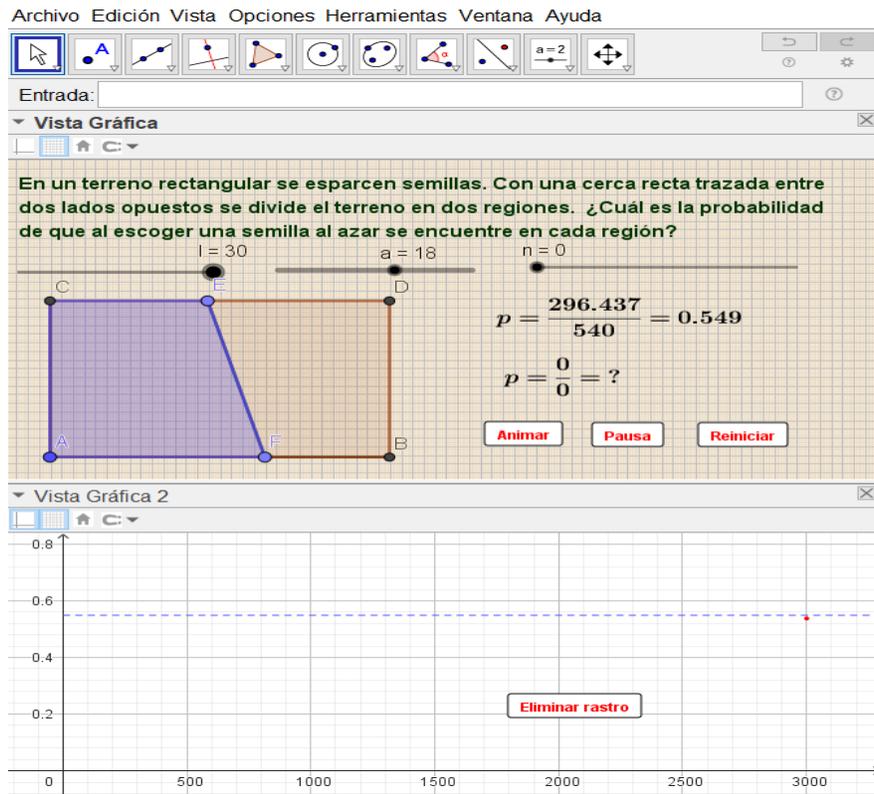


“En un terreno rectangular se esparcen semillas en forma aleatoria. Con una cerca recta trazada entre dos lados opuestos se divide el terreno en dos regiones. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger una semilla al azar se encuentre en la región sombreada azul?”



Preparación del escenario: En *Opciones* elegimos en *Etiquetado* la forma *Solo puntos nuevos*.

Empezamos Construyendo un rectángulo de dimensiones variables para verificar posteriormente si estas influyen en el valor de la probabilidad. Para esta construcción seguiremos los siguientes pasos:

1. Creamos el deslizador  $l$  con intervalo 0 a 30 e incremento 0.1. Este deslizador permite variar la longitud del terreno
2. Creamos el deslizador  $a$  con intervalo 0 a 30 e incremento 0.1. Este deslizador permite variar el ancho del terreno

3. Dibujamos un punto A en la Vista Gráfica
4. Dibujamos el punto  $B = (x(A) + l, y(A))$
5. Dibujamos el punto  $C = (x(A), y(A) + a)$
6. Dibujamos el punto  $D = (x(B), y(C))$
7. Con la herramienta *Polígono* dibujamos el rectángulo dando clic en forma sucesiva sobre los puntos A, B, D, C y de nuevo A. Este rectángulo se denomina c1. El número que lo acompaña en la *Vista algebraica* es su área. Con los deslizadores, la herramienta Zoom y Desplaza Vista Gráfica le damos el tamaño y posición que nos permita mejor visibilidad.
8. Dibujamos un punto E en cualquier lugar del segmento CD
9. Dibujamos un punto F en cualquier lugar del segmento AB. Al arrastrar estos puntos podemos verificar que no se salen de los segmentos.
10. Trazamos el segmento EF que representará la cerca que divide el terreno. Cambiando de posición E o F podemos variar la posición y tamaño de la cerca y observar posteriormente si influye en el valor de la probabilidad.
11. Con la herramienta *Polígono* dibujamos el rectángulo dando clic en forma sucesiva sobre los puntos A, F, E, C y de nuevo A. Este rectángulo se denomina c2. El número que lo acompaña en la *Vista algebraica* es su área. Con clic en el interior de este polígono vamos a *Propiedades* y allí damos color azul para diferenciarlo.
12. El número de semillas lo representamos por un deslizador n con intervalo 0 a 5000 incremento 1. Creciente (solo una vez) y velocidad 0.2
13. GeoGebra tiene varios comandos para crear listas (de números, puntos, segmentos, etc.) en forma automática. Utilizaremos algunos de ellos para crear una lista de puntos aleatorios en el terreno c1:  
Escribimos en *Entrada* la palabra Secuencia, pero al hacerlo GeoGebra nos muestra varios comandos para escoger. Con un clic seleccionamos el comando **Secuencia( <Expresión>, <Variable>, <Valor inicial>, <Valor final> )**. Rellenamos cada una de estas palabras de la siguiente manera  
 $I1 = \text{Secuencia}(\text{PuntoAleatorioEn}(c1), k, 1, n)$ .  
Observe que la palabra Expresión fue reemplazada por otro comando **PuntoAleatorioEn(Región)**
14. Al accionar el deslizador n aparecen los puntos aleatorios en c1. Con clic derecho sobre esta lista I1 vamos a *Propiedades* y allí elegimos color y tamaño de los puntos. Elegimos para n un valor pequeño, por ejemplo 6, para verificar con facilidad las siguientes acciones:
15. Pulsando F9 o Ctrl+R podemos generar otra lista con igual número de puntos, pero posición diferente.
16. Escribimos en *Entrada* utilizando el mismo comando la expresión  $I2 = \text{Secuencia}(\text{EstáEnRegión}(\text{Elemento}(I1, k), c2), k, 1, n)$ . Esta vez hemos

