CURSO 2023-2024

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE 1: APRENDEMOS A MEDIR: TURISMO POR LA CIUDAD DE GRANADA

FÍSICA Y QUÍMICA 2ºESO

COLEGIO MARISTA LA INMACULADA
CALLE SÓCRATES, 8
18002 - GRANADA

Índice

0. Ubicación en la programación

Título: Situación de aprendizaje 1. Aprendemos a medir: Turismo por la ciudad de Granada

Evaluación: Primera

Temporalidad: 3 semanas

Número de sesiones: 9 horas

Criterios de evaluación: CriEval-FyQ-1.1, CriEval-FyQ-1.2, CriEval-FyQ-1.3, CriEval-FyQ-2.1, CriEval-FyQ-2.2, CriEval-FyQ-2.3, CriEval-FyQ-3.1, CriEval-FyQ-3.2, CriEval-FyQ-3.3, CriEval-FyQ-4.1, CriEval-FyQ-4.2, CriEval-FyQ-5.1, CriEval-FyQ-5.2

Actividades de evaluación:

- Cuaderno
- Informe técnico del laboratorio
- Respuesta oral a preguntas
- Trabajo diario

Índice de contenidos: Concepto de número natural y entero. Operaciones con número enteros. Jerarquía de operaciones. Potencias de números naturales y enteros. Propiedades de la potencia. Potencia de exponente negativo y fraccionario. Concepto de magnitud física. Sistema internacional de unidades. Magnitudes fundamentales y derivadas. Múltiplos y submúltiplos de unidades. Notación científica con números reales con potencias de base 10. Sensibilidad de un instrumento de medida. Medidas precisas y exactas. Error en la medida. Valor medio de un conjunto de medidas. Concepto cualitativo de dispersión de las medidas. Aproximación de cantidades.

Breve resumen de la situación: Trabajamos en la oficina de turismo del ayuntamiento de Granada y recibimos la visita de turistas, de todas las partes del mundo, que desean conocer nuestra ciudad.

Cada grupo de turistas presenta unos requisitos concretos: máximo de dinero que pueden gastar en monumentos, preferencia por caminar o por utilizar transporte público, días de la semana que pueden estar en Granada, idiomas en los que pueden manejarse, información sobre conexiones con estaciones de autobús, tren y aeropuerto, etc.

La finalidad de esta situación de aprendizaje es ofrecer a cada grupo de turistas una organización de su visita a Granada que se ajuste a sus necesidades, aplicando los saberes y los criterios de evaluación tanto de FyQ como de Matemáticas (asignatura con la que se trabaja de manera coordinada durante todo el año). Para ello, los alumnos contarán con las explicaciones de clase, con los materiales de trabajo y con los recursos web proporcionados por el profesor, que establecen las condiciones de inicio y las condiciones a cumplir en cada grupo de turistas. También se ofrecen enlaces web fiables donde contrastar la información técnica (precios de monumentos, distancias, horarios, etc.).

Es importante el proceso de selección previo del profesor sobre la información web, para definir un conjunto de entornos web con veracidad y seguridad contrastada. Y tener así un marco común para todos los alumnos que deban buscar la información que inicialmente desconozcan: horarios, precios, historia, medios de transporte, etc.

Alternamos trabajo individual con trabajo grupal a lo largo de las distintas sesiones.

No hay solución única al reto que se plantea. Pero sí las hay más eficientes que otras, por lo que se valorará especialmente en la evaluación aquellas soluciones que cumplan con mayores márgenes de seguridad las necesidades de cada grupo.

1. ¿Qué necesitamos saber previamente?

1.1. ¿Qué es una magnitud física?

Una magnitud física es todo aquello que puede medirse con un número y una unidad. Una unidad es la cantidad que sirve de referencia para comparar diferentes medidas.

Por ejemplo, es fácil afirmar que 80.000 segundos es una cantidad de tiempo mayor que 2.500 segundos, ya que ambos números están acompañados por la misma unidad (segundo).

¿Qué pasaría si tuviésemos que comparar 80.000 segundos con 25 horas? Al no estar expresados ambos tiempos en la misma unidad, tendríamos que operar previamente para poder compararlos:

- En un minuto hay 60 segundos.
- En una hora hay 60 minutos.
- En una hora hay 3.600 segundos (60 veces 60).
- En 25 horas habrá 90.000 segundos (25 veces 3.600)

Y ahora sí podríamos afirmar que 80.000 segundos es una cantidad inferior a 25 horas (que son 90.000 segundos).

1.2. El Sistema Internacional de Unidades (S.I.)

Antiguamente se utilizaban las partes del cuerpo como unidades de medida. Por ejemplo:

- pulgada: grosor del dedo pulgar.
- codo: distancia entre el codo y el extremo del dedo medio de la mano.
- pie: longitud de la región plantar (un codo equivalía aproximadamente a dos pies).
- legua: distancia que una persona solía recorrer en una hora de camino.

Este tipo de unidades presentan el problema de que dos personas distintas suelen tener diferente grosor de dedo, diferente longitud de codo, diferente longitud de pie o caminar a ritmos distintos. Es decir, lo que para una persona serían 23 codos, para otra podrían ser 26. Las medidas, bajo esas unidades, diferían mucho entre sí.

Los científicos buscaron solución a este problema y acordaron en la Conferencia General de Pesos y Medidas celebrada en Ginebra (Suiza) en 1960, un sistema de referencia común a la hora de medir. Este sistema común se llamó inicialmente MKS (por las iniciales de metro, kilogramo y segundo) y posteriormente se denominó Sistema Internacional de Unidades (S.I.).

El S.I. es seguido por los científicos de todo el mundo, aunque es cierto que la tradición cultural de zonas anglosajones provoca que el S.I. conviva con otros sistemas de medida en esos países (que emplean, por ejemplo, la milla en vez del kilómetro para medir longitudes, o la libra en vez del kilogramo para medir masas).

1.3. Magnitudes fundamentales

Una magnitud fundamental es aquella que se define por sí misma y es independiente de las demás magnitudes. Actualmente consideramos siete magnitudes fundamentales: longitud, masa, tiempo, temperatura, intensidad de corriente, intensidad luminosa y cantidad de materia.

Tabla de magnitudes fundamentales		
Magnitud	**Unidad de referencia en el S.I.**	**Símbolo**
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K (letra mayúscula y no se añade °)
Intensidad de corriente	amperio	A (letra mayúscula)
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

1.4. Algunos ejemplos de magnitudes derivadas

Una magnitud derivada es aquella que se obtiene mediante expresiones matemáticas a partir de las magnitudes fundamentales. Existen cientos de magnitudes derivadas. En este inicio de curso vamos a centrarnos en el área, el volumen y la velocidad.

Tres ejemplos de magnitudes derivadas		
Magnitud	**Unidad de referencia en el S.I.**	**Símbolo**
Área	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Velocidad	Metro dividido por segundo. Coloquialmente se dice “metro por segundo”. ¡Pero ojo! Es una división, no es un producto.	m/s

1.5. Múltiplos y submúltiplos de unidades

Si vamos a medir cantidades muy grandes o muy pequeñas, aparecen lógicamente números muy grandes o números muy pequeños. Por ejemplo: la distancia de la Tierra al Sol es de aproximadamente 150.000.000.000 m. Es decir, ciento cincuenta mil millones de metros. Escribir un número tan largo y con tantos ceros es muy incómodo y poco práctico.

Por esta razón vamos a utilizar múltiplos, submúltiplos y potencias de base 10.

Recuerda las siguientes reglas de matemáticas que has aprendido en Primaria:

$$1 = 10^0$$
$$10 = 10^1$$
$$100 = 10^2$$
$$1.000 = 10^3$$
$$10.000 = 10^4$$
$$100.000 = 10^5$$
$$1.000.000 = 10^6$$

$$1 = 10^0$$
$$\frac{1}{10} = 0{,}1 = 10^{-1}$$
$$\frac{1}{100} = 0{,}01 = 10^{-2}$$
$$\frac{1}{1.000} = 0{,}001 = 10^{-3}$$
$$\frac{1}{10.000} = 0{,}0001 = 10^{-4}$$
$$\frac{1}{100.000} = 0{,}00001 = 10^{-5}$$
$$\frac{1}{1.000.000} = 0{,}000001 = 10^{-6}$$

Múltiplos y submúltiplos del metro

Longitud	Equivalencia con el metro
kilómetro (km)	1 km = 1.000 m = 10^3 m
hectómetro (hm)	1 hm = 100 m = 10^2 m
decámetro (dam)	1 dam = 10 m = 10 m
metro (m)	
decímetro (dm)	1 dm = 0,1 m = 10^{-1} m
centímetro (cm)	1 cm = 0,01 m = 10^{-2} m
milímetro (mm)	1 mm = 0,001 m = 10^{-3} m

Múltiplos y submúltiplos del kilogramo

Masa	Equivalencia con el kilogramo
tonelada (tm)	1 tm = 1.000 kg = 10^3 kg
kilogramo (kg)	
hectogramo (hg)	1 hg = 0,1 kg = 10^{-1} kg
decagramo (dag)	1 dag = 0,01 kg = 10^{-2} kg
gramo (g)	1 g = 0,001 kg = 10^{-3} kg
decigramo (dg)	1 dg = 0,0001 kg = 10^{-4} kg
centigramo (cg)	1 cg = 0,00001 kg = 10^{-5} kg
miligramo (mg)	1 mg = 0,000001 kg = 10^{-6} kg

Múltiplos y submúltiplos del segundo

Tiempo	Equivalencia con el segundo
día (d)	1 d = 24·3.600 s = 86.400 s
hora (h)	1 h = 60·60 s = 3.600 s
minuto (min)	1 min = 60 s
segundo (s)	
décima de segundo (ds)	1 ds = 0,1 s = 10^{-1} s
centésima de segundo (cs)	1 cs = 0,01 s = 10^{-2} s
milésima de segundo (ms)	1 ms = 0,001 s = 10^{-3} s

Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado

Área o Superficie	Equivalencia con el metro cuadrado
kilómetro cuadrado (km^2)	1 km^2 = 1.000.000 m^2 = $(10^2)^3$ m^2 = 10^6 m^2
hectómetro cuadrado (hm^2)	1 hm^2 = 10.000 m^2 = $(10^2)^2$ m^2 = 10^4 m^2
decámetro cuadrado (dam^2)	1 dam^2 = 100 m^2 = $(10^2)^1$ m^2 = 10^2 m^2
metro cuadrado (m^2)	
decímetro cuadrado (dm^2)	1 dm^2 = 0,01 m^2 = $(10^2)^{-1}$ m^2 = 10^{-2} m^2
centímetro cuadrado (cm^2)	1 cm^2 = 0,0001 m^2 = $(10^2)^{-2}$ m^2 = 10^{-4} m^2
milímetro cuadrado (mm^2)	1 mm^2 = 0,000001 m^2 = $(10^2)^{-3}$ m^2 = 10^{-6} m^2

Múltiplos y submúltiplos del metro cúbico

Volumen	Equivalencia con el metro cúbico
kilómetro cúbico (km^3)	1 km^3 = 1.000.000.000 m^3 = $(10^3)^3$ m^3 = 10^9 m^3
hectómetro cúbico (hm^3)	1 hm^3 = 1.000.000 m^3 = $(10^3)^2$ m^3 = 10^6 m^3
decámetro cúbico (dam^3)	1 dam^3 = 1.000 m^3 = $(10^3)^1$ m^3 = 10^3 m^3
metro cúbico (m^3)	
decímetro cúbico (dm^3)	1 dm^3 = 0,001 m^3 = $(10^3)^{-1}$ m^3 = 10^{-3} m^3
centímetro cúbico (cm^3)	1 cm^3 = 0,000001 m^3 = $(10^3)^{-2}$ m^3 = 10^{-6} m^3
milímetro cúbico (mm^3)	1 mm^3 = 0,000000001 m^3 = $(10^3)^{-3}$ m^3 = 10^{-9} m^3

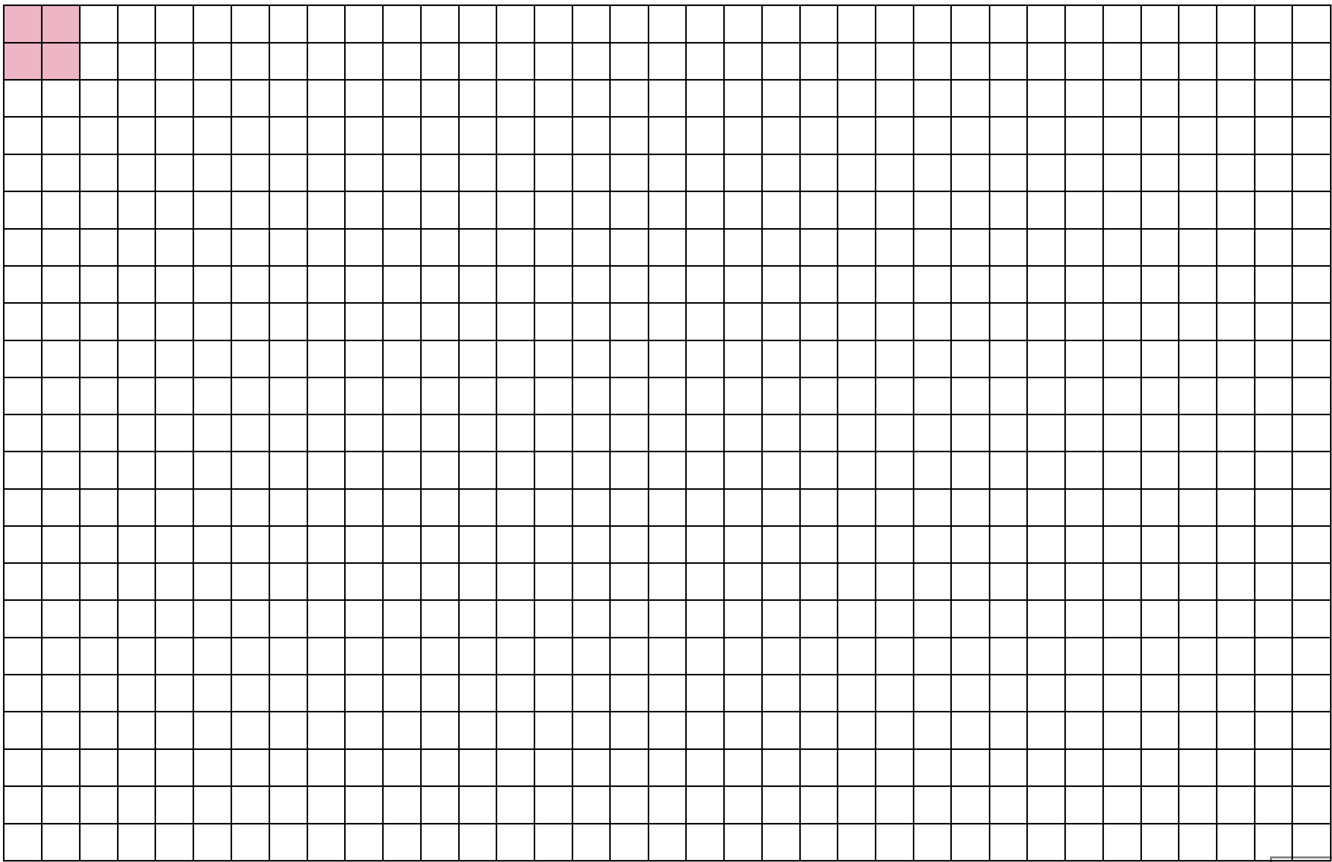
Actividades manipulativa sobre el concepto de área: rejilla de cuadraditos y pentominós

La siguiente rejilla está formada por cuadraditos. La longitud del lado de cada cuadradito es de 0,5 cm. Como la operación matemática del producto $b \times a$ es equivalente al cálculo del área de un rectángulo de base b y altura a, podemos afirmar que cada cuadradito posee un área igual a $0{,}5\ cm \times 0{,}5\ cm = 0{,}25\ cm^2$.

