

Theorie B De top van de grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$

De grafiek van $f(x) = x^2 + 2x + 3$ ontstaat uit die van $g(x) = x^2 + 2x$ door deze 3 omhoog te schuiven. De grafieken hebben daarom dezelfde x_{top} .

Bij de grafiek van g bereken je x_{top} als volgt.

$$g(x) = 0 \text{ geeft } x^2 + 2x = 0$$

$$x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \vee x = -2$$

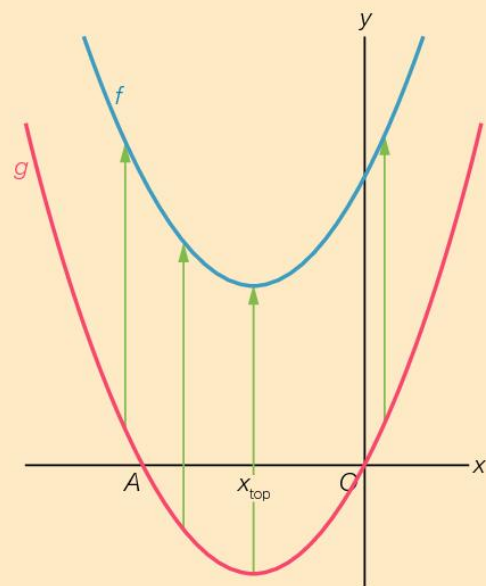
x_{top} ligt midden tussen 0 en -2, dus $x_{\text{top}} = -1$.

Dus ook van de grafiek van f is $x_{\text{top}} = -1$.

Je krijgt y_{top} vervolgens door $f(x_{\text{top}})$ te berekenen.

$$\text{Dus } y_{\text{top}} = f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 3 = 1 - 2 + 3 = 2.$$

De top van de grafiek van f is $(-1, 2)$.



figuur 3.13 Verticale verschuiving, dus dezelfde x_{top} .

Algemeen hebben de grafieken van

$f(x) = ax^2 + bx + c$ en $g(x) = ax^2 + bx$ dezelfde x_{top} .

Bij de grafiek van g bereken je x_{top} als volgt.

$$g(x) = 0 \text{ geeft } ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \vee ax = -b$$

$$x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$$

Midden tussen 0 en $-\frac{b}{a}$ ligt $\frac{1}{2} \cdot -\frac{b}{a} = -\frac{b}{2a}$.

Dus voor de grafiek van f geldt $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a}$.

Je krijgt y_{top} door $f(x_{\text{top}})$ te berekenen.

Van de top van de grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$ is $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a}$.

Verder is $y_{\text{top}} = f(x_{\text{top}})$.

Voorbeeld

Gegeven is de functie $f(x) = -1,8x^2 + 9x + 8$.

Bereken de coördinaten van de top van de grafiek van f .

Uitwerking

$$a = -1,8 \text{ en } b = 9, \text{ dus } x_{\text{top}} = -\frac{9}{2 \cdot -1,8} = 2,5.$$

$$y_{\text{top}} = f(2,5) = -1,8 \cdot 2,5^2 + 9 \cdot 2,5 + 8 = 19,25$$

Dus de top is $(2,5; 19,25)$.