utilizado un nuevo comando **EstáEnRegión(Punto, Región )** y el Punto es reemplazado por el comando **Elemento(Lista,Número(Posición))**. Aparece una lista con las palabras true y false. Los "true" significa que esos puntos están en c2 y los "false" que no están. Con Ctrl+R o con F9 podemos originar nuevas listas y verificar el número de "true" y de puntos en c2.

17. GeoGebra nos permite contar los elementos de una lista dada una condición mediante el comando **CuentaSi( <Condición>, <Lista> )**. La palabra Condición se reemplaza por una x acompañada de la condición que cumplen los puntos solicitados. En este caso la condición es que sean "true". Por tanto, el espacio para Condición será rellenado con x=true o también con  $\frac{?}{?}$  símbolo que se encuentra en el teclado. En definitiva, se obtiene la expresión CuentaSi(x  $\frac{?}{?}$  true, l2). Le nombramos g.

18. Como la probabilidad está definida por la expresión

$$p = \frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}}$$

Escribimos en Entrada  $p1=g/n$ , p1 es entonces la probabilidad de que al elegir un punto en el terreno este se encuentre en la región c2

19. Con Ctrl+R obtenemos una nueva lista de puntos y observamos el cambio en el valor de p1. ¿Cómo explicar el cambio de valor?
20. Agregamos con la herramienta Texto la siguiente expresión en la Vista Gráfica

$$p1 = \frac{\text{Puntos en } c2}{\text{Puntos en } c1} = \frac{g}{n} = p1$$

Para lo cual Activamos la herramienta *Texto* y en la caja escribimos utilizando *Formula LaTeX* y tomando los valores (a excepción del último p1) de la Lista contenida en *Objetos*. Dando animación a n desde 0 podemos observar la variación de p1. Repitamos el procedimiento varias veces. ¿Cuál es nuestra conclusión? También en propiedades podemos elegir 3 decimales en lugar de 2 o detener el deslizador en un valor intermedio de n

21. Para observar la variación de la probabilidad p1 también podemos abrir la Vista Gráfica 2 y teniendo activada esta Vista creamos en *Entrada* el punto G=(n, p1). Adecuamos los valores en los Ejes cartesianos. Al punto G le activamos el *Rastro* y le damos color y tamaño apropiados. Para eliminar el Rastro en Vistas elegimos la opción *Actualista las Vistas (limpia rastros)* ¿Tiene el punto G un comportamiento especial?
22. Si la cerca EF dividiera el terreno en dos regiones iguales ¿Qué valor esperaríamos para la probabilidad? Si es necesario ubiquemos E y F en los puntos medios de CD y AB respectivamente y animemos el deslizador n
23. En Entrada escribimos  $p2=c2/c1$
24. Incorporaremos un nuevo texto

$$p2 = \frac{\text{Área de } c2}{\text{Área de } c1} = \frac{c2}{c1} = p2$$

Los últimos tres términos  $c2$ ,  $c1$  y  $p2$  se toman de la lista de *Objetos de Texto*  
¿Cuál de los dos valores  $p1$  y  $p2$  que hemos obtenido para la probabilidad podríamos considerar más confiable?

Para que las acciones de iniciar la animación del deslizador  $n$ , pausar la animación o reiniciarla podemos agregar cuatro botones de la siguiente forma:

25. botón1: Rótulo: Reiniciar

Guiones al clic:

Valor( $n,0$ )

Visibilidad( $G,2,false$ )

El primer Guion enviará el valor de  $n$  a cero, el segundo hará que el punto  $G$  se oculte.

26. botón2: Rótulo: Animar

Guion al clic:

IniciaAnimación( $n$ )

Visibilidad( $G,2,true$ )

El primer Guion pone en movimiento el deslizador y el segundo hace que  $G$  sea visible en la Vista Gráfica 2.

27. botón3: Pausar

Guion al clic: IniciaAnimación( $n,false$ )

28. En la Vista Gráfica 2 agregar el siguiente botón

botón4: Rótulo: Eliminar rastro

guion al clic: ZoomAcerca( $1$ )

Este Guion está diseñado para acercar la *Vista*, pero también se utiliza para eliminar el rastro de los puntos creados.

29. Dibujar la recta  $y=p2$  en la *Vista Gráfica 2* que indique la probabilidad dada por el cociente de las áreas, puede servir como referencia para observar la variación de la probabilidad.

30. La probabilidad de la segunda región no azul estará dada por  $1-p2$

Elaborado por Adolfo Galindo Borja      GPCA-IGT

Enlaces de los vídeos de presentación y tutorial

<https://youtu.be/PV9oDG1Rit8>

[https://www.youtube.com/watch?v=G2QM3wYQj4A&ab\\_channel=AdolfoGalindoBorja](https://www.youtube.com/watch?v=G2QM3wYQj4A&ab_channel=AdolfoGalindoBorja)