PARA PENSAR 1. ¿Cómo es posible que el número asociado al área (0,25) haya resultado más pequeño que el número asociado al lado del cuadradito (0,5)? ¿Podemos comparar longitud con área?

Fíjate en la esquina superior de la rejilla. Aparece sombreado un cuadrado formado por 2 cuadraditos de base y 2 cuadraditos de altura. El área de ese cuadrado es de 1 cm^2 y se ha formado con la unión de 4 cuadraditos pequeños.

PARA PENSAR 2. ¿Eres capaz de dibujar en la rejilla otras figuras distintas al cuadrado y que posean el mismo área de $1\ cm^2$? ¿Existen infinitas figuras distintas de área $1\ cm^2$? ¿Existen figuras simétricas o relacionadas mediante giros?

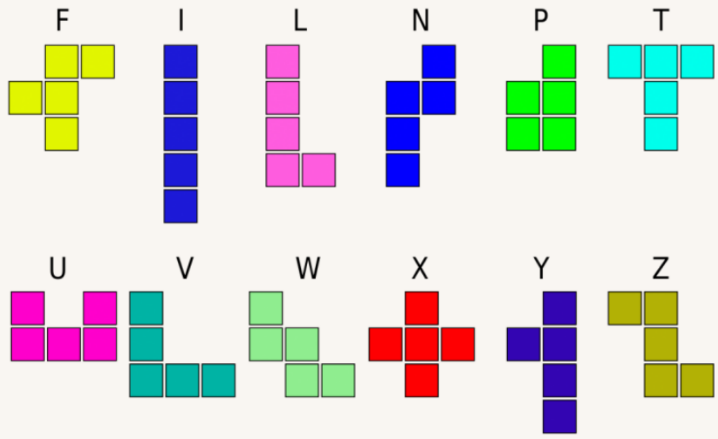


CONCEPTO DE ÁREA O SUPERFICIE

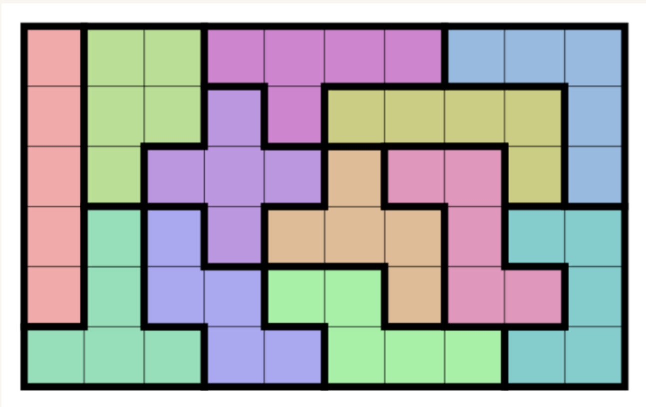
PENTOMINÓ

Un pentominó es una figura plana formada por 5 cuadrados unidos por sus lados. Solo existen 12 pentominós posibles.

Si cada cuadrado posee de lado 1 unidad de longitud, su área sería igual a 1 unidad al cuadrado. Por lo tanto, el área de cada pentominó será igual a 5 unidades al cuadrado.



La siguiente imagen muestra un rectángulo utilizando los 12 pentóminos. ¿Cuál será el área de este rectángulo?



¿Eres capaz de formar otros rectángulos usando al menos 3 pentóminos? Calcula el área de los rectángulos que consigas formar.

Utiliza los pentominós que tienes en clase para crear los siguientes rectángulos:

- Con 3 pentominós puedes formar un rectángulo 3x5 (área total 15 unidades cuadradas).
- Con 4 pentominós puedes formar un rectángulo 4x5 (área total 20 unidades cuadradas).
- Con 5 pentominós puedes formar un cuadrado 5x5 (área total 25 unidades cuadradas).
- Con 6 pentominós puedes formar un cuadrado 6x5 (área total 30 unidades cuadradas).
- Con 7 pentominós puedes formar un rectángulo 7x5 (área total 35 unidades cuadradas).
- Con 8 pentominós puedes formar un rectángulo 8x5 (área total 40 unidades cuadradas).
- Con 9 pentominós puedes formar un rectángulo 9x5 (área total 45 unidades cuadradas).

Hay más configuraciones posibles. En internet encontrarás infinidad de ejemplos resueltos. Intenta pensar las soluciones por ti mismo. Los rectángulos arriba indicados no tienen solución única, por lo que puedes colocar los pentominós de diversas formas para conseguir la figura final.

PARA PENSAR 3. Todos los pentominós poseen el mismo área. Pero ¿poseen todos los pentominós el mismo perímetro? ¿Qué es el perímetro de una figura plana?

PARA PENSAR 4. ¿Es posible crear un rectángulo 3x5 con tres pentominós diferentes si una de la piezas es la denominada como X en el cartel resumen anterior? ¿Puedes crear un rectángulo 5x12 usando las doce figuras de los pentominós? Razona tu respuesta.

Actividad manipulativa sobre el concepto de volumen: policubos

Un cubo es una figura geométrica de 6 caras, donde cada cara es un cuadrado. El lado de cada uno de los cuadrados se llama arista. Los policubos son "muchos cubos" que pueden engancharse por sus caras laterales.

Si la arista de un policubo mide 1 unidad de longitud, el área de su base cuadrada será igual a 1 unidad cuadrada. Hasta aquí, igual que los pentominós. Pero si consideramos también la profundidad del policubo, podemos hablar de volumen en tres dimensiones. El volumen es el espacio que ocupa un objeto.

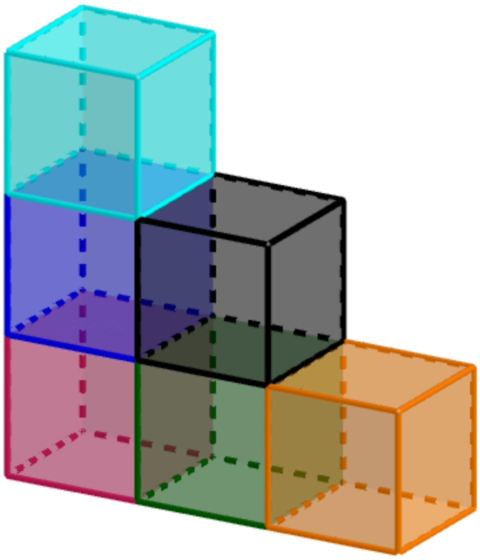
En un cubo el volumen es igual al producto de las longitudes de las tres aristas que tienen un vértice en común. Si la arista mide 1 unidad de longitud, el volumen será: 1 unidad x 1 unidad x 1 unidad = 1 unidad cúbica.

PARA PENSAR 5. Si unimos los policubos entre sí y formamos un cubo más grande que tenga por arista 2 policubos, ¿cuántos policubos formaran el cubo grande? ¿Cuál será el volumen de ese cubo grande?

PARA PENSAR 6. Y si construimos un cubo aún más grande formado por 3 policubos en su arista, ¿cuántos policubos formarán ahora el cubo grande? ¿Y cuál será su volumen?

PARA PENSAR 7. Repite el razonamiento construyendo aristas con 4 policubos, con 5 policubos, con 6 policubos, etc. ¿Encuentras algún patrón para calcular el volumen total? Utiliza los policubos que tienes en clase.

PARA PENSAR 8. Utiliza los policubos para fabricar formas geométricas en tres dimensiones que no sean cubos. Pueden ser en forma de caja de zapatos, en forma de escalera, etc. Clasifica las construcciones por el volumen total y por la suma de las áreas de todas sus caras exteriores.



PARA PENSAR 9. La longitud de las aristas de los policubos es de 2 cm. Por lo tanto, ¿cuánto valdrá el volumen de un policubo en centímetros cúbicos? ¿Cuánto valdrá el volumen, en centímetros cúbicos, de un cubo formado por 2 policubos de arista? ¿Y si el cubo está formado por 3 policubos de arista? ¿Y si está formado por 4 policubos de arista? ¿Y por 5 policubos? ... ¿Y por “n” policubos?

1.6. Notación científica para expresar cantidades

Los números positivos que no tiene decimales son los números naturales. Si incluimos también los números negativos sin decimales, tendremos los números enteros. Y si incluimos los decimales hablaremos de números reales. Las operaciones que hemos estudiado en MATEMÁTICAS son las herramienta FUNDAMENTAL para operar en FÍSICA Y QUÍMICA. Ambas asignaturas estamos coordinadas y trabajamos a la par los mismos contenidos matemáticos.

Cuando aparezcan decimales vamos a asumir el siguiente convenio de notación científica:

- Trabajar con potencias de base 10 si la extensión del número lo requiere.
- Dejar un cifra distinta de cero en la parte entera.
- Dejar un máximo de dos cifras redondeadas en la parte decimal.

Recuerda que multiplicar por potencias de base 10 implica desplazar hacia la derecha la coma decimal tantas posiciones como indique el exponente. Y dividir por potencias de base 10 implica desplazar hacia la izquierda la coma decimal tantas posiciones como indique el exponente. Por ejemplo:

$$17{,}38567 \cdot 10^2 = 1734{,}567$$

Con el convenio que hemos establecido, usaríamos las potencias de base 10 para dejar una única cifra en la parte entera del número decimal:

$$1{,}738567 \cdot 10^3$$

Y dejamos dos cifras decimales redondeadas:

$$1{,}74 \cdot 10^3$$

Apliquemos estos conocimientos matemáticos al trabajo con unidades científicas.

Supongamos que tenemos 2.340,26 metros y deseamos pasar a milímetros. Sabemos que para pasar de metros a milímetros debemos multiplicar por 1.000.

$$2.340{,}26\ m \cdot 10^3 = 2.340.260\ mm$$

Dejamos una única cifra en la parte entera:

$$2{,}340.260 \cdot 10^6\ mm$$

Y redondeamos a dos cifras decimales:

$$2{,}34 \cdot 10^6\ mm$$

PARA PENSAR 10. Ahora es tu tiempo para practicar. Realiza las operaciones de manera ordenada para pasar las siguientes cantidades a la unidad de referencia del S.I. correspondiente, siguiendo el convenio de notación científica que hemos establecido. La unidad de referencia viene indicada entre paréntesis.

- $421\ hm\ (m)$
- $56{,}3\ cm\ (m)$
- $1.324\ g\ (kg)$
- $3{,}25\ h\ (s)$
- $234{,}56\ km^2 (m^2)$
- $0{,}37\ hm^3 (m^3)$

1.7. Sensibilidad de un instrumento de medida

Un instrumento de medida es un aparato que ofrece el valor de una magnitud física. Por ejemplo: un cronómetro mide el tiempo, una balanza mide la masa y una regla mide la longitud.

El valor más pequeño que puede medir un instrumento de medida se llama sensibilidad.

En una regla como la que usas en clase, la sensibilidad es de 1 mm. Eso significa que no puedes medir cantidades inferiores al milímetro.

El cronómetro que suele aparecer en los relojes de pulsera o en los teléfonos móviles tiene sensibilidad de 1 cs. Es decir, no pueden medir tiempos más pequeños que la centésima de segundo.

Cuando realicemos una medida con un instrumento, siempre, siempre, siempre, siempre, siempre, deberemos indicar la sensibilidad del aparato.

Aquí tienes unos ejemplos:

- Tiempo: 46,53 ± 0,01 s (cronómetro con sensibilidad de la centésima de segundo)
- Masa: 236,7 ± 0,1 g (balanza con sensibilidad del decigramo)
- Longitud: 23,1 ± 0,1 cm (regla con sensibilidad del milímetro)

Incluso si las cifras decimales de la medida son iguales a cero, se escriben explícitamente.

- Tiempo: 36,00 ± 0,01 s

Además, la sensibilidad se puede escribir en función de distintas unidades.

- Longitud: 17,1 ± 0,1 cm o bien podemos escribir 171 ± 1 mm

1.8. Diferencia entre medidas precisas y medidas exactas

Cuando un conjunto de medidas experimentales están muy próximas entre sí, decimos que esas medidas son muy precisas. Por ejemplo: lanzamos dardos a una diana, y todos los dardos quedan muy cerca uno del otro. Diremos que nuestros lanzamientos son muy precisos.

Si el conjunto de medidas está muy próximo del valor que se considera verdadero, decimos que esas medidas son muy exactas. Por ejemplo: lanzamos dardos a una diana, y todos los dardos quedan muy cerca del centro. En este caso diremos que nuestros lanzamientos son muy precisos (por estar muy cerca unos de otro) y también muy exactos (por estar cercanos al centro de la diana).

1.9. Errores en la medida

Siempre que medimos cometemos errores.

Los errores instrumentales son los errores provocados por los aparatos de medida. La sensibilidad de un aparato es un tipo de error instrumental. La mala fabricación de un aparato es otro tipo de error experimental, llamado error de fabricación. Y si hay piezas que funcionan mal en aparatos más complejos (como una balanza o un termómetro electrónico), tendremos un error de calibrado.

