Teoría – Tema 6

Teoría - 18 - Repaso de propiedades de la matriz inversa y de la traspuesta

Propiedades de la traspuesta

La matriz traspuesta cumple las siguientes propiedades:

- $\forall\ A \in M_{m\times n}\ (A^t)^t = A$ → La traspuesta de la traspuesta coincide con la matriz de partida.
- $\forall\ A, B \in M_{m\times n}\ (A\cdot B)^t = B^t \cdot A^t$ → La traspuesta del producto de matrices es la traspuesta de la segunda matriz por la traspuesta de la primera.
- $\forall\ A, B \in M_{m\times n}\ (A+B)^t = A^t + B^t$ → La traspuesta de la suma de matrices es la traspuesta de la primera matriz más la traspuesta de la segunda.
- $\forall\ A, B \in M_{m\times n}\ (A-B)^t = A^t - B^t$ → La traspuesta de la diferencia de matrices es la traspuesta de la primera matriz menos la traspuesta de la segunda.
- $\forall\ \alpha \in \mathbb{R},\ \forall\ A \in M_{m\times n}\ (\alpha \cdot A)^t = \alpha \cdot A^t$ → La traspuesta de un escalar por una matriz es el escalar por la matriz traspuesta.
- La matriz $B = A + A^t$ es una matriz simétrica (si A es cuadrada).
- Si $A = -A^t$ se dice que A es antisimétrica (si A es cuadrada).
- La matriz $C = A - A^t$ es antisimétrica, ya que cumple $C = -C^t$ (si A es cuadrada).
- Una matriz A cuadrada siempre se puede descomponer en suma de una matriz simétrica $S = \frac{1}{2}(A + A^t)$ y una matriz antisimétrica $H = \frac{1}{2}(A - A^t)$ de la forma $A = S + H$.
- El rango de una matriz coincide con el rango de su traspuesta.

Propiedades de la inversa

La definición de **matriz inversa** está relacionada con la matriz identidad:

- $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$

Propiedades de la matriz inversa:

- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$
- $(A + B)^{-1} \neq A^{-1} + B^{-1}$
- $(A^{-1})^{t} = (A^{t})^{-1}$
- Si $A^{t} = A^{-1}$ → La matriz se dice ortogonal si la traspuesta coincide con la inversa
- $(k \cdot A)^{-1} = \frac{1}{k} \cdot A^{-1}$, siendo $k \neq 0$ un número real
- Una matriz de orden n admite inversa si su rango es igual a la dimensión n.