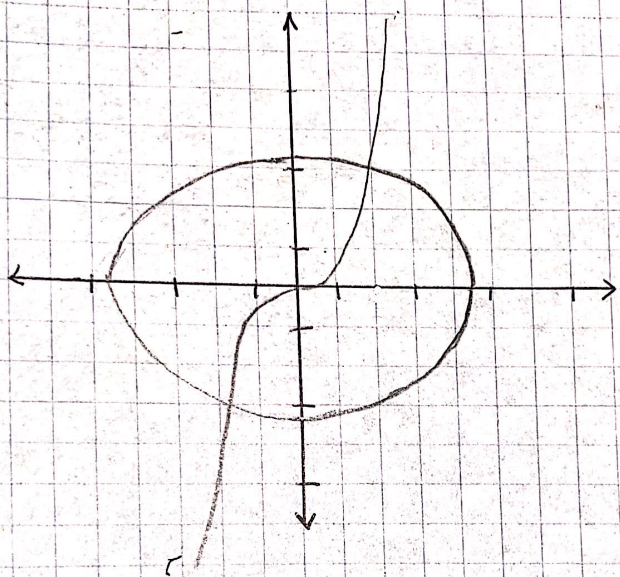
1.1 Grafica a mano



$x^2 + 2y^2 = K$

$y = m \cdot x^3$

Actividad base:

1.2

$x^2 + y^2 + c^2$ familia de circulos concentricos en el orig

Pendiente de los circulos para hallar la pendiente de la recta tang a los circulos

$$x^2 + y^2 = c^2$$

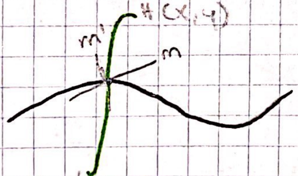
$$\frac{d}{dx}(x^2 + y^2) = \frac{d}{dx}(c^2)$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$ (pendiente de la recta tan al circulo en un punto $P(x,y)$)

la familia ortogonal a esos circulos concentricos deberan satisfacer en todo punto de interseccion que

$$m \cdot m' = -1$$




$m \cdot m' = -1$ cuando son ortogonales

$F(x,y)$

Se asume que la $m \neq 0$

$$m \cdot m_{\text{ortogonal}} = -1$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{d\theta}{dx} = -1$$

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{1}{-\frac{dy}{dx}} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{-1}{-\frac{x}{y}}$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{y}{x}$$

→ ecuacion diferencial 1ra orden.
↳ variable "$\theta$"

→ Al resolver esta ecuacion diferencial de primer orden por el metodo de variables separadas obtenemos la familia de curvas ortogonales a los circulos

Despejemos "$\theta$":

$$d\theta = \frac{y}{x} \cdot dx$$

$$\frac{d\theta}{y} = \frac{1}{x}\, dx$$

$$\int \frac{d\theta}{y} = \int \frac{1}{x}\, dx$$

$$\ln \theta = \ln x + c$$

$$e^{\ln \theta} = e^{\ln + c} = e^{\ln x} \cdot e^{c}$$

$$\theta = m x \qquad (m = e^{c})$$

1.2.2 Ej: encuentre la fam de curvas ortogonales a la fam de hiperbolas $\underbrace{x^2+2y^2}_{F(x,y)} = k^2$

Resolvemos la ecuacion diferencial de 1 orden

$$\frac{dy}{Fx} = \frac{Fy}{Fx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{2x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

$$\int \frac{dy}{2y} = \int \frac{1}{x}\,dx$$

Escaneado con CamScanner

$$\int \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y}\, dy = \int \frac{1}{x} \cdot dx$$

$$\frac{1}{2} \cdot \ln y = \ln x + C \quad \times 2$$

$$\ln y = 2 \ln x + C_1$$

$$\ln y = \ln x^2 + C_1$$

$$e^{\ln y} = e^{\ln x^2 + C_1} = e^{\ln x^2} e^{C_1} \qquad e^{\ln A} = A$$

$$y = m x^2$$

1.2.1

$\vec{F} = q\vec{E}$ (particula cargada)

campo electrico.

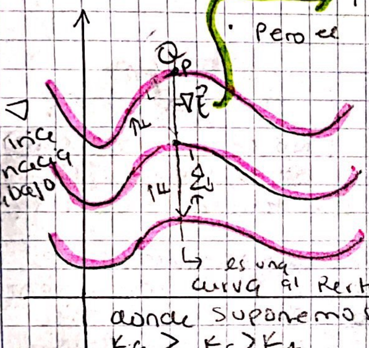
Donde $\vec{E} = -\nabla \vec{V}_E$ $\quad \nabla$ = gradiente

$V_E$ = Potencial electrico

el gradiente siempre va ortogonal a la curva de nivel hacia donde crece.

$\vec{F} = q\vec{E} = q\nabla V_E$

· Pero el $-\nabla V_E$ va hacia arriba




$V_E(x,y) = K_6$

$V_E(x,y) = K_5$

$V_E(x,y) = K_4$

↳ es una curva q' pertenece a la familia ortogonal

donde suponemos q' $K_6 > K_5 > K_4$

*P se mueve sobre la familia ortogonal y no sobre la curva equipotencial

el campo electrico $\vec{E}$ es el negativo del gradiente de la funcion Potencial sabemos de calculo de varias que el campo electrico sera ortogonal a la curva de nivel q' pasa por el punto P donde esta la carga (esto es la curva equipoten) y como la fuerza va en direccion del campo electrico

$$\vec{F} = Q\vec{E} = Q(-\nabla \vec{V}_E)$$

$$\vec{F} = -Q\vec{\nabla} V_E$$

entonces la particula se movera a lo largo de una trayectoria ortogonal a las curvas equipotenciales, es decir se mueve en las trayectorias en la curva de la familia ortogonal a la funcion equipotencial