Y hay errores sistemáticos, que no dependen de los instrumentos de medida. Los errores sistemáticos dependen de las condiciones ambientales donde se realiza el experimento y dependen del observador. Si, por ejemplo, mido el tiempo de caída de una pelota desde una ventana y hay viento, la influencia del viento no la puedo controlar y alterará el resultado de las medidas. Y si una persona debe pulsar el botón de inicio y de parada del cronómetro, siempre habrá un tiempo de retardo en la acción de pulsar los botones.

1.10. Concepto de valor medio

Para reducir la influencia de los errores en la toma de medidas, se realizan muchas repeticiones de las medidas experimentales. Si repitiésemos todas las medidas muchas, muchas, muchas veces, la influencia de los errores en el resultado final sería cada vez menor, ya que son consecuencia de fenómenos aleatorios.

Pero si repetimos el experimento muchas veces… ¿con qué valor de las medidas nos quedamos? ¿Con la primera medida? ¿Con la última? ¿Con una que elijamos al azar?

El convenio que siguen los científicos de todo el mundo es realizar la media aritmética: sumar todas las medidas y dividir por el número total de medidas realizadas.

Por ejemplo, si tengo el siguiente conjunto de medidas temporales:

- 46,53 ± 0,01 s
- 45,41 ± 0,01 s
- 45,89 ± 0,01 s
- 46,86 ± 0,01 s

La media resultará:

$$tiempo\ medio = \frac{46{,}53 + 45{,}51 + 45{,}89 + 46{,}86}{4}$$

$$tiempo\ medio = 46{,}20\ s$$

Fíjate que en la media ya no incluimos la sensibilidad del cronómetro, porque la media es el fruto de una operación matemática y no de una medición directa con un aparato. Esto no significa que la media no tenga error. Pero el estudio de cómo se propaga el error de las medidas al valor de la media no lo vamos a estudiar en este curso.

Sí es importante que te fijes en que dejamos la media con un máximo de dos cifras decimales redondeadas (convenio notación científica). Y no olvides situar la unidad tras el número calculado para la media.

¿Es la media un buen representante de las medidas experimentales?

Esta respuesta se responde con estadística, y por ahora no vamos a adentrarnos en esa rama de la matemática. Pero sí es importante que entiendas que valores que han sido muy precisos (muy próximos entre sí) están mejor representados por la media que valores que han sido poco precisos (muy alejados entre sí).

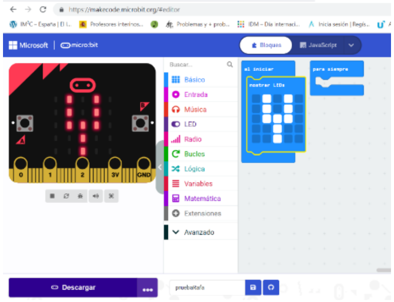
2. Robótica y pensamiento computacional: Primeros pasos con placa micro:bit

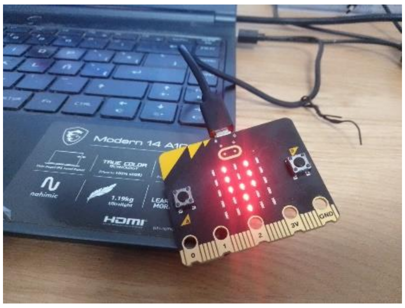
Página oficial de micro:bit con multitud de proyectos para descargar y aprender: https://microbit.org

Página para programar la placa con bloques: https://makecode.microbit.org

Enlace a vídeo explicativo sobre la actividad de robótica: https://www.youtube.com/watch?v=rny4M7oBPUk

En la asignatura, como desarrollo del plan de robótica y pensamiento computacional del colegio, vamos a aprender a trabajar y programar la placa micro:bit y el robot maqueen. Poco a poco, pasito a pasito, pero siempre hacia delante.



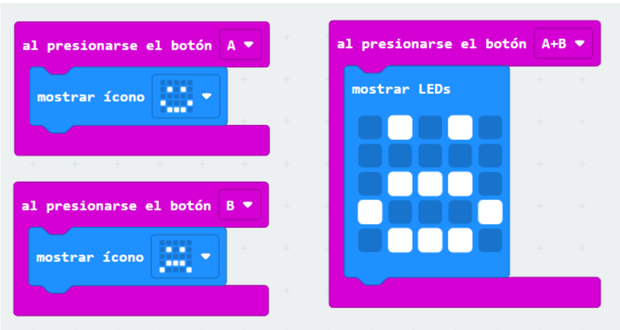


En el entorno de makecode podemos seleccionar cualquier bloque para generar el primer código, ya sea al iniciar el programa (bloque "al iniciar") o que se ejecute siempre que la placa esté operativa (bloque "para siempre"). En las imágenes superiores aparece un sencillo programa para encender algunos leds de la parte frontal de la placa.

Pulsando en Descargar, el programa se descarga al ordenador. Y arrastrando el archivo .hex sobre el directorio de nuestro ordenador donde aparece MICROBIT, el programa se ejecuta de inmediato. Con la última versión de Chrome y de Explorer, se puede sincronizar la placa con el ordenador para que, al descargar el programa, se ejecute directamente sin necesidad de tener que arrastrar el archivo sobre el directorio MICROBIT.

En makecode poseemos un simulador para ver cómo funciona el código en nuestra placa. Por lo tanto, **si no tenemos placa, podemos usar el simulador**. Bajo el simulador aparece un botón de "play/stop" para iniciar/detener la simulación en makecode. Cada código que creemos se guarda como un nuevo proyecto, que podemos modificar en posteriores accesos. **IMPORTANTE: descarga los ficheros .hex y guárdalos de forma segura si en siguientes clases vas a utilizar un ordenador distinto. O bien regístrate en makecode con tu cuenta de Microsoft o de Google, antes de empezar a programar, para que tus proyectos con micro:bit queden vinculados a tu cuenta de correo electrónico.**

Es fácil familiarizarse con los menús de makecode. Cada menú posee un número de bloques con los que programar. Por ejemplo, en el menú Entrada aparecen los bloques de pulsación de botones.

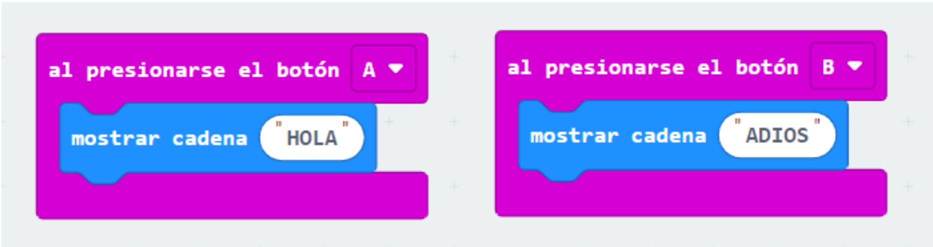


Al iniciar el programa de la imagen anterior, el display no muestra nada. Si pulsamos A, aparece una cara feliz. Si pulsamos B, aparece una cara triste. Si pulsamos a la vez A + B aparece una cara de asombro.

Si sobre un bloque pulsas con el botón derecho del ratón, puedes duplicar todo el contenido del bloque

El siguiente programa muestra la cadena de texto "HOLA" cuando pulsamos el botón A. Y la cadena de texto "ADIOS" cuando pulsamos el botón B. El bloque que nos permite mostrar una cadena de texto es el bloque "mostrar cadena".

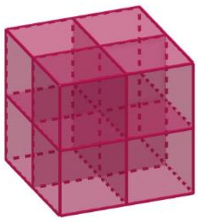
Las cadenas de texto aparecen en la pantalla led entrando por la derecha y saliendo por la izquierda, como los paneles informativos de las estaciones de metro o de las marquesinas de autobuses.

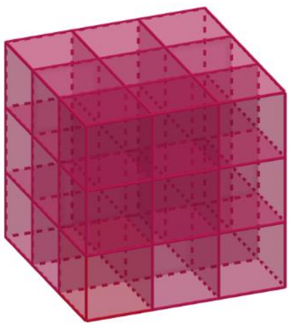


2.1 Ampliar con micro:bit: calcular el número de policubos en un cubo

Si decimos que un policubo es la unidad de referencia de volumen, podemos hacer el siguiente razonamiento:

- Un cubo formado por 2 policubos de arista, tiene 8 policubos en total (2^3).
- Un cubo formado por 3 policubos de arista, tiene 27 policubos en total (3^3).
- Un cubo formado por n policubos de arista, tiene n^3 policubos en total.

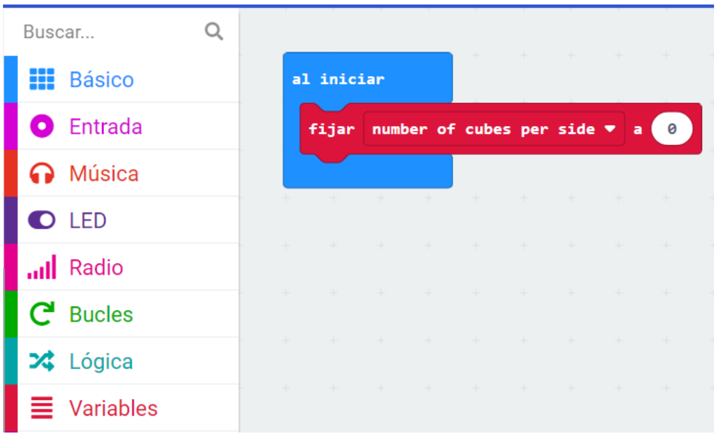




Vamos a crear un programa para que micro:bit calcule el número total de policubos que forman un cubo. Para ello, debemos almacenar en la memoria de la placa el número de policubos de arista. Almacenar información en la placa se hace con una variable.

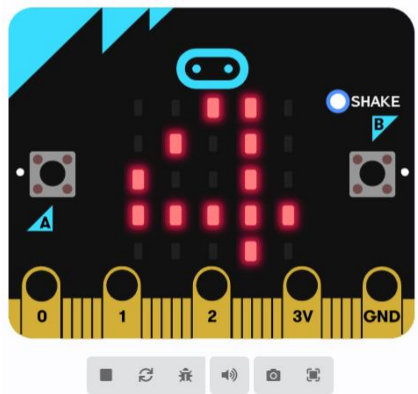
Una **variable** es un lugar de la memoria de la placa que guarda el dato que nosotros queramos. A ese lugar de la memoria podemos darle un nombre. En un programa podemos invocar a la variable llamándola por su nombre. Podemos leer el valor almacenado en la variable o modificarlo.

Puedes pulsar en el menú Variables y crear una variable que se llame "number of cubes per side". Y elegimos el bloque que fija el valor inicial de la variable a 0.



A continuación, le diremos a micro:bit que, cada vez que agitemos la placa, sume 1 al valor de la variable. De esta manera si nuestro cubo tuviera 4 policubos de lado, agitaríamos 4 veces la placa para llegar al valor 4. En el menú Entrada encontramos el bloque "si agitado" (en inglés, on shake).

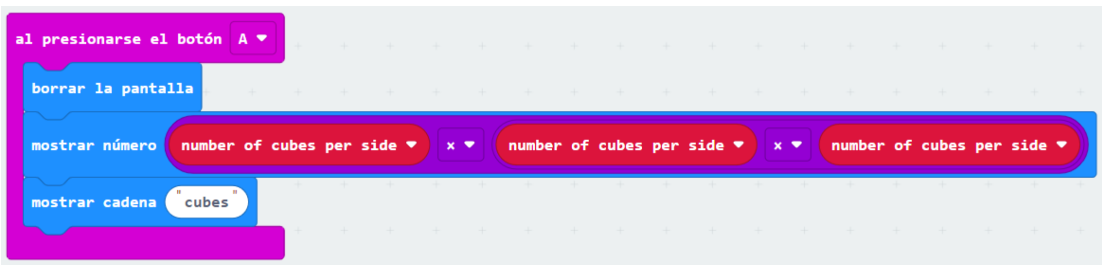
Además, mostramos en pantalla el número de policubos que forman cada lado. En el menú Básico encontramos el bloque "mostrar número" (en inglés, show number).



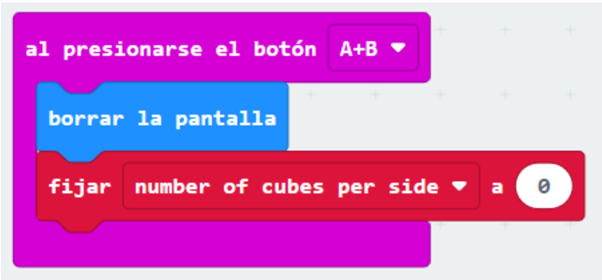
En el menú de Entrada también podemos acceder al bloque que controla "al presionarse el botón A" (en inglés, on button A pressed). Programamos la placa para que, al pulsar sobre el botón A, realice la operación para calcular el número total de policubos. Tendremos que multiplicar así:

$$number\ of\ cubes\ per\ side \times number\ of\ cube\ per\ sides \times number\ of\ cube\ per\ sides$$

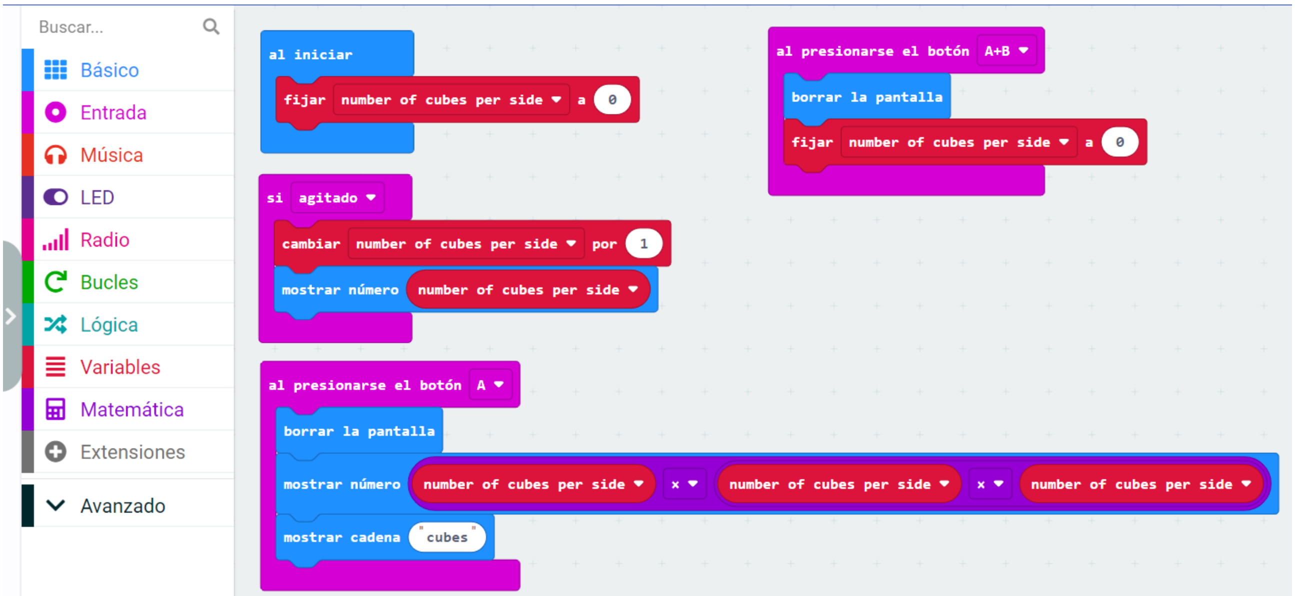
En el menú Matemáticas encontrarás el bloque para hacer productos. En el menú Básico tienes el bloque para borrar pantalla (en inglés, clear screen) y para mostrar una cadena de texto (en inglés, show string). Tanto el bloque de la multiplicación como el bloque de mostrar la cadena de texto van dentro del bloque "al presionarse el botón A".



