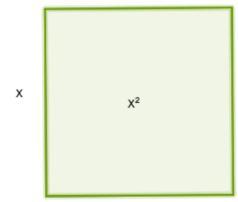
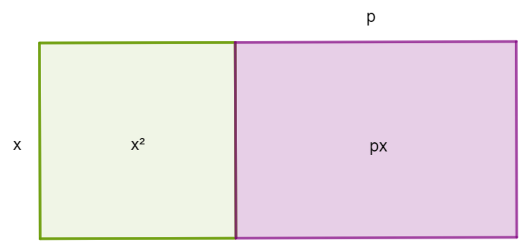
Ecuación (1) $x^2 - px = q$

Sea un cuadrado de lado x , cuya área es x^2.



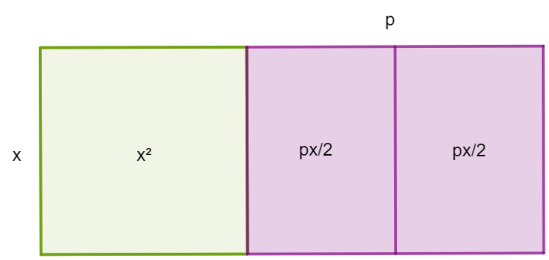
Tomamos el cuadrado y le agregamos un rectángulo cuya base es p y cuya altura es x .



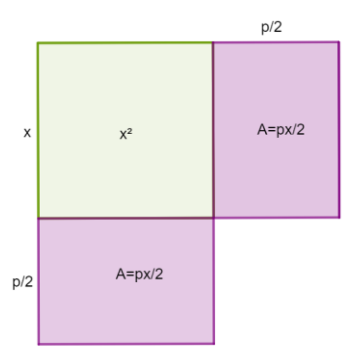
Este sería el área total que considerar $x^2 - px$ para hallar la diferencia de áreas.

Para resolver la ecuación, los babilonios utilizaban un método que nosotros llamaríamos "completar el cuadrado"

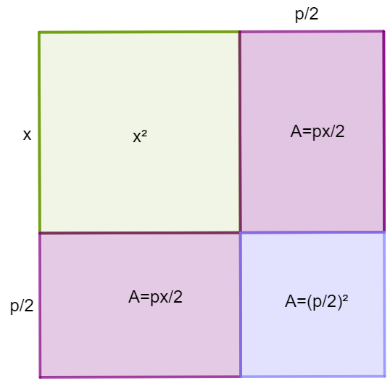
Dividen el área en dos partes iguales, lo que da $\frac{px}{2}$ para cada parte.



Ubican un rectángulo de área $\frac{px}{2}$ debajo del cuadro x^2 . Área total: $x^2 - px = q$



Añaden un pequeño cuadrado con área $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ para "completar" el cuadrado grande.



Entonces el área total de este nuevo cuadrado sería

$$x^2 - px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Ahora que el cuadrado está completo, se puede simplificar a:

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 = q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Para despejar x , tomamos la raíz cuadrada de ambos lados:

$$x - \frac{p}{2} = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2}$$

$$x = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} + \frac{p}{2}$$

$$x = \sqrt{q + \frac{p^2}{4}} + \frac{p}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{4q + p^2}{4}} + \frac{p}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{4q + p^2}}{2} + \frac{p}{2}$$

$$x = \frac{p \pm \sqrt{4q + p^2}}{2}$$

EJEMPLO

Supongamos que tienes la ecuación $x^2 - 6x = 16$. Vamos a seguir el método babilónico:

1. Dividir el término lineal entre 2: $\frac{6}{2} = 3$

2. Completar el cuadrado: Añadimos $3^2 = 9$ a ambos lados de la ecuación para completarlo:

$$x^2 - 6x + 9 = 16 + 9$$

Ahora la ecuación se convierte en:

$$(x - 3)^2 = 25$$

3. Tomar la raíz cuadrada:

$$x - 3 = \pm 5$$

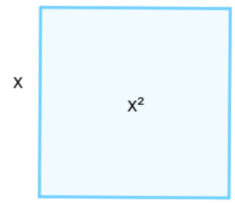
4. Despejar x:

$$x = 3 \pm 5$$

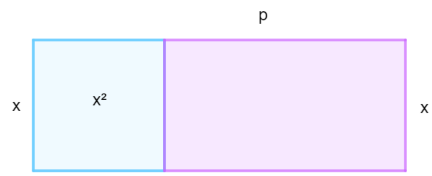
Así, x tiene dos soluciones: $x = 3 + 5 = 8$ y $x = 3 - 5 = -2$

