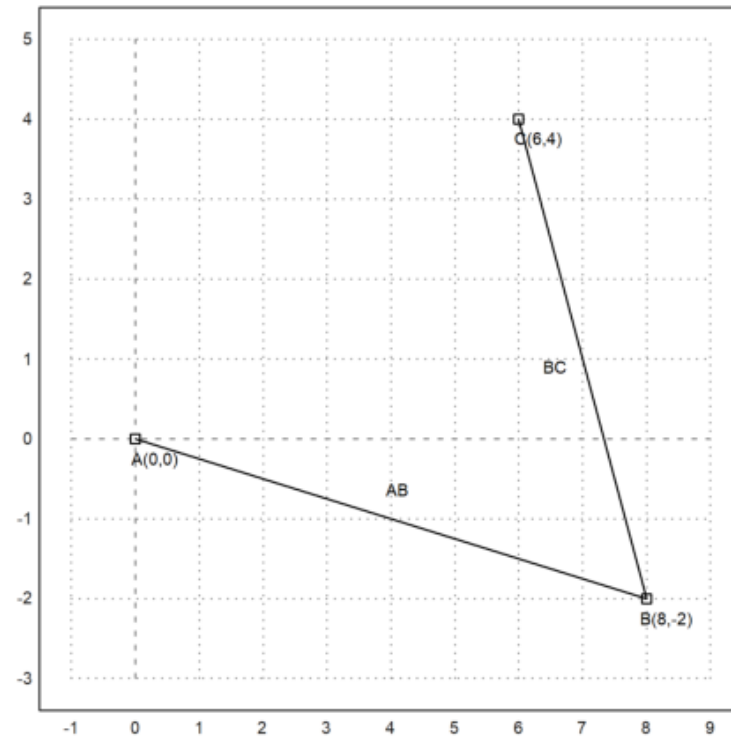
```
>plotPoint(C,"C(6,4)");
```



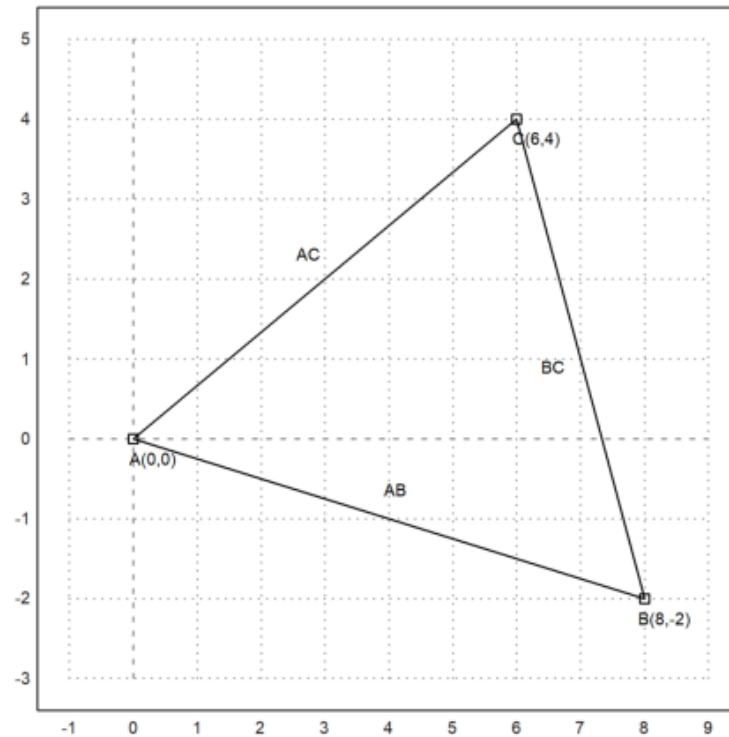
```
>plotSegment(A,B):
```



```
>plotSegment(B,C):
```



```
>plotSegment(A,C):
```



```
>areaTriangle(A,B,C)
```

fungsi `areaTriangle(A,B,C)` berungsi untuk menghitung luas segitiga ABC yaitu 22 satuan luas.

```
>a:= distance(B,C)
```

6.32455532034

panjang ruas garis BC

```
>b:= distance(A,C)
```

7.21110255093

panjang ruas garis AC

```
>c:= distance(A,B)
```

8.24621125124

panjang ruas garis AB

```
>K:= a+b+c
```

21.7818691225

Keliling segitiga ABC

```
>s:= (a+b+c)/2
```

10.8909345613

```
>L:= sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c))
```

22

Luas segitiga ABC

Rumus Heron

Untuk mencari luas segitiga, dapat kita gunakan Rumus Heron yang menyatakan bahwa luas segitiga dengan panjang sisi a, b, dan c adalah:

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

dengan

$$s = \frac{(a+b+c)}{2}$$

atau dapat kita tulis dalam bentuk lain yaitu:

$$L = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}$$

Lingkaran

Definisi Lingkaran

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik pada bidang datar, sehingga setiap titik pada lingkaran itu berjarak sama terhadap titik tertentu dalam lingkaran. Jarak yang sama disebut dengan jari-jari (radius) sedangkan titik tertentu disebut pusat (center) lingkaran.