Finalmente, para reiniciar a cero el número de policubos de cada lado, pulsamos a la vez el botón A + B (este bloque está dentro del menú Entrada). Además, borramos pantalla (este bloque aparece en el menú Básico).



El programa íntegro por bloques quedaría como en la siguiente imagen.

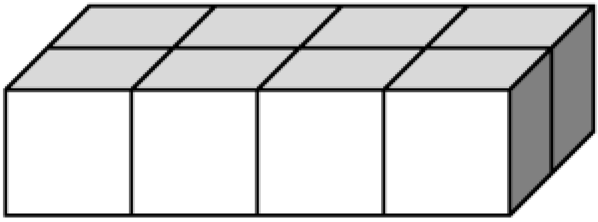


2.2 Calcular el volumen de un cubo en centímetros cúbicos

La arista de un policubo mide 2 centímetros. Con este dato, podemos calcular (en centímetros cúbicos) el volumen total de un cubo formado por policubos.

El volumen de un policubo será $2\ cm \times 2\ cm \times 2\ cm = 8\ cm^3$. Si multiplicamos el número total de policubos por 8 tendremos el volumen total del cubo en centímetros cúbicos. Por lo tanto, solo debemos modificar el bloque de la multiplicación, como muestra la siguiente imagen.

PARA PENSAR 11. Con lo que has aprendido haciendo el programa de micro:bit, ¿cómo calcularías el volumen total de la siguiente figura formada por policubos? ¿Qué regla general sacarías para hexaedro irregulares formados por policubos?

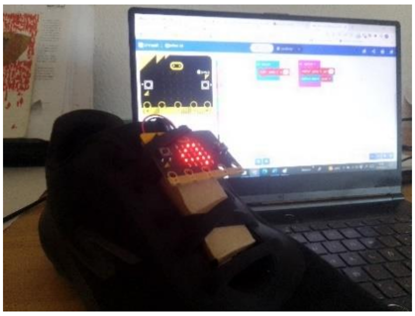


2.3 Podómetro con micro:bit

Un podómetro es un aparato que mide los pasos que damos y los convierte en metros caminados. Si consigues atar a tu zapatilla una placa micro:bit con su pila, puedes diseñar un podómetro. El efecto de agitar la placa lo podemos conseguir con la pisada. De esta forma, cada agitación se convertirá en un paso.

Si solo tienes una placa y la colocas en un pie, tendrás que multiplicar por 2 el número de pasos registrado por la placa, para obtener el número total de pasos caminados (siempre puede ocurrir que des un número impar de pasos y el resultado final tenga un error de ± 1 pasos).

Mide con una cinta métrica la amplitud de una zancada tuya.



Coloca el podómetro en un pie y camina a lo largo del patio del colegio. Pulsa el botón A para visualizar el número de paso totales realizados y multiplica ese valor por la longitud de la zancada.

Así tendrás una estimación de la distancia que has caminado. Si la zancada la has medido en centímetros, el resultado final también vendrá expresado en centímetros.

3. Experimento: Lenght of the football pitch.

Measure the length of your foot with a ruler. Remember that the ruler's sensitivity is ± 1 millimetre.

Count, one by one and in a straight line, the number of feet from the start of the football pitch to the end. In those measurements, the instrumental sensitivity is ± 1 foot.

Repeat the measurement five times and complete the following table.

Measurement	Number of feet
1	
2	
3	
4	
5	

Calculate the average value of the number of feet.

The average value times your foot length gives the football pitch lenght.

4. Descripción de la situación de aprendizaje: Sightseeing in Granada city

SMITH FAMILY (UNITED STATES)

2 adults and 2 children (9 and 11 years old).
They speak just English. They are looking for a hotel in the city centre, next to the cathedral.
They love walking and don't want to spend more than $200 per night on accomodation.
They would like to visit Granada's most famous monument and a museum related to science and technology.
They don't know how get to the airpoirt from Granada city.

LI FAMILY (CHINA)

2 adults and 1 child (2 years old).
They speak Chinese and a bit of French. They want to stay in a 3-Star hotel in a quite zone, away from the city centre but next to a bus stop or an underground stop.
They are vegetarians and never go to a restaurant where there are people eating meat or fish.
They don't like catholic churches and are interested in muslim culture.
After visiting Granada, they will return to Beijing.

Siguiendo las indicaciones del cartel anterior sobre los turistas que visitan Granada, realiza en tu cuaderno las siguientes tareas:

Familia Smith

1. Pega en tu cuaderno una captura de pantalla de una oferta de alojamiento para 3 noches para la familia Smith en algún periodo del mes de noviembre de este año. Indica en tu cuaderno la conversión de euros a dólares americanos del total del alojamiento. Puedes consultar esta web para conocer el cambio de divisa actual: https://www.xe.com/currencyconverter

2. Pega en tu cuaderno una captura de pantalla de Google Maps y señala sobre el mapa el hotel y los lugares que van a visitar. Estima la distancia total en metros que van a recorrer andando si salen del hotel y en un día visitan todos los lugares que has seleccionado, suponiendo que no cogen ningún medio de transporte durante su visita y que no regresan al hotel hasta el final del recorrido. Puedes hacer la ruta a ordenador en Google Maps para que te de automáticamente la distancia total recorrida. Indica en tu cuaderno la conversión de metros a millas. Expresa el resultado en metros, en kilómetros y en millas en notación científica. Procura que el camino recorrido a pie sea el más corto o de los más cortos posible.

3. Si la familia camina a una velocidad media de 1,40 metros cada segundo, ¿cuántas horas tardarían en recorrer la distancia total del apartado anterior, suponiendo que no parasen para descansar?

4. Si cada miembro de la familia bebe una media de 0,25 decímetros cúbicos de agua a la hora, ¿cuántos decímetros cúbicos de agua beberán durante toda la caminata del apartado anterior?

5. Indica dos alternativas (precios y horario) de transporte público para ir desde Granada capital al aeropuerto. Pega en tu cuaderno capturas de pantalla con esa información y escribe en tu cuaderno la web o webs donde has buscado la información.

Familia Li

1. Elige al menos 2 monumentos donde exista audioguía en chino o en francés. Escribe el nombre de esos monumentos en tu cuaderno e indica el precio de la entrada en euros y en yuan chino, indicando las operaciones de conversión de divisas.

2. Diseña una ruta con autobuses y/o metro para que la familia Li pueda ir desde su alojamiento hasta las taquillas de la Alhambra, andando lo menos posible. Indica claramente el nombre de las distintas paradas donde deben coger el transporte público y el número de línea. Si compran billetes sencillos para viajar (no tienen bonos), ¿cuánto deberán pagar en euros para llegar en transporte público hasta la Alhambra? Ten en cuenta que viajan con un niño de 2 años, y los niños pequeños es posible que disfruten de precios distintos en el transporte público.

3. Propón un listado de al menos 2 restaurantes de comida apta para las preferencias de la familia Li. Escribe en tu cuaderno los nombres de los restaurantes y su ubicación.

4. Diseña un viaje en avión de Granada a Pekín para un día cualquiera del mes de noviembre, indicando claramente los horarios de cada vuelo y las distintas escalas. Pega en tu cuaderno las capturas de pantalla con los horarios de todos los vuelos necesarios para completar el viaje.

5. Productos finales que se evaluarán

- Cuaderno de clase (**escribe un título para cada actividad del cuaderno**)
    1. Portada con el número y el título del tema
    2. Tablas copiadas de múltiplos y submúltiplos de longitud, masa, tiempo, área y volumen. Cuida la presentación. Usa regla para trazar los bordes de las tablas. Utiliza colores para destacar el título de cada tabla. Cuida el margen y la letra. No hagas tachones. Repasa las tildes. Utiliza punto y aparte para separar párrafos. **Estas normas de presentación se mantendrán para todas las actividades de cuaderno del curso**. **El no cumplimiento de estas normas provocará la repetición de la actividad, aunque el contenido esté correcto**.
    3. Imprime, recorta y pega en tu cuaderno la rejilla de cuadraditos de 0,5 cm de lado de la actividad manipulativa sobre el concepto de área. Colorea al menos 10 configuraciones distintas de figuras que tengan área igual a 1 centímetro al cuadrado (no pueden ser simétricas ni equivalentes por giros).
    4. Dibuja a mano una solución de los pentominós para rectángulo 3x5 y para rectángulo 4x5. Colorea cada pentominó con un color diferente del resto, para que se aprecie correctamente su forma. Usa regla y dibuja con cuidado los pentominós con sus 5 cuadrados y el rectángulo solución.
    5. Realiza las actividades planteadas al final del apartado de notación científica para cambiar unidades. No pasa nada si te equivocas al resolverlas. **Pero sí es importantísimo que corrijas tus errores cuando resolvamos los ejercicios en la pizarra. Más importante es aprender de los errores que hacerlo bien a la primera. Pregunta al profesor todas las dudas que tengas**.
    6. Define los conceptos de sensibilidad de un instrumento, medidas precisas y medidas exactas.
    7. Copia el texto del apartado dedicado a errores de la medida.
    8. Resuelve las cuestiones que se plantean en la situación de aprendizaje sobre turismo por Granada. Cuida el orden, la estética y la buena presentación**. Si utilizas el idioma inglés para redactar toda o parte de las cuestiones sobre la familia Smith y la familia Li, se valorará positivamente en la nota**.
    9. Crea un código para micro:bit donde al pulsar el botón A aparezca el valor en dólares americanos de 1 euro. Y al pulsar el botón B aparezca el valor en yuan chino de 1 euro. Dibuja el código de bloques en tu cuaderno o pega una captura de pantalla del código de makecode. **¡Ojo! El profesor puede pedirte que le enseñes la placa funcionando correctamente**. Puedes usar este enlace como guía para la conversión de divisas: https://www.xe.com/currencyconverter
- Informe técnico de laboratorio. Escribe un título para el sencillo experimento de medir la longitud del campo de fútbol que hemos realizado en el patio. Indica la longitud de tu pie, con su sensibilidad correspondiente. Incluye en tu cuaderno una tabla (limpia y ordenada) con las medidas realizadas en el patio. Realiza la media de esas medidas. Con el valor medio del número de huellas, calcula la longitud del campo de fútbol sala. Expresa el resultado final en metros y en milímetros. Utiliza el convenio de la notación científica. **Si realizas esta actividad en inglés, se valorará positivamente en la nota.**
- Respuesta oral a preguntas
    - El profesor puede preguntar en cualquier momento y sobre cualquier contenido trabajado con anterioridad. Ten siempre a mano tu cuaderno ordenado y completo, porque puede que el profesor te deje mirar el cuaderno si tienes dudas al responder.
- Trabajo diario
    - El profesor puede tomar nota, en cualquier momento, del grado de implicación del alumno en una actividad grupal, o de la calidad de sus aportaciones en clase, o de la calidad de su trabajo en el laboratorio, o del aprovechamiento del tiempo de clase o del orden de su puesto de trabajo.

6. Ejercicios resueltos para practicar y para pensar

INTENTA LOS EJERCICIOS POR TI MISMO.

SI ALGO NO TE SALE, PUEDES MIRAR LA SOLUCIÓN.

SI NO COMPRENDES ALGÚN PASO, PREGUNTA AL PROFESOR (NO AL PROFESOR PARTICULAR NI A LA ACADEMIA, SINO AL PROFESOR DE LA ASIGNATURA EN EL COLEGIO).

1. Escribe las siguientes magnitudes en notación científica y en la unidad de referencia del S.I.

a) $\mathbf{0,00000006239\ mm\ (m)}$

Dividimos entre 1.000 para pasar a metros.

$$0{,}00000006239\ mm : 1.000 = 0{,}00000000006239\ m$$

Dejamos una única cifra no nula en la parte entera.

$$6{,}239 \cdot 10^{-11}\ m$$

Redondeamos a dos cifras decimales.

$$6{,}24 \cdot 10^{-11}\ m$$

b) $\mathbf{5782\ cm^2\ (m^2)}$

Dividimos entre 10.000 para pasar de centímetros cuadrados a metros cuadrados.

$$5782\ cm^2 : 10.000 = 0{,}5782\ m^2$$

Dejamos una única cifra no nula en la parte entera.

$$5{,}782 \cdot 10^{-1}\ m^2$$

Redondeamos a dos cifras decimales.

$$5{,}78 \cdot 10^{-1}\ m^2$$

c) $\mathbf{67,989\ dam^3\ (m^3)}$

Multiplicamos por 1.000 para pasar de decámetro cúbico a metro cúbico.

$$67{,}989\ dam^3 \cdot 1.000 = 67.989\ m^3$$

Dejamos una cifra no nula en la parte entera.

$$6{,}7989 \cdot 10^4\ m^3$$

Redondeamos a dos cifras decimales.

$$6{,}80 \cdot 10^4\ m^3$$

d) 4 semanas (s)

Multiplicamos por 7 para pasar de semanas a días.

$$4\ semanas \cdot 7 = 28\ días$$

Multiplicamos por 24 para pasar de días a horas.

$$28\ días \cdot 24 = 672\ h$$

Multiplicamos por 3.600 (60 veces 60) para pasar de horas a segundos.

$$672\ h \cdot 3.600 = \ 2.419.200\ s$$

Dejamos una cifra no nula en la parte entera.

$$2{,}419.200 \cdot 10^6\ s$$

Redondeamos a dos cifras decimales.

$$2{,}42 \cdot 10^6\ s$$

2. Realizamos un conjunto de medidas para obtener el volumen de un cilindro metálico. El resultado de las medidas son: $\mathbf{35 \pm 1\ cm^3, 34 \pm 1\ cm^3, 37 \pm 1\ cm^3, 36 \pm 1\ cm^3, 34 \pm 1\ cm^3}$. Calcula la media de las medidas.