Ecuación (2) $x^2 + px = q$

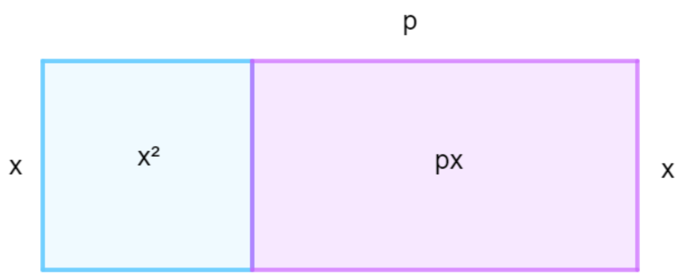
Sea un cuadrado de lado x , cuya área es x^2.



Tomamos el cuadrado y le agregamos un rectángulo cuya base es p y cuya altura es x .

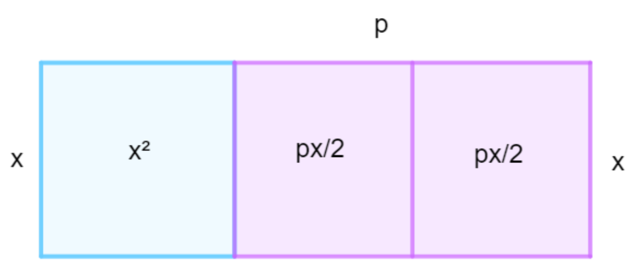


Lo que da como área px . Este sería el área total que considerar $x^2 + px$.

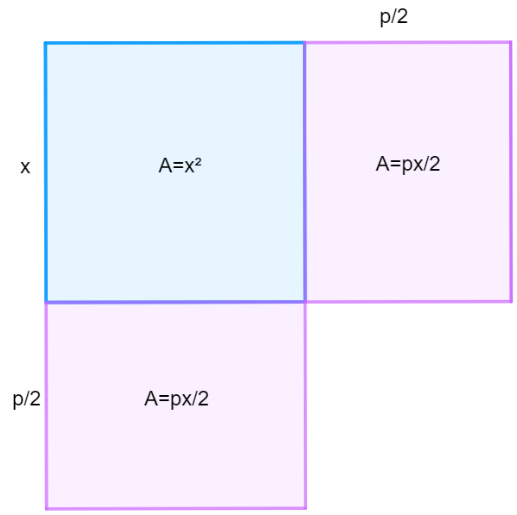


Para resolver la ecuación, los babilonios utilizaban un método que nosotros llamaríamos "completar el cuadrado"

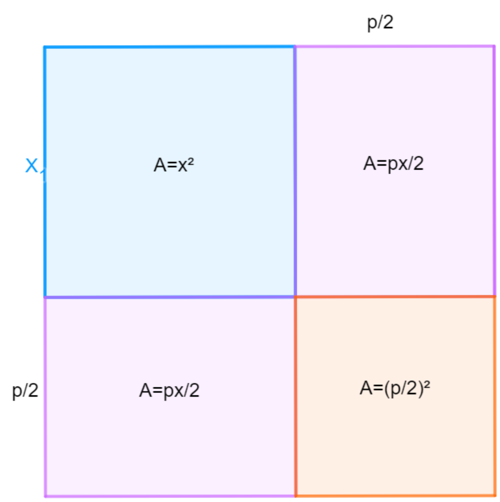
Dividen el área px en dos partes iguales, lo que da $\frac{px}{2}$ para cada parte.



Ubican un rectángulo de área $\frac{px}{2}$ debajo del cuadro x^2. Área total: $x^2 + px = q$



Añaden un pequeño cuadrado con área $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ para "completar" el cuadrado grande.



Entonces el área total de este nuevo cuadrado sería

$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Ahora que el cuadrado está completo, se puede simplificar a:

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Para despejar x , tomamos la raíz cuadrada de ambos lados:

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2}$$

Y finalmente, restamos $\frac{p}{2}$ a ambos lados:

$$x = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}$$

$$x = \sqrt{q + \frac{p^2}{4}} - \frac{p}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{4q + p^2}{4}} - \frac{p}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{4q + p^2}}{2} - \frac{p}{2}$$

$$x = \frac{-p \pm \sqrt{4q + p^2}}{2}$$

EJEMPLO

Supongamos que tienes la ecuación $x^2 + 6x = 16$. Vamos a seguir el método babilónico:

1. Dividir el término lineal entre 2: $\frac{6}{2} = 3$.

2. Completar el cuadrado: Añadimos $3^2 = 9$ a ambos lados de la ecuación para completarlo:

$$x^2 + 6x + 9 = 16 + 9$$

Ahora la ecuación se convierte en:

$$(x + 3)^2 = 25$$

3. Tomar la raíz cuadrada:

$$x + 3 = 5$$

4. Despejar x:

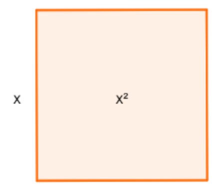
$$x = 5 - 3 = 2$$

Así, el valor de x es 2.

