

Die Fibonacci Folge

Die Fibonacci Folge ist eine spezielle unendliche Zahlenfolge, die mit folgender Gesetzmäßigkeit beschrieben wird: Jedes Folgenglied ist die Summe der beiden vorherigen Folgenglieder, also:

$$a_n = a_{(n-1)} + a_{(n-2)}$$

Beispiel: 0,1,1,2,3,5,8,13,21,...

Daher müssen, um eine Folge gemäß der Fibonacci Folge fortsetzen zu können, zwei Startwerte bekannt sein.

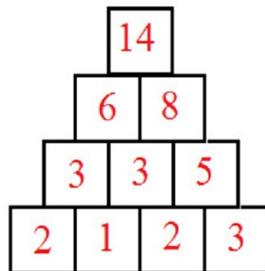
Verwende für die folgenden Aufgaben das Gesetz der Fibonacci Folge!

- Wie muss der zweite Startwert gewählt werden, damit die erste und fünfte Zahl gleich sind?
(Überlege, wie die fünfte Zahl von den beiden Startwerten abhängt)
Ist die Lösung eindeutig, oder gibt es mehrere?
Unendlich viele mögliche Lösungen. (Für die Folgenglieder gilt: a , b , $a+b$, $a+2b$, $2a+3b$)
Es muss also das erste und das fünfte Glied gleich sein, daher gilt $a = 2a+3b$, bzw. $-a = 3b$
- Die fünfte Zahl soll 30 sein! Wie viele Möglichkeiten gibt es, die beiden Startwerte zu wählen, um als fünfte Zahl 30 zu erhalten?
Finde mindestens 3 Möglichkeiten, mit zwei **positiven** Zahlen (ohne 0) zu starten und als fünfte Zahl 30 zu erhalten. Wie kommst du auf deine Lösungen?
 $2a+3b = 30$ (Es gibt wieder unendlich viele Möglichkeiten, die Gleichung zu lösen)
Mit zwei positiven Werten gibt es vier Möglichkeiten (6 und 6, 3 und 8, 9 und 4, 12 und 2)
- Wie müssen die beiden Startwerte, die **gleich** sein sollen, gewählt werden, um als sechste Zahl 72 zu erhalten? Gibt es mehrere Lösungen?
Um wie viel verändert sich die sechste Zahl, wenn die beiden Startwerte um jeweils 1 erhöht werden?
Für die Werte gilt (a , a , $2a$, $3a$, $5a$, $8a$)
Es muss also gelten $8a = 72$ daher $a = 9$
Erhöht man a um 1 gilt $8(a+1) = 8a + 8$ (Also erhöht sich der Wert um 8)

Zahlenmauer/Pyramide

Zahlenmauern bzw. Zahlenpyramiden ähneln sehr der Fibonacci Folge. Dabei ist die Zahl auf einem Stein die Summe der beiden darunter liegenden Steinen. Dabei werden die Zahlen auf den untersten Steinen (die Startwerte) wieder frei gewählt.

Beispiel:



Verwende für die folgenden Aufgaben eine 4-stufige Zahlenpyramide (so wie im Beispiel)!

- Finde mindestens 2 Kombination aus 4 verschiedenen Startwerten (also keine Zahl doppelt), sodass die Zahl im obersten Stein 28 ist.

Wie kommst du auf die Lösung?

1. Möglichkeit (4, 3, 2, 6)

2. Möglichkeit (1, 5, 2, 6)

Es gibt wieder unendlich viele Möglichkeiten, die Gleichung zu lösen

Für den obersten Stein gilt (Startwerte a, b, c, d von links nach rechts) = $a+3b+3c+d$

- Die ersten beiden Startwerte sind 1. Wie müssen die anderen beiden Werte gewählt werden, sodass im obersten Stein 30 steht?

Gibt es eine eindeutige Lösung?

Es gilt $a+3b+3c+d = 30$ wobei a und b 1 sind, also $1+3+3c+d = 30$, also $3c+d = 26$

Daher wieder unendlich viele Lösungen möglich

- Wie verändert sich die Zahl im obersten Stein, wenn alle 4 Startwerte verdoppelt werden?

Teste es an einem Beispiel und versuche danach, es allgemein zu begründen!

Verdoppelt sich ($2a+6b+6c+2d$ also $2(a+3b+3c+d)$)