Persamaan Lingkaran

- Pusat di titik asal O (0,0) dan jari-jari r

$$x^2 + y^2 = r^2$$

- Pusat di (a,b) dan jari-jari r

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

- Pusat di (-A,-B) dan

$$r = \sqrt{A^2 + B^2 - C}$$

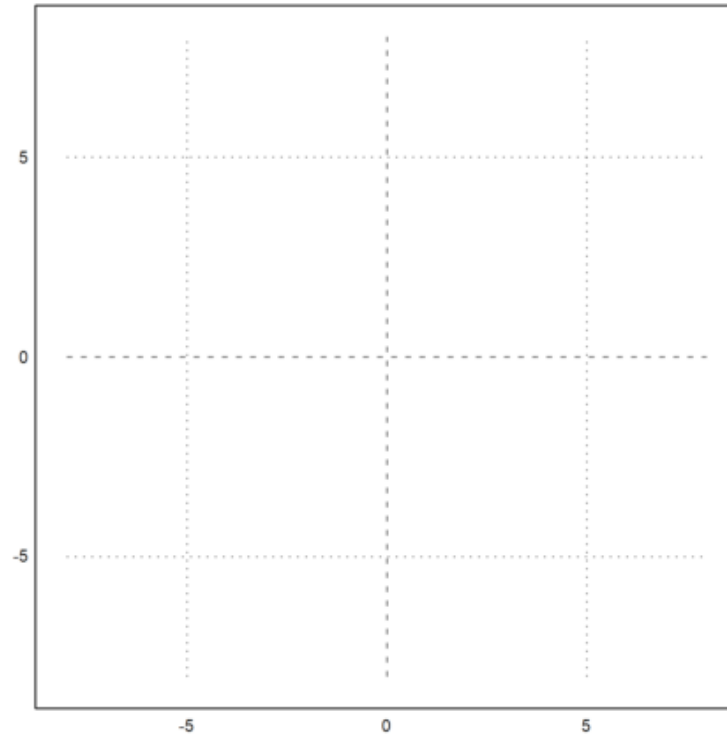
$$x^2 + y^2 + 2Ax + 2By + c = 0$$

Luas dan Keliling Lingkaran

Contoh 1

Lingkaran dengan pusat di titik asal O (0,0) dan jari-jari 7

```
>setPlotRange(8):
```



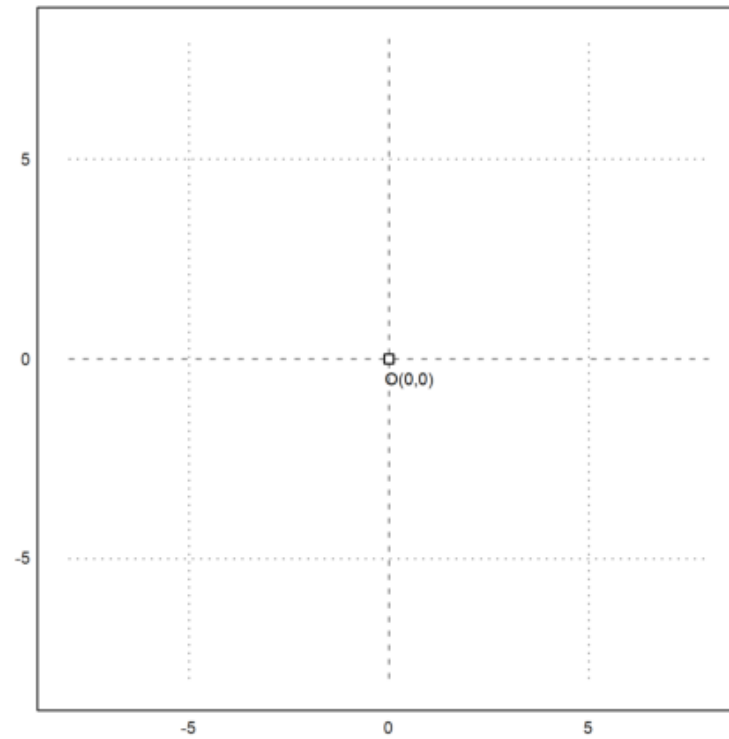
```
>O:= [0,0]
```

[0, 0]