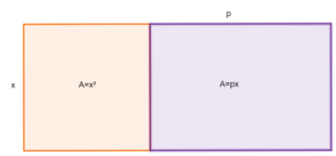
Ecuación (3) $x^2 + q = px$

Veamos que $x^2 + q = px$ $\leftrightarrow x^2 - px = -q$

Sea un cuadrado de lado x , cuya área es x^2.



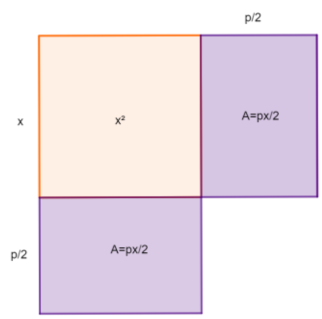
Tomamos el cuadrado y le agregamos un rectángulo cuya base es p y cuya altura es x . Y lo que da como área px . Este sería el área total que considerar $x^2 - px$.



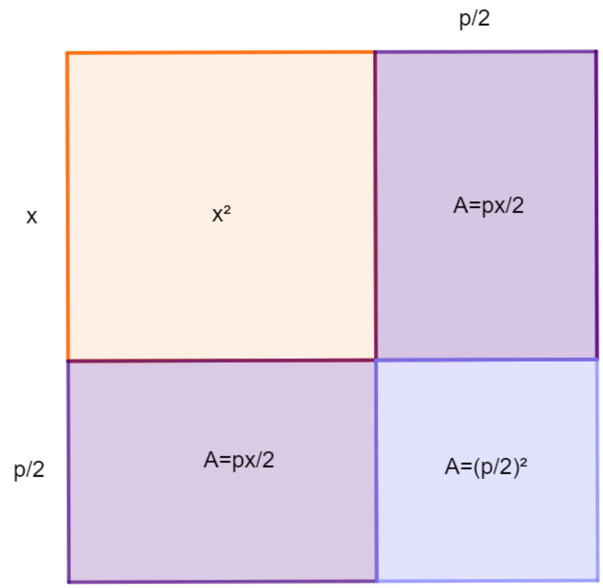
Para resolver la ecuación, los babilonios utilizaban un método que nosotros llamaríamos "completar el cuadrado"

Dividen el área px en dos partes iguales, lo que da $\frac{px}{2}$ para cada parte.

Ubican un rectángulo de área $\frac{px}{2}$ debajo del cuadro x^2. Área total: $x^2 - px = -q$



Añaden un pequeño cuadrado con área $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ para "completar" el cuadrado grande.



Entonces el área total de este nuevo cuadrado sería:

$$x^2 - px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = -q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 = -q + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

$$x - \frac{p}{2} = \sqrt{-q + \left(\frac{p}{2}\right)^2}$$

$$x = \sqrt{-q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} + \frac{p}{2}$$

$$x = \sqrt{-q + \frac{p^2}{4}} + \frac{p}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{-4q + p^2}{4}} + \frac{p}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{-4q + p^2}}{2} + \frac{p}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{-4q + p^2} + p}{2}$$

$$x = \frac{p \pm \sqrt{-4q + p^2}}{2}$$

EJEMPLO

Apliquemos el concepto a un ejemplo concreto. Consideremos: $x^2 + 9 = 10x$

Y reescribimos la ecuación: $x^2 - 10x = -9$

Dividimos el coeficiente lineal en 2: $\frac{10}{2} = 5$

Ahora sumamos $(5)^2 = 25$ a ambos lados:

$$x^2 - 10x + 25 = -9 + 25$$

Ahora, simplificamos:

$$(x - 5)^2 = 16$$

$$x - 5 = \pm 4$$

Despejamos x :

$$x = 5 \pm 4$$

Asi, se tienen dos soluciones: $x = 5 + 4 = 9$ y $x = 5 - 4 = 1$.

ARITMETICA ALGEBRAICA

Sea a el area del rectangulo base x y altura y .

Tenemos que $a = xy$. Y sea b la suma total de un lado del cuadrado, es decir, $b = x + y$.

Veamos qué $y = b - x$. Reemplazamos en la ecuación $a = xy$

Así que, $a = x(b - x)$

$a = xb - x^2$, por lo tanto, $x^2 + a = bx$.