Contamos con cinco medidas. Por lo tanto, sumamos los valores y dividimos entre cinco.

$$media = \frac{35 + 34 + 37 + 36 + 34}{5} = 35{,}2\ cm^3$$

3. Una persona camina 5 kilómetros cada hora. ¿Cuánto habrá caminado en 240 minutos, si no descansa en ningún momento y suponemos que mantiene el ritmo constante?

En primer lugar, pasamos los minutos a horas dividiendo por 60.

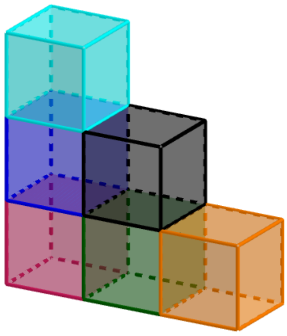
$$240 \min : 60 = 4\ h$$

Sin necesidad de aplicar reglas de proporcionalidad (ya lo estudiaremos más adelante), podemos razonar de la siguiente manera: en una hora recorre 5 km, en 2 horas recorre 10 km, en 3 horas recorre 15 km, en 4 horas recorre 20 km.

Podríamos haber llegado al mismo resultado multiplicando el tiempo total que ha caminado por la distancia recorrida en una hora.

$$4\ h \cdot 5\ km\ cada\ hora = 4\ veces\ 5 = 20\ km$$

4. Calcula el volumen total de la siguiente figura y el área total de todas sus caras externas, si la longitud de cada arista es de 1 decímetro. Expresa los resultados finales en notación científica y en las unidades de referencia del S.I.



Cada cubo tiene un volumen de 1 decímetro cúbico. Hay 6 cubos, por lo tanto, el volumen total es de 6 decímetros cúbicos. Pasamos a metros cúbicos dividiendo por 1.000.

$$6\ dm^3 : 1.000 = 6 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

El área de cada cara del cubo es de 1 decímetro cuadrado. Debemos contar con cuidado el número de caras externas. Aquellas caras que queden solapadas por otros cubos no se tienen en cuenta para el cálculo del área lateral total.

- Cubo naranja: 5 caras laterales
- Cubo verde: 3 caras laterales
- Cubo rojo: 4 caras laterales
- Cubo negro: 4 caras laterales
- Cubo azul: 3 caras laterales
- Cubo celeste: 5 caras laterales

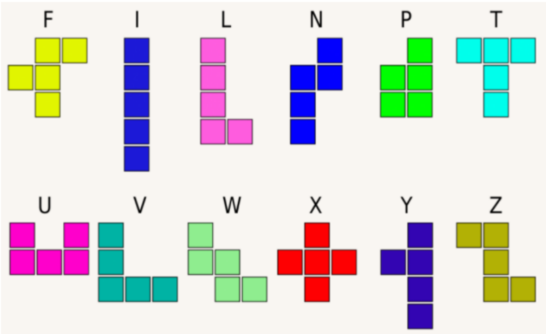
El total de caras externas es de 24. Por lo que el área es de 24 decímetros cuadrados. Pasamos a metros cuadrados dividiendo por 100.

$$24\ dm^2 : 100 = 0{,}24\ m^2$$

Dejando el resultado en notación científica:

$$2{,}4 \cdot 10^{-1}\ m^2$$

5. Supongamos que el lado de cada cuadradito que forman las figuras de los pentominós mide 1 mm. ¿Cuál sería el perímetro total de todas las figuras del pentominó? Expresa el resultado final en notación científica y en la unidad de referencia del S.I.



Cada figura posee un perímetro de 12 mm, salvo la letra P que tiene 10 mm. Por lo tanto, al ser 12 figuras, el perímetro total sería igual a 11 veces 12 más una vez 10. Es decir, 142 mm. Pasamos a metros dividiendo por 1.000.

$$142\ mm : 1.000 = 0{,}142\ m$$

Expresando la solución final en notación científica:

$$1{,}42 \cdot 10^{-1}\ m$$

6. ¿Cuánto vale la suma de los 100 primeros números naturales (del 1 al 100)?

Podemos aplicar la fuerza bruta y operar a mano o con la calculadora: 1 + 2 + 3 + 4 + 5+ 6 + …. + 100 = 5050

También podemos utilizar una hoja de cálculo (EXCEL) e introducir los 100 primeros dígitos en las casillas desde la A1 hasta la A100 y usar la siguiente fórmula del programa:

=SUMA(A1:A100)

En internet hay varias páginas web que calculan este tipo de sumas. Aquí tienes un enlace útil:

https://es.planetcalc.com/177

O como cuenta la leyenda, puedes imitar a un joven alemán llamado Carl Friedrich Gauss (1777-1855) razonando de la siguiente manera (con poco más de 5 años) en su clase de matemáticas:

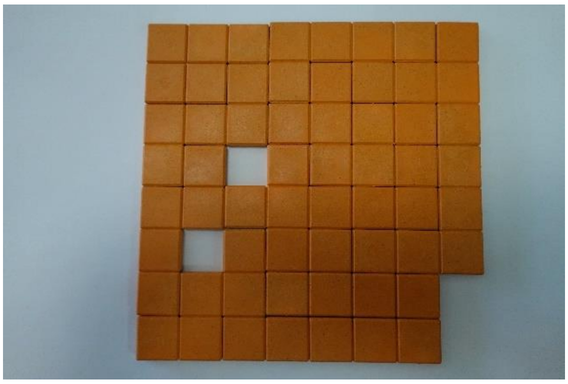
- 1+100 = 101
- 2+99 = 101
- 3+98=101
- 4+97=101
- …
- 49+52=101
- 50+51=101

Con los 100 primeros números naturales hemos construido 50 parejas de números que suman 101. Por lo tanto, si hacemos 50 veces 101 tendremos: 50 x 101 = 5050.

7. a) ¿Es posible construir un tablero de ajedrez con las 12 piezas del pentominó, suponiendo que los cuadrados fuesen de colores alternos blanco y negro?

b) Colocamos 1 grano de arroz en la primera casilla del tablero de ajedrez, luego 2 granos de arroz en la segunda casilla, luego 4 granos de arroz en la tercera casilla, etc. Y vamos doblando, sucesivamente, la cantidad de granos de arroz al pasar a la siguiente casilla. ¿En qué casilla habremos sobrepasado los 1.000 millones de granos de arroz?

a) Con las 12 piezas del pentominó tendríamos 60 cuadrados (12 veces 5). Y nos faltarían 4 cuadrados para llegar a las 64 casillas del ajedrez (8 filas y 8 columnas). La siguiente imagen es un ejemplo de las 4 casillas que nos faltarían para completar el tablero de ajedrez.



PARA PENSAR 12. ¿Eres capaz de distinguir, en la imagen superior, las 12 piezas del pentominó?

b) Volvamos a la pregunta sobre los granos de arroz.

Casilla 1: 1 grano de arroz = 2^0 (recuerda que un número elevado a 0 es igual a 1)

Casilla 2: 2x1 = 2 granos de arroz = 2^1

Casilla 3: 2x2 = 4 granos de arroz = 2^2

Casilla 4: 2x4 = 8 granos de arroz = 2^3

Casilla 5: 2x8 = 16 granos de arroz = 2^4

Casilla 6: 2x16 = 32 granos de arroz = 2^5

Fíjate en el siguiente patrón: el exponente de la potencia de base 2 es igual al número de la casilla menos uno. Es decir:

Casilla “n”: 2^{n-1} granos de arroz

Así es fácil razonar cuántos granos de arroz habrá, por ejemplo, en casillas de posiciones elevadas sin necesidad de tener que ir calculando los resultados de todas las casillas anteriores.

Casilla 20: $2^{20-1} = 2^{19}$ = 524.288 granos de arroz

Casilla 30: $2^{30-1} = 2^{29}$ = 536.870.912 granos de arroz

Casilla 40: $2^{40-1} = 2^{39}$ = 549.755.813.888 granos de arroz

¡Ojo! Nos hemos pasado de los 1.000 millones (1.000.000.000 = 10^9).

Casilla 31: $2^{31-1} = 2^{30}$ = 1.073.741.824 granos de arroz

Conclusión: necesitamos llegar a la casilla 31 (menos de la mitad del tablero) para superar la cantidad de los 1.000 millones de granos de arroz.

Para terminar, expresemos el número de granos de arroz de la casilla 31 en notación científica:

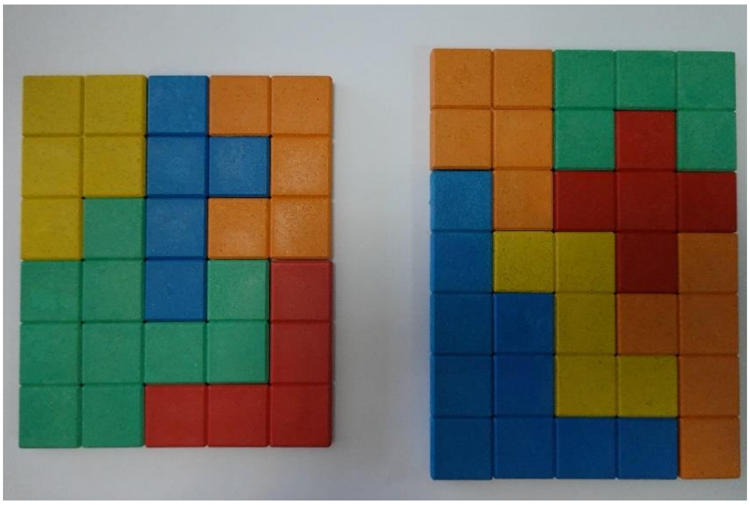
$$1.073.741.824 = 1{,}07 \cdot 10^9$$

Fíjate que, al redondear a dos cifras decimales, perdemos información del resto de cifras decimales.

PARA PENSAR 13. ¿Por qué crees que usamos la notación científica a pesar de que estamos “desperdiciando” un montón de cifras decimales?

PARA PENSAR 14. ¿Hay algún valor “x” para el que tu calculadora ya no sea capaz de calcular la potencia 2^x? ¿Ocurre lo mismo con la calculadora del ordenador? ¿Si una calculadora no puede realizar una operación, significa que el resultado de esa operación no existe? ¿Pueden acabarse los números? ¿Por qué crees que tu calculadora tiene un valor máximo por encima del cual no puede seguir operando?

8. En la siguientes fotografía hay dos pentominós verdes y dos pentominós azules que no se diferencian visualmente. ¿Eres capaz de localizarlos?



En la imagen de la izquierda hay un pentominó verde tipo N unido a otro pentominó verde tipo Z.

En la imagen de la derecha hay un pentominó azul tipo I unido a otro pentominó azul tipo V.

9. Expresa los siguientes resultados en notación científica y con potencias de exponente negativo.

a) Opera el siguiente cociente.

$$\frac{245{,}68911}{10^5} = 245{,}68911 \cdot 10^{-5}$$

Dejamos una cifra en la parte entera.

$$2{,}4568911 \cdot 10^{-3}$$

Redondeamos a dos cifras decimales.

$$2{,}46 \cdot 10^{-3}$$

b) Opera la siguiente fracción.

$$\frac{0{,}101012}{10^7} = 0{,}101012 \cdot 10^{-7}$$

Dejamos una cifra en la parte entera.

$$1{,}01012 \cdot 10^{-8}$$

Redondeamos a dos cifras decimales.

$$1{,}01 \cdot 10^{-8}$$

10. Opera con las siguientes potencias.

a) Potencias de la misma base.

$$\frac{10^4 \cdot 10^6}{10^2 \cdot 10^3}$$

En los productos de potencias de misma base, dejamos la base y sumamos los exponentes.

$$\frac{10^{4+6}}{10^{2+3}} = \frac{10^{10}}{10^5}$$

Y en la división, dejamos la base y restamos los exponentes.

$$10^{10-5} = 10^5$$

b) Potencias con exponentes negativos.

$$\frac{10^{-3} \cdot 10^7 \cdot 10}{10^5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-1}}$$

Operamos en numerador y denominador. Ojo al sumar números negativos. Y recuerda que 10 es lo mismo que 10^1.

$$\frac{10^{(-3+7+1)}}{10^{(5+2-1)}} = \frac{10^5}{10^6}$$

Restamos los exponentes.

$$10^{5-6} = 10^{-1}$$

c) Potencias de distinta base.

$$\frac{5^2 \cdot 10^3 \cdot 3^3}{5 \cdot 10^2 \cdot 3^2}$$

Solo podemos operar con potencias de la misma base.

$$5^{2-1} \cdot 10^{3-2} \cdot 3^{3-2} = 5 \cdot 10 \cdot 3 = 150$$

PARA PENSAR 15. Fíjate en el producto final: $5 \cdot 10 \cdot 3$. Si aplicamos la propiedad asociativa del producto, ¿sería correcto operar así: $5 \cdot 10 \cdot 3 = (5 \cdot 10) \cdot (5 \cdot 3)$?

d) Potencias de base 10.

$$(100^2 \cdot 1000^3 \cdot 10)^4 : [(1000)^3]^4$$

Utilizamos potencias de base 10 para expresar los números 100 y 1000.

$$((10^2)^2 \cdot (10^3)^3 \cdot 10)^4 : [(10^3)^3]^4$$

Recuerda que, en la potencia de una potencia, se deja la base y se multiplican los exponentes.

$$(10^4 \cdot 10^9 \cdot 10)^4 : [10^9]^4$$

$$(10^{14})^4 : 10^{36}$$

$$10^{56} : 10^{36}$$

Quedando el resultado final:

$$10^{56-36} = 10^{20}$$

e) Factorizar en números primos.

$$[(9 \cdot 4)^3 \cdot 81^2 \cdot 16^3 \cdot 24] : (54^2 \cdot 12^3 \cdot 36^5)$$