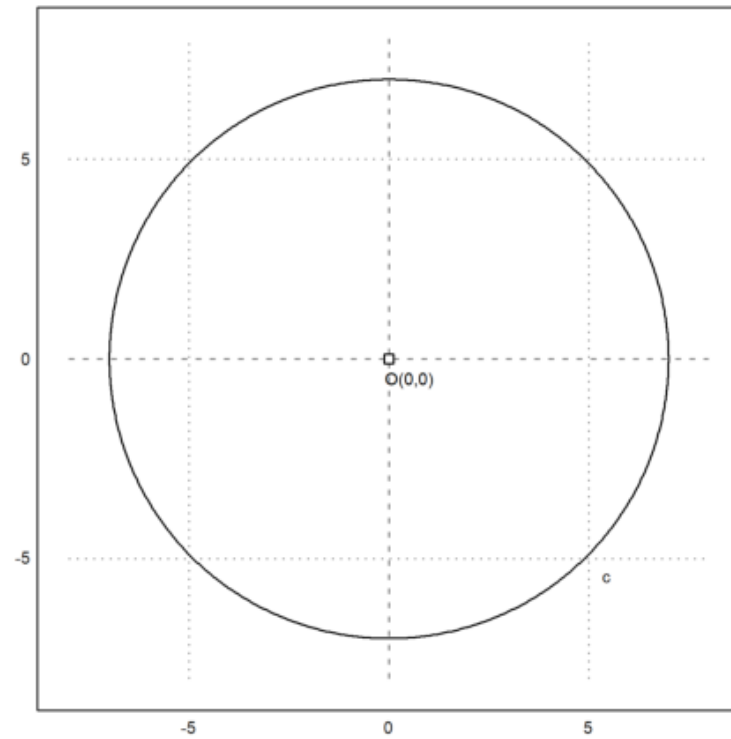
```
>r:= 7
```

7

```
>plotPoint(O,"O(0,0)":
```



```
>c=circleWithCenter(0,r);  
>plotCircle(c):
```



```
>pi:= 22/7
```

3.14285714286

```
>L:= pi*r^2
```

154

Luas lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 (pi=22/7)

$$L = \pi \times r^2$$

$$L = \frac{22}{7} \times 7^2$$

$$L = \frac{22}{7} \times 49$$

$$L = 22 \times 7$$

$$L = 154$$

Jadi luas lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 adalah 154.

```
>K:= 2*pi*r
```

44

Keliling lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 (pi=22/7)

$$K = 2 \times \pi \times r$$

$$K = 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

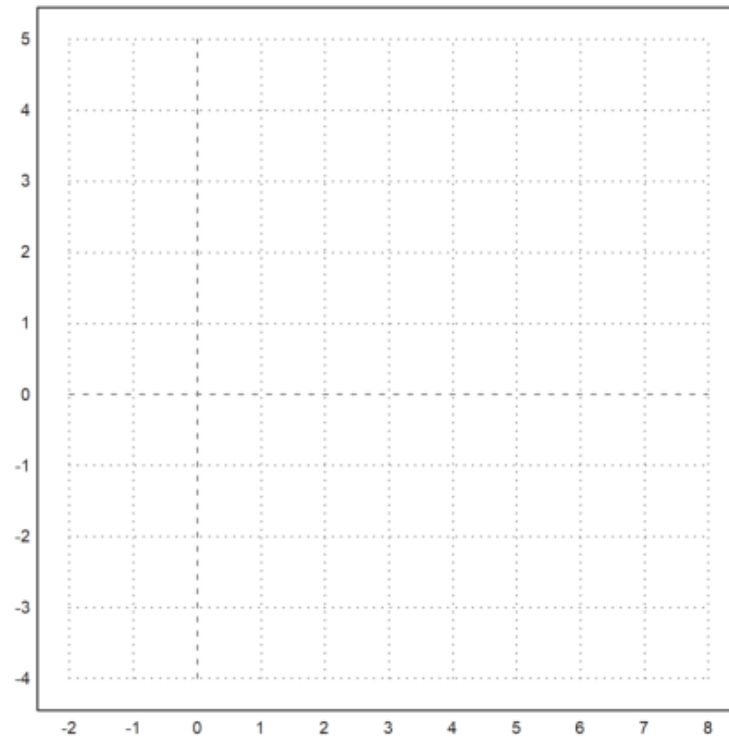
$$K = 2 \times 22$$

$$K = 44$$

Jadi luas lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 adalah 44.

