AB 4: Übungen zur Streckung in y-Richtung

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2$ ist eine Parabel, die durch eine Streckung mit dem Faktor a in y-Richtung aus der Normalparabel hervorgeht. Ist a negativ, wird die Parabel zusätzlich an der x-Achse gespiegelt.

GG-Buch (Einheit-Code): ____________

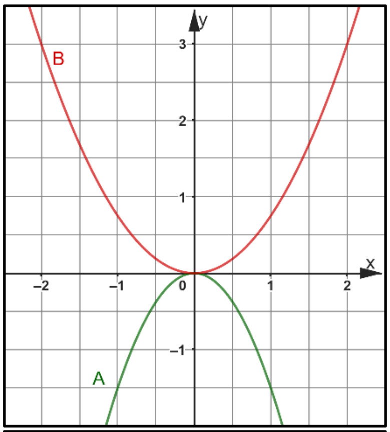
oder einzelnes Applet für diese Stunde:
https://www.geogebra.org/m/jmhnuxtw

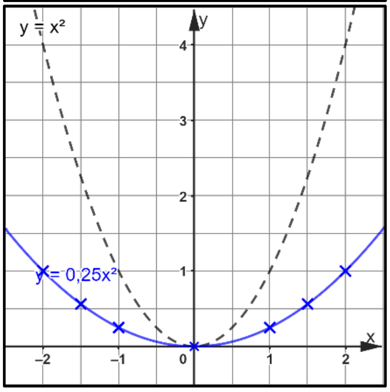
Ziel: Festigung und Vertiefung dieser Inhalte.

Beispiel: Die Funktionsgleichung aus dem Graphen bestimmen, einen Graphen zeichnen

a) Abgebildet sind die Parabeln A und B. Sie sind die Graphen der Funktionen f und g mit Gleichungen der Form $f(x) = a \cdot x^2$ bzw. $g(x) = a \cdot x^2$.
Bestimme die Funktionsgleichungen (den Streckfaktor a).

b) Zeichne für $-2{,}5 \leq x \leq 2{,}5$ eine Parabel mit der Gleichung $h(x) = 0{,}25 \cdot x^2$ ins Koordinatensystem.





Vorgehensweise:

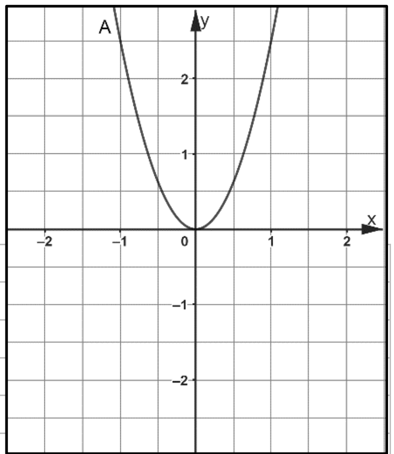
a) **Für A:** An der Stelle $x = 1$ ist der y-Wert $f(1) = a \cdot 1^2 = -1{,}5$.
Also ist $a = -1{,}5$ und $f(x) = -1{,}5 \cdot x^2$.
Für B: An der Stelle $x = 1$ ist der y-Wert etwa $f(1) = 0{,}75$. Da man das nicht so genau ablesen kann, kann man dies an der Stelle $x = 2$ überprüfen: Es ist $f(2) = a \cdot 2^2 = 4a = 3$.
Also ist $a = \frac{3}{4}$ $(= 0{,}75)$ und damit $g(x) = \frac{3}{4} \cdot x^2$.

b) Man skizziert die Normalparabel mit der Gleichung $y = x^2$. An jeder Stelle x ist der y-Wert der gesuchten Parabel nur ein Viertel so groß. Damit werden die entsprechenden Kreuze (Punkte auf der Parabel) markiert. Diese verbindet man zu einer Parabel.
Alternativ kann man auch eine Wertetabelle erstellen.

Aufgabe

1 Abgebildet ist die Parabel A. Sie ist der Graph der Funktion f mit einer Gleichung der Form $f(x) = a \cdot x^2$.
Bestimme die Funktionsgleichung.

2 Zeichne für $-2 \leq x \leq 2$ eine Parabel mit der Gleichung $g(x) = -0{,}5 \cdot x^2$ ins Koordinatensystem (rechts) ein.



1

Beispiel: Punktprobe durchführen

Prüfe für die Punkte $P(-2|-6)$ und $Q(0{,}5|-0{,}25)$, ob sie auf dem Graphen der Funktion f mit $f(x) = -1{,}5x^2$ liegen.

Vorgehensweise:

Man setzt die x-Koordinate des Punktes in die Funktionsgleichung von f ein und überprüft, ob sich als Funktionswert die y-Koordinate des Punktes ergibt.

Für $P(-2|-6)$: $f(-2) = -1{,}5 \cdot (-2)^2 = -1{,}5 \cdot 4 = -6$. ⇨ P liegt also auf dem Graphen von f.

Für $Q(0{,}5|-0{,}25)$: $f(0{,}5) = -1{,}5 \cdot 0{,}5^2 = -1{,}5 \cdot 0{,}25 = -0{,}375 \neq -0{,}25$.

⇨ Q liegt nicht auf dem Graphen von f.

Aufgabe

3 Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = -x^2$ und $g(x) = 2x^2$.
Prüfe, ob der Punkt $P(-3|9)$ auf dem Graphen von f bzw. $Q(2|8)$ auf dem Graphen von g liegt.

3 Für P: f(-3) =

Beispiel: Die Funktionsgleichung aus der Angabe eines Punktes auf der Parabel bestimmen

Eine in y-Richtung gestreckte Parabel hat den Scheitel $S(0|0)$. Außerdem liegt der Punkt $P(1{,}5|-9)$ auf der Parabel.
Bestimme eine Gleichung der Parabel.

Vorgehensweise:

Da die Parabel in y-Richtung gestreckt ist und den Scheitel $S(0|0)$ hat, hat ihre Gleichung die Form $f(x) = a \cdot x^2$. Die Koordinaten von $P(1{,}5|-9)$

Ansatz:

$$\begin{aligned} a \cdot x^2 &= y \\ a \cdot 1{,}5^2 &= -9 \\ a \cdot 2{,}25 &= -9 \quad |:2{,}25 \\ a &= -4 \end{aligned}$$

Gleichung: $f(x) = -4x^2$.

Aufgabe

4 Eine in y-Richtung gestreckte Parabel hat den Scheitel $S(0|0)$. Außerdem liegt der Punkt P auf der Parabel. Bestimme eine Gleichung der Parabel für

a) $P(3|6)$ b) $P(-2|-6)$.

4 a) b)