Descomponemos todos los números en factores primos.

$$[(3^2 \cdot 2^2)^3 \cdot (3^4)^2 \cdot (2^4)^3 \cdot (3 \cdot 2^3)] : [(2 \cdot 3^3)^2 \cdot (3 \cdot 2^2)^3 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5]$$

Y recordamos nuevamente que la potencia de una potencia implica dejar la base y multiplicar los exponentes.

$$[(3^6 \cdot 2^6) \cdot 3^8 \cdot 2^{12} \cdot (3 \cdot 2^3)] : [(2^2 \cdot 3^6) \cdot (3^3 \cdot 2^6)(2^{10} \cdot 3^{10})]$$

En potencias de la misma base que están multiplicándose, sumamos los exponentes.

$$[2^{21} \cdot 3^{15}] : [2^{18} \cdot 3^{19}]$$

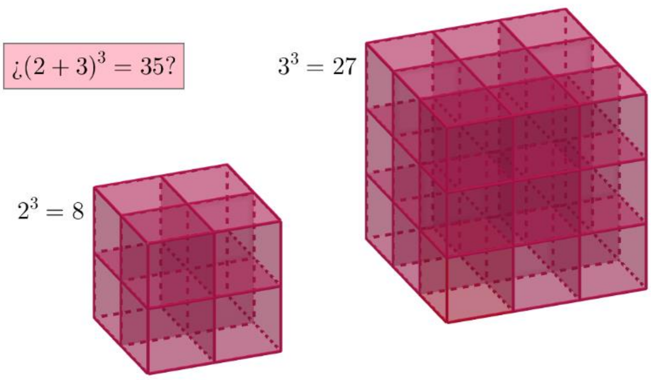
Y en potencias de la misma base que están dividiendo, restamos los exponentes.

$$2^{21-18} \cdot 3^{15-19} = 2^3 \cdot 3^{-4}$$

Quedando el resultado final:

$\frac{2^3}{3^4} = \frac{8}{81}$

11. Construye con policubos las figuras siguientes: un cubo de arista 2 policubos y otro cubo con arista 3 policubos. ¿Si construyes un cubo de arista 5 policubos se cumple la siguiente igualdad: $(2+3)^3 = 2^3 + 3^3$?



En el ejercicio anterior vimos que la potencia de un producto es igual al producto de las potencias. Es decir:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

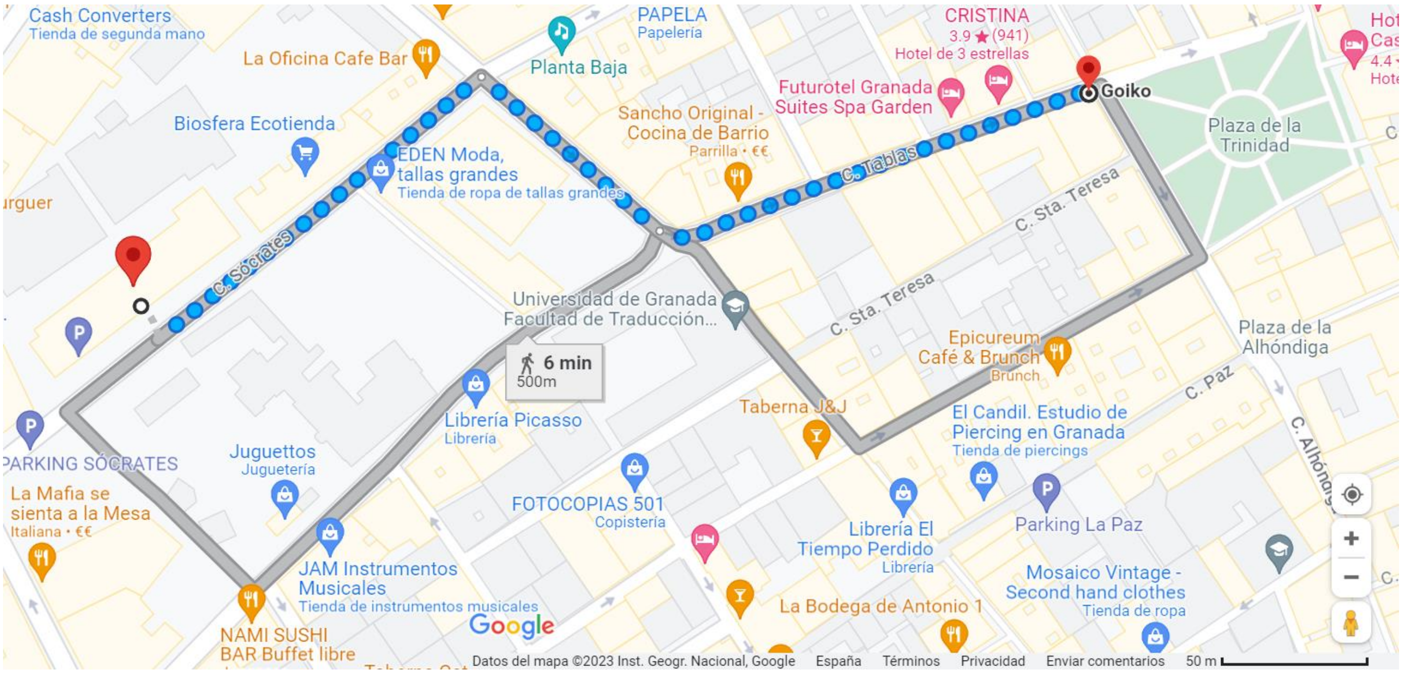
¿Sería correcto afirmar que la potencia de una suma es la suma de las potencias?

$$¿\,(a + b)^n = a^n + b^n?$$

La respuesta es no. Un cubo de arista 5 policubos está formado por 125 policubos (5^3). Y esa cantidad no coincide con los 35 policubos resultantes de sumar 27 policubos (5^3) más 8 policubos (2^3).

Conclusión: el la potencia de una suma NO es igual a la suma de las potencias.

12. El siguiente mapa de Google Maps muestra, con puntitos azules, el camino más corto que conecta a pie dos puntos de la ciudad de Granada: desde el Colegio Marista hasta el inicio de la Plaza de la Trinidad (destacados con sendos iconos rojos). En la esquina inferior derecha de la imagen aparece una escala, que señala un segmento del mapa que se corresponde con 50 metros de la realidad. ¿Eres capaz de estimar, con estos datos, la distancia real entre los dos puntos señalados en rojo en el mapa?



En primer lugar, medimos con una regla la longitud del segmento que aparece en la esquina inferior derecha del mapa. Esta longitud depende del zoom que hayamos aplicado al documento con el ordenador o si hemos sacado la hoja impresa.

Para la configuración con la que está siendo redactado a ordenador este documento, el segmento mide $21 \pm 1\ mm$. Es decir, 50 metros de la realidad se corresponden con 21 milímetros del mapa.

Midamos, también con una regla, la longitud del camino marcado por puntitos azules. Hay tres tramos rectos claramente diferenciados, por lo que es fácil obtener con la regla la longitud de cada tramo.

- Tramo 1 Calle Sócrates: $58 \pm 1\ mm$
- Tramo 2 Calle Carril del Picón: $38 \pm 1\ mm$
- Tramo 3 Calle Tablas: $65 \pm 1\ mm$

La suma de las longitudes de los tres tramos es igual a: 58 + 38 + 65 = 161 mm.

Sin necesidad de aplicar reglas de proporcionalidad (que estudiaremos más adelante), podemos razonar de la siguiente manera:

- 21 mm del mapa son 50 m de la realidad (escala de Google Maps)
- 42 mm del mapa serán 100 m de la realidad (el doble del valor inicial de la escala)
- 63 mm del mapa serán 150 m de la realidad (el triple del valor inicial de la escala)
- 84 mm del mapa será 200 m de la realidad (cuatro veces el valor inicial de la escala)
- 105 mm del mapa serán 250 m de la realidad (cinco veces el valor inicial de la escala)
- …

Es decir, si multiplicamos los 21 mm iniciales del mapa por un número "x" también deberemos multiplicar los 50 m de la realidad por ese número "x".

MAPA (milímetros)	REALIDAD (metros)
$21\ mm \cdot (1) = 21\ mm$	$50\ m \cdot (1) = 50\ m$
$21\ mm \cdot (2) = 42\ mm$	$50\ m \cdot (2) = 100\ m$
$21\ mm \cdot (3) = 63\ mm$	$50\ m \cdot (3) = 150\ m$
$21\ mm \cdot (4) = 84\ mm$	$50\ m \cdot (4) = 200\ m$
$21\ mm \cdot (5) = 105\ mm$	$50\ m \cdot (5) = 250\ m$
$21\ mm \cdot (x) = \cdots\ mm$	$50\ m \cdot (x) = \cdots\ m$

Para pasar de los 21 mm de la escala a los 161 mm del camino marcado en el mapa con los puntitos azules, debemos multiplicar por $\frac{161\ mm}{21\ mm} = 7{,}67$.

Por lo tanto, los 50 m de la realidad que marca la escala los tendremos que multiplicar por ese mismo valor 7,67.

Distancia real entre los dos puntos señalados en el mapa: $50\ m \cdot 7{,}67 = 383{,}5\ m$.

13. La siguiente imagen muestra, resaltado por un rectángulo, un campo de fútbol sala del patio del Colegio Marista de Granada. Con lo que has aprendido en el ejercicio anterior sobre la escala de Google Maps, calcula el área del campo de fútbol sala en metros cuadrados y en kilómetros cuadrados. Utiliza notación científica.

La escala de la imagen superior está situada en la esquina inferior derecha. Un segmento marca la equivalencia con 10 metros de la realidad. Si medimos con una regla el segmento de la escala de la esquina inferior derecha, obtenemos $14 \pm 1\ mm$. Recuerda que este valor depende del zoom del ordenador aplicado al documento o del tamaño en que hayas imprimido la hoja que contiene al mapa.

Por lo tanto, 10 metros de la realidad se corresponden con 14 milímetros del mapa. El rectángulo que resalta el campo de fútbol sala tiene de lado más corto $28 \pm 1\ mm$. Y razonamos como hemos aprendido en el ejercicio anterior.

$$\frac{28\ mm}{14\ mm} = 2$$

Entonces, la longitud real del lado más corto es:

$$10\ m \cdot 2 = 20\ m.$$

El lado más largo del rectángulo mide $54 \pm 1\ mm$ en el mapa.

$$\frac{54\ mm}{14\ mm} = 3{,}87$$

En consecuencia, la longitud real del lado más largo es: $10\ m \cdot 3{,}87 = 38{,}7\ m$.

El área del rectángulo es igual al producto de las longitudes de sus lados.

$$Área = 20\ m \cdot 38,7\ m = 774\ m^2$$

En notación científica quedaría:

$$Área = 7{,}74 \cdot 10^2\ m^2$$

Para pasar de metros cuadrados a kilómetros cuadrados, debemos dividir por un millón.

$$\frac{7{,}74 \cdot 10^2\ m^2}{10^6} = 7{,}74 \cdot 10^{-4}\ km^2$$

14. María trabaja, de lunes a viernes, 8 horas diarias. El día 1 de noviembre fue festivo y no trabajó. Por cada 90 minutos de trabajo recibe 40€ de sueldo. ¿Cuánto dinero habrá obtenido por su trabajo desde el 1 de noviembre hasta el 24 de noviembre de 2021? Tienes, como ayuda, una imagen con el calendario del mes de noviembre.

noviembre de 2021

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

María ha trabajado, en la primera semana de noviembre, 4 días (del martes 2 al viernes 5 de noviembre, porque el 1 de noviembre es festivo).

En la segunda semana, trabaja 5 días.

En la tercera semana, trabaja otros 5 días.

En la cuarta semana, trabaja 3 días (del lunes 22 al miércoles 24 de noviembre).

En total, trabaja 17 días.

Si multiplicamos el número de días por 8, tendremos el total de horas trabajadas (17 veces 8):

$$17 \cdot 8 = 136 \; horas$$

90 minutos son equivalentes a 1,5 horas. Por lo tanto, al igual que razonamos con la escala de los mapas en los ejercicios anteriores, el resultado de la división $\frac{136\,h}{1{,}5\,h} = 90{,}67$ es el mismo número por el que debemos multiplicar el dinero que gana en esos 90 minutos.

$$Dinero = 90{,}67 \cdot 40\ € = 3.626{,}8\ €$$

15. Tenemos un cuaderno de dimensiones $\mathbf{3,00 \pm 0,01\ dm \times 20,3 \pm 0,1\ cm \times 11 \pm 1\ mm}$ y una caja de volumen $\mathbf{10^{-2} m^3}$. ¿Cuántos cuadernos, como máximo, cabrían en la caja?

El total es la caja. La parte es el cuaderno. Para saber "cuántas partes caben en el total" debemos realizar la siguiente división:

$$\frac{Volumen\ del\ \text{total}}{Volumen\ de\ la\ parte}$$

Expresamos cada longitud del cuaderno en metros. Y multiplicamos las tres dimensiones para obtener el volumen en metros cúbicos (ancho x largo x profundidad).

$$0{,}3\ m\ x\ 0{,}203\ m\ x\ 0{,}011\ m = 0{,}0006699\ m^3 = 6{,}70 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

Dividimos el volumen de la caja entre el volumen de un cuaderno, para obtener el número de cuadernos que entran dentro de la caja.

$$\frac{10^{-2}\ m^3}{6{,}70 \cdot 10^{-4}\ m^3} = 0{,}1493 \cdot 10^2 = 14{,}93$$

Redondeando a la baja, significa que como máximo entran 14 cuadernos en la caja. No podemos tener un número decimal de cuadernos. La solución debe ser un número natural.

7. Por si quieres seguir ampliando y aprendiendo

1. ¿Cuántas veces puedes doblar un papel por la mitad hasta llegar al Sol?

El vídeo "¿Cuántas veces puedes doblar una hoja de papel?" del canal de YouTube "Derivando" es un buen ejemplo de cómo funcionan las potencias. Cuando el exponente de la potencia se hace cada vez más grande, el resultado final de la potencia crece de manera desorbitada.

Si el grosor del papel sobre el que escribes es de 0,01 mm y lo doblases sucesivamente por la mitad 54 veces, comprobarías que la altura final del papel superaría la distancia que separa la Tierra del Sol (150 millones de kilómetros).