Contoh 2

```
>setPlotRange(-2,8,-4,5):
```



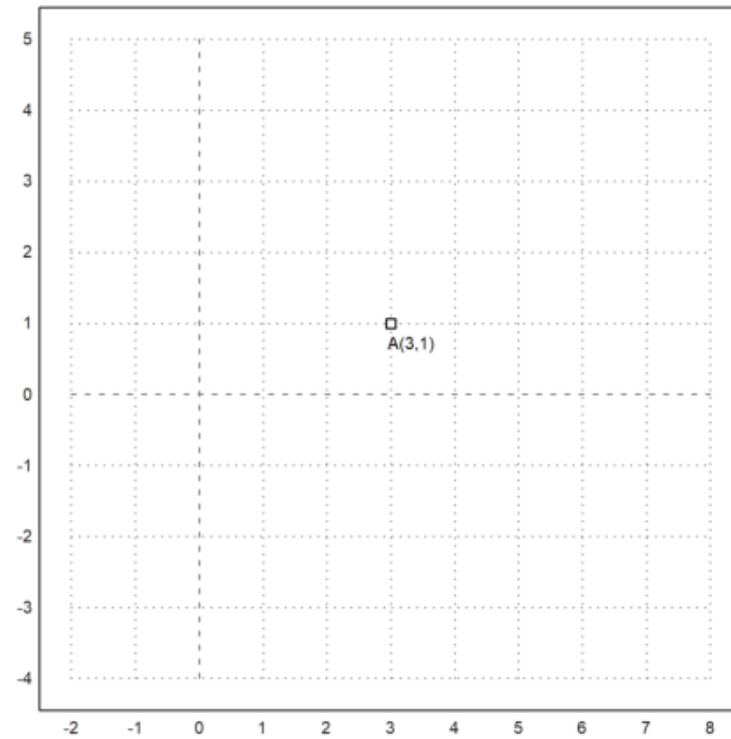
```
>A:= [3,1]
```

[3, 1]

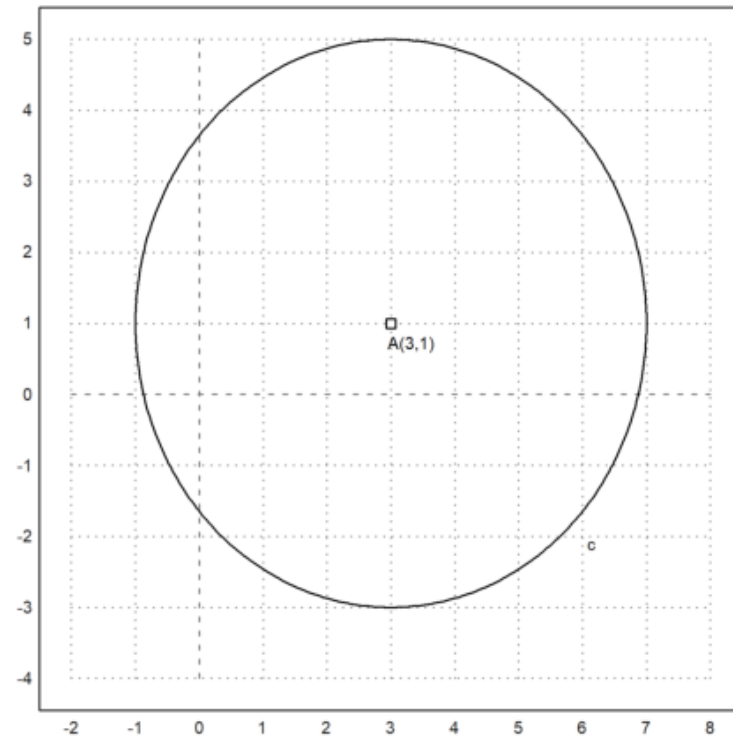
```
>r:= 4
```

4

```
>plotPoint(A,"A(3,1)":
```



```
>c=circleWithCenter(A,r);  
>plotCircle(c):
```



```
>pi:= 3.14
```

3.14

```
>L:= pi*r^2
```

50.24

Luas lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 (pi=3.14)

$$L = \pi \times r^2$$

$$L = 3.14 \times 4^2$$

$$L = 3.14 \times 16$$

$$L = 50.24$$

Jadi luas lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 adalah 50.24

```
>K:= 2*pi*r
```

25.12

Keliling lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 (pi=3.14)

$$K = 2 \times \pi \times r$$

$$K = 2 \times 3.14 \times 4$$

$$K = 8 \times 3.14$$

$$K = 25.12$$

Jadi luas lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 adalah 25.12