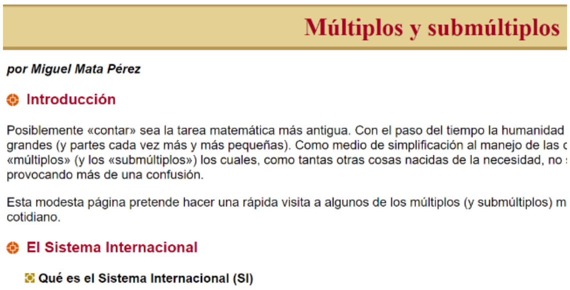
¿No lo crees?

Mira el siguiente vídeo y sigue el razonamiento matemático que plantea con potencias de base 2.

https://www.youtube.com/watch?v=nc5okMs_ss0

2. ¿Cuántos múltiplos y submúltiplos existen en el Sistema Internacional?

Estamos acostumbrados a los prefijos kilo-, hecto-, deca-, deci-, centi- y mili-.



Pero existen infinidad de prefijos para señalar múltiplos mayores al kilo- y múltiplos menores al mili-.

Además, cuando hablamos de capacidad de almacenamiento de un ordenador o de la rapidez de una conexión de internet, usamos vocablos como gigabyte o megabyte.

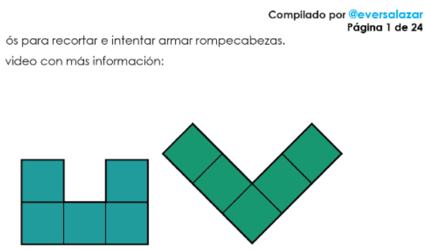
¿Los prefijos giga- y mega- empleados en informática tienen el mismo significado que los prefijos giga- y mega- utilizados en el Sistema Internacional?

La siguiente web explica estos conceptos de manera clara y concisa.

http://logistica.fime.uanl.mx/miguel/multiplos-submultiplos.html

3. ¿Quieres seguir practicando con los pentominós?

En el siguiente enlace de @eversalazar encontrarás infinidad de rompecabezas y figuras a completar con ayuda de los 12 pentominós.



https://www.dropbox.com/s/o41zlxbk0dlq7z3/PentominosPlantillas.pdf?dl=0

4. ¡A jugar con los policubos!

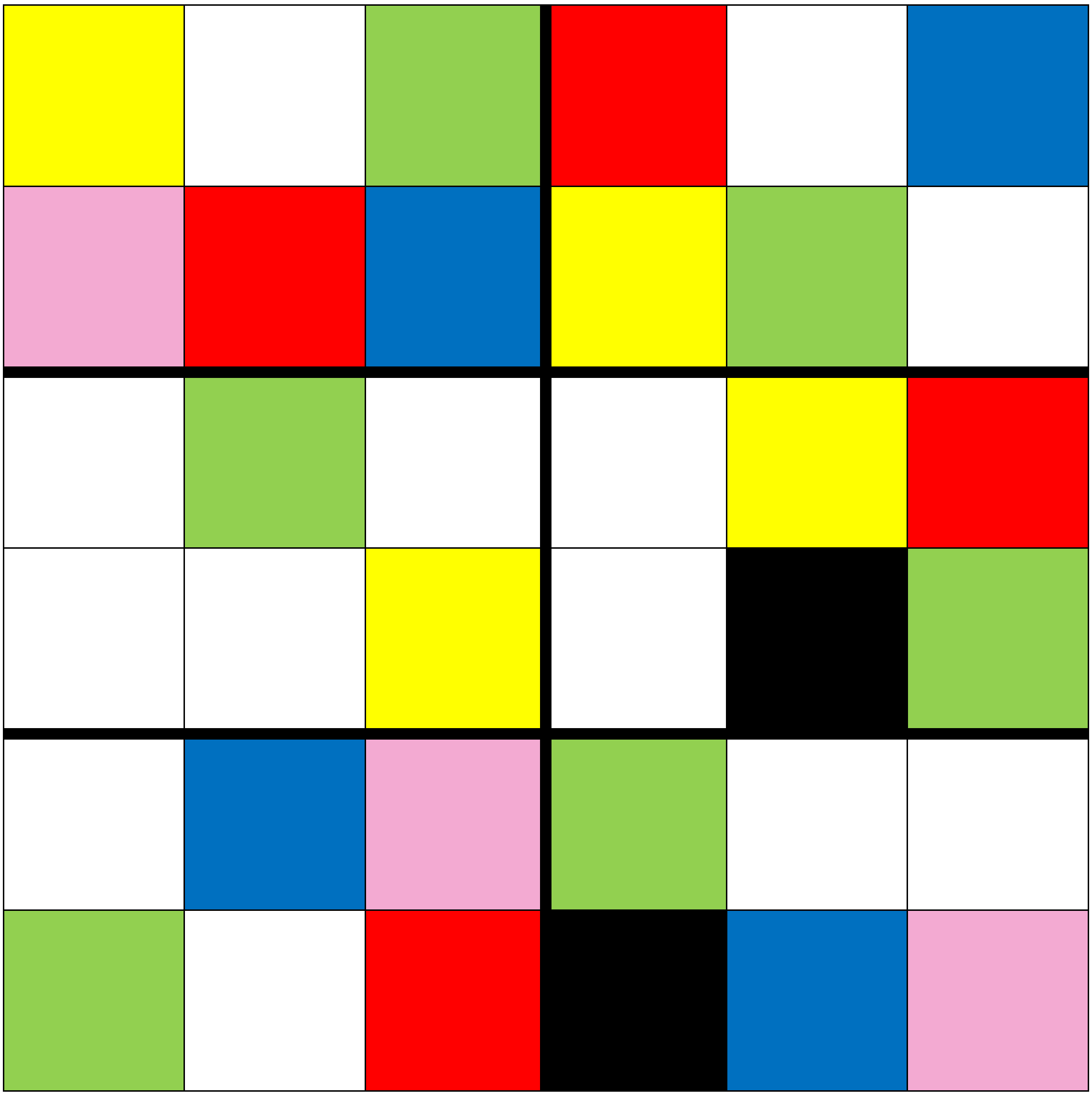
En la web "Reseteo matemático" aparecen curiosas aplicaciones con policubos relacionadas con la visión tridimensional de objetos, con fracciones y con el concepto de número.

RESETEO MATEMÁTICO

https://reseteomatematico.com/policubos-juegos-de-logica-y-puzles-3d/

a) Sudoku de colores 6x6

En cada fila, en cada columna y en cada rectángulo central 2x3 deben aparecer los seis colores Amarillo, Azul, Rojo, Rosa, Verde y Negro. ¿Eres capaz de completarlo utilizando 6 policubos de cada uno de los 6 colores?



Puedes diseñar tus propios sudokus o bien descargar las plantillas disponibles en la siguiente web:

https://www.ecognitiva.com/sudoku/color-sudoku/

b) Cubo Soma

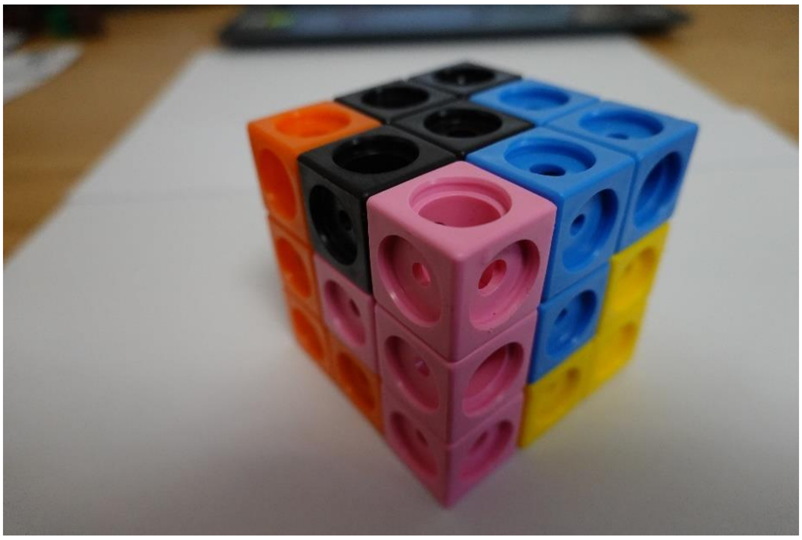
Construye con 3 policubos unidos por sus caras una estructura que forme al menos una esquina interior. Solo hay una solución posible, si desechamos simetrías y rotaciones.

Haz lo mismo con 4 policubos unidos por sus caras. Hay 6 soluciones posibles, nuevamente sin considerar simetrías ni rotaciones.

El cubo de 27 policubos formado por las 7 estructuras anteriormente descritas, se conoce como cubo Soma.

Cada una de las 7 estructuras suelen diferenciarse por colores, como muestra la siguiente imagen.

Se ha demostrado que existen 240 formas diferentes de construir el cubo Soma con arista de 3 policubos. La siguiente imagen muestra una de esas formas.

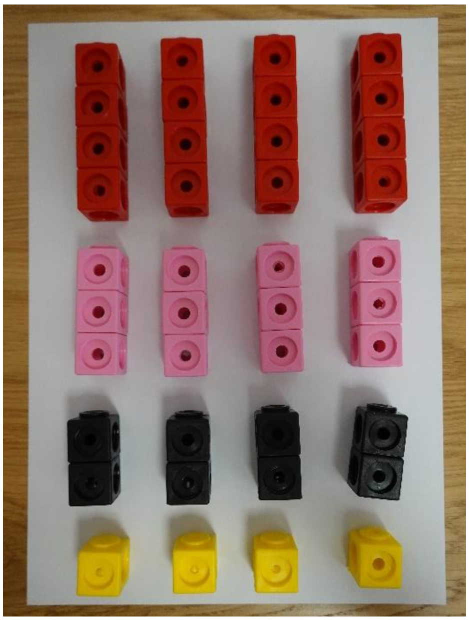


PARA PENSAR 16. ¿Eres capaz de encontrar otras soluciones? ¿Crees que existe algún patrón común que se repita en todas las soluciones?

c) El juego de las torres (o de los edificios)

Monta con policubos:

- 4 torres de altura 4 policubos
- 4 torres de altura 3 policubos
- 4 torres de altura 2 policubos
- 4 torres de altura 1 policubo



Diseña una matriz 4x4 y coloca números del 1 al 4 en los laterales de todas las filas y de todas las columnas.

El juego consiste en situar las torres en cada casilla, de tal forma que se cumpla que los números de los laterales coincidan con el número de torres que se aprecian si se mira desde esa posición.

Las torres más altas tapan a las torres más bajas. Y dos torres de la misma altura no pueden coincidir en la misma fila ni el misma columna.

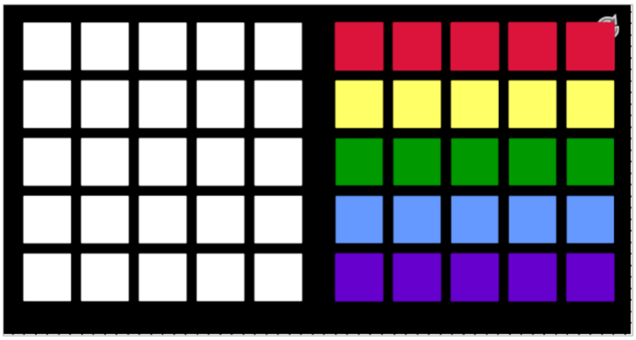
Es fácil diseñar tus propias matrices 4x4 para jugar.

	1	**3**	**3**	**2**	
1					**2**
4					**1**
2					**2**
3					**2**
	3	**2**	**1**	**3**	

La siguiente imagen muestra la solución para la matriz 4x4 anterior, con una imagen cenital de las torres situadas en cada celda.

PARA PENSAR 17. ¿Cualquier configuración de números del 1 al 4 en los laterales de las filas y de las columnas siempre tendrá solución? ¿Puede haber una matriz 4x4 con más de una solución? ¿Crees que existe algún patrón común que se repite cada vez que se coloca un número 4 en el lateral de una fila o de una columna?

5. Haciendo más difícil el sudoku de colores.



Si te dan 5 colores distintos y una tabla con 5 filas y con 5 columnas, la tarea de situar los colores sin que se repitan en la misma fila ni en la misma columna es una actividad muy parecida a las que ya hemos planteado en esta unidad.

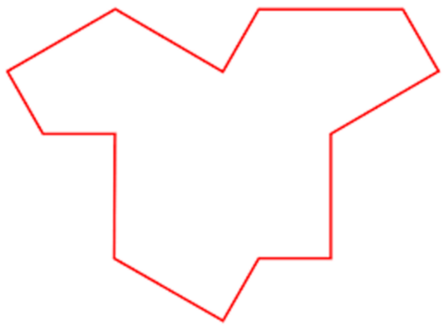
Pero ¿serías capaz de completar este puzle de colores si tampoco pueden coincidir los colores en la misma diagonal?

Aquí tienes un enlace para resolver de manera interactiva este reto:

https://nrich.maths.org/1090

6. Camiseta de Stein

La figura de la derecha es conocida como la camiseta de Stein.



Es una figura plana no regular con la que se consigue cubrir infinitamente el plano. En el siguiente enlace tienes información sobre esta curiosa figura:

https://www.abc.es/ciencia/matematicos-descubren-camiseta-patron-nunca-repite-20230505233428-nt.html

Imprime y recorta varias veces la figura de la derecha. Y cubre el plano en todas las direcciones encajando entre sí las figuras de la camiseta de Stein.

7. Estimation180

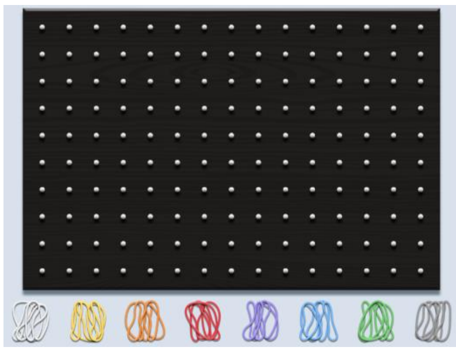
La web https://estimation180.com es una creación de Andrew Stadel para trabajar la intuición, la estimación y la aproximación numérica.

Posee diversos desafíos ilustrados por una imagen o por un vídeo. En la siguiente actividad la pregunta es: ¿Cuántos “cheetos” entran en el plato?

https://estimation180.com/day-207

8. Geoplano

Un geoplano es una estructura plana con pivotes situados en una trama cuadrada (ortométricos), en una trama triangular (isométricos) o en una trama circular.



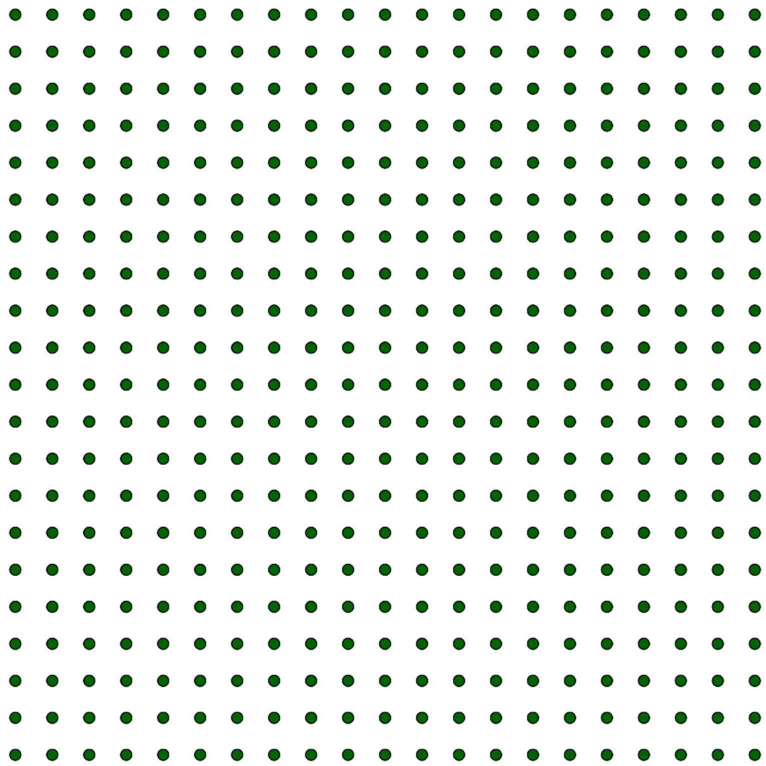
Los pivotes pueden unirse con gomas de colores, para formar polígonos.

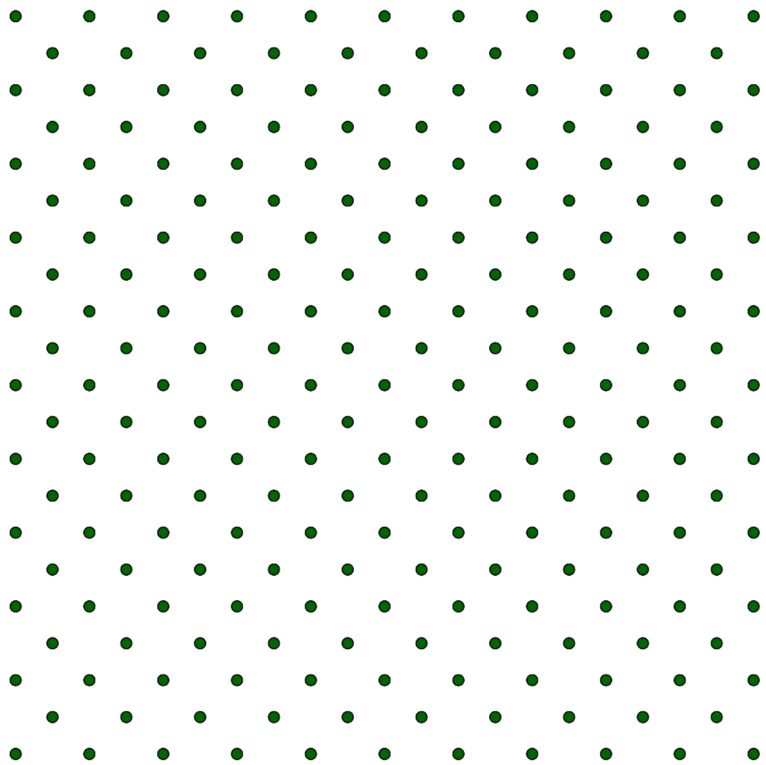
Utiliza el siguiente enlace para cubrir el plano utilizando solo triángulos y cuadrados:

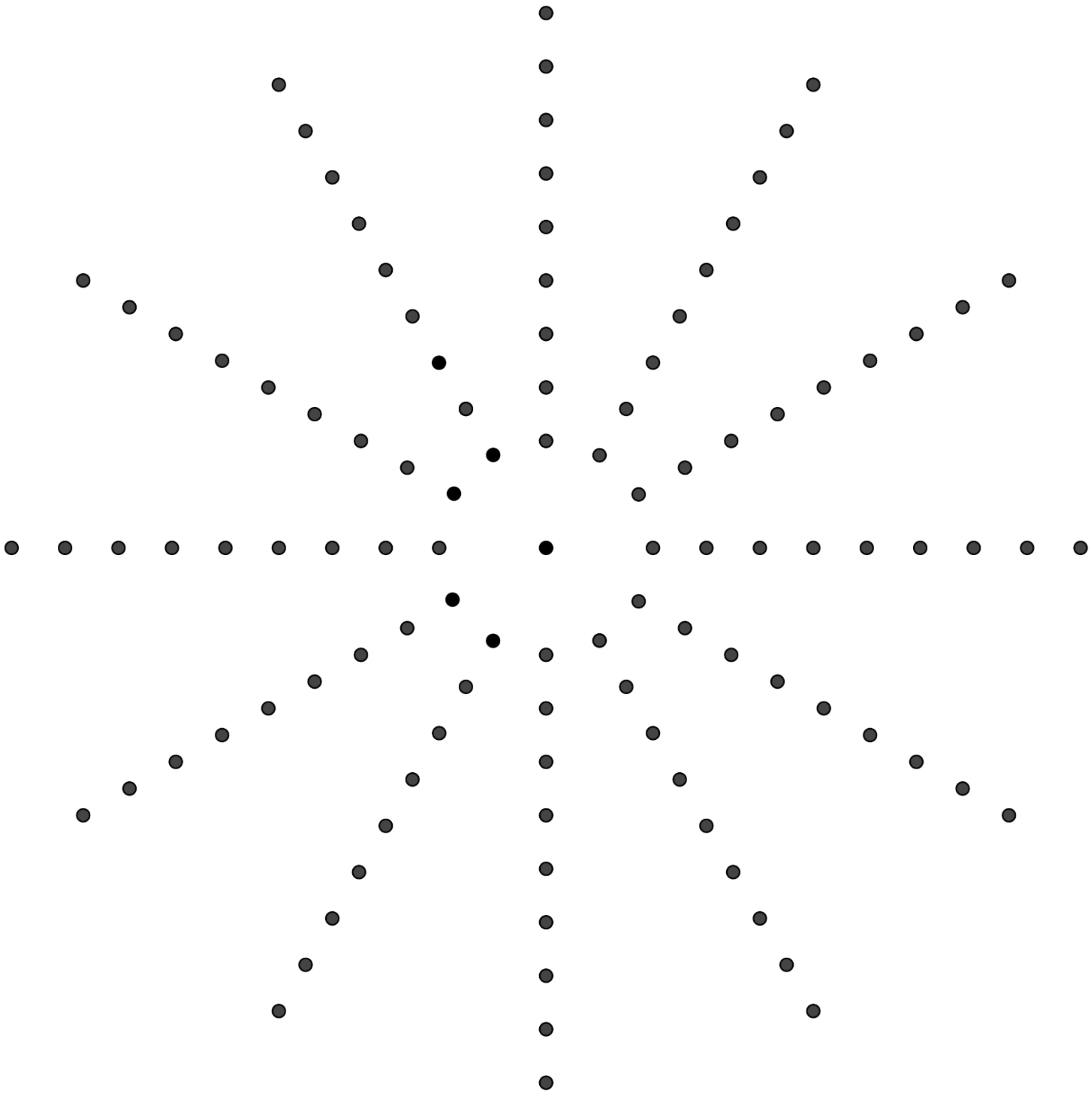
https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard

PARA PENSAR 18. ¿Crees que es posible cubrir todo el plano usando sólo hexágonos regulares (con todos los lados de igual longitud)? ¿Qué problemas encuentras en un geoplano de trama cuadrada para dibujar hexágonos regulares?

Si no quieres trabajar con el recurso online, puedes imprimir las siguientes plantillas.



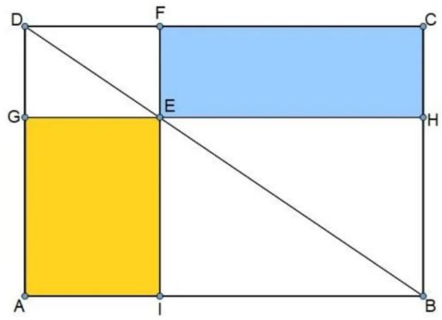




9. Aprender a aproximar

La imagen de la derecha está tomada de la web:

https://matematicascercanas.com/2017/10/11/rectangulo-mayor-area

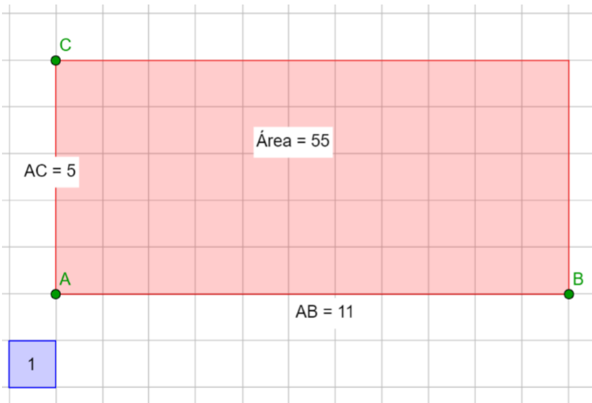


¿Qué rectángulo tiene mayor área? ¿El azul o el amarillo? ¿Cómo podemos cuantificar de manera objetiva lo que nos propone la intuición a simple vista?

PARA PENSAR 19. ¿Es la aproximación un método válido en ciencias y en matemáticas? ¿Existe el conocimiento científico sin error?

10. Multiplicar y calcular áreas son la misma operación

Multiplicar dos números es lo mismo que calcular el área de un rectángulo cuya base y cuya altura coincidan con los valores de los dos factores del producto (recuerda que un cuadrado es un tipo de rectángulo).



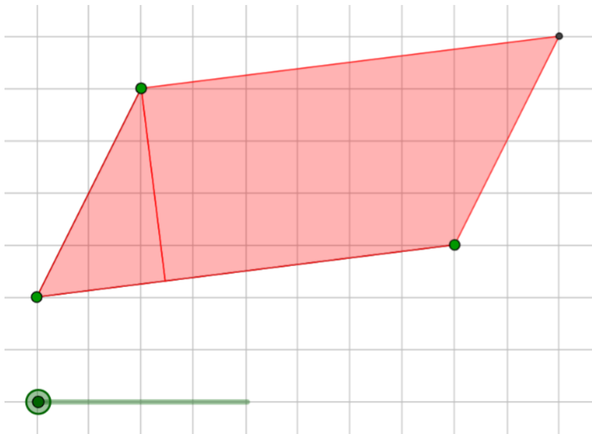
En este enlace puedes modificar las dimensiones del rectángulo y comprobar que área y producto son lo mismo.

https://www.geogebra.org/m/VdVgERYy#material/ZqzRnzT5

Sombreado en violeta tienes un pequeño cuadrado que indica la unidad de área de referencia.

Si el polígono de cuatro lados no es un rectángulo, pero mantiene los lados paralelos dos a dos, tendremos un romboide (recuerda que un rombo es un tipo de romboide).

En el romboide se cumple lo mismo que en el rectángulo. El área del romboide es igual al producto de la base por la altura.



En la siguiente animación, verás como se puede "convertir" un romboide en un rectángulo para razonar el valor del área.

https://www.geogebra.org/m/VdVgERYy#material/V3BsgvJB

11. Relacionar visualmente la multiplicación con la suma repetitiva de una cantidad

La operación de multiplicación $b \times a$ significa hacer "b veces" la cantidad "a".

Por ejemplo: 7×5 es lo mismo que 7 veces 5. Es decir:

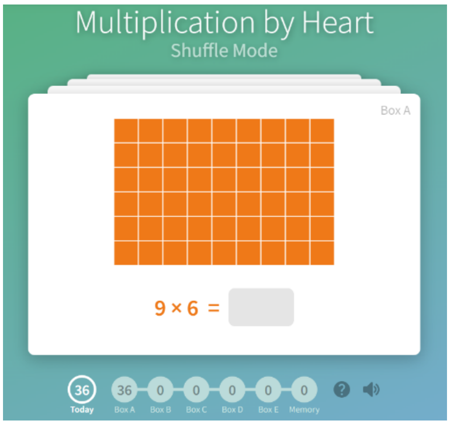
$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

Puedes trabajar la conexión visual de estos dos conceptos con la ayuda de dos actividades de la web Mathigon:

https://mathigon.org/multiply

https://mathigon.org/multiply/shuffle

Verás las operaciones relacionadas con figuras geométricas y sumas repetitivas.



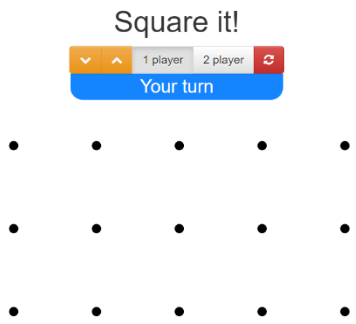
12. Creating squares

The game below, whoever completes a square first is the winner. You can play against the computer or a friend.

https://wild.maths.org/creating-squares

Some questiones about the game:

- How can you tell if four dots make a square?
- Can you develop any winning strategies?
- What does "winning strategies" mean?



13. Star Wars and unit conversion

El siguiente Genially te presenta algunos personajes de la saga Star Wars.

La magnitud esencial en el intercambio de productos interplanetarios es el tiempo. Pero en la galaxia (al igual que en nuestro planeta) hay muchos seres que estafan y timan a sus clientes.

Elige bien, joven Padawan. Tus conocimientos en los cambios de unidades serán esenciales en tu decisión.

https://view.genial.ly/64c39295ffd9850019e4bb83

14. Para pasar de notación científica a notación decimal tradicional

Durante el tema, hemos trabajado mucho el paso de notación tradicional a notación científica. En el siguiente enlace puedes trabajar lo mismo, pero en sentido inverso.

https://www.geogebra.org/m/c66zrqjw