Sofia Osorio Echeverry Hoja de trabajo # 1

2.1.1

Ecuación Diferencial ordinaria (EDO)
de primer orden

objetivo
Lo resolver → $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ que satisfaga que una curva de la familia de solución pase por el punto (x_0, y_0) esto es $y(x_0) = y_0$

$y(x)$ = es aquella curva que pasa por el punto (x_0, y_0) y tiene por recta tangente una recta con pendiente $f(x_0, y_0)$

2.1.2 Conceptos de Solución

Solución general: Es aquella familia monoparametrica de curvas $g(x,y) = k$ que satisface $\frac{dy}{dx} = F(x,y)$ para cualquier valor de la constante k

- Una solución particular a la EDO $\frac{dy}{dx} = F(x,y)$ con un P.V.I $y(x_0)=y_0$ sería una curva de aquella familia de curvas que pasa por el punto (x_0, y_0) esto es, la curva correspondiente al valor de la constante $k_0 = g(x_0, y_0)$

- Solución singular: Aquella única solución a la EDO $\frac{dy}{dx} = F(x,y)$ con $y(x_0) = y_0$ que no puede obtenerse a partir de la familia monoparametrica de soluciones $g(x,y) = k$
Solución singular no esta incluida en una solución general de la forma $g(x,y) = k$

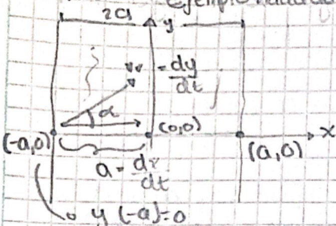
→ Solución general es cuando todas las soluciones estan contenidas en $g(x,y) = k$. Esta puede ser expresada en la forma $g(x,y) = k$ (Solucion implicita). Si a partir de $g(x,y) = k$ se puede obtener despejando $y = h(x,y)$ (explicita)

Ej: • $\frac{dy}{dx} = 2x$; $y = x^2 + 4$ → Solución explicita Particular
; $y = x^2 + c$ → Solución explicita general

• $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$; $x^2 + y^2 = a^2$ → Solución implicita general
; $x^2 + y^2 = 4$ → Solución implicita particular

- Solución singular → no sale de la general.

2.1.3 Ejemplo nadador!



→ modelo de fluidos: $v_r = v_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$

ahora, se tiene en cuenta que $\tan\alpha : \frac{v_R}{v_r} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$

y suponiendo que $y = y(x)$ y $x = x(t)$

por regla de cadena tendremos

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}$$

$$\tan\alpha = \frac{v_R}{v_s} = \frac{\frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dx}$$

$$\to \frac{dy}{dx} = \frac{v_R}{v_s} = \frac{1}{v_s}\cdot v_R$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{v_s} v_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$$

$\frac{dy}{dx} = \frac{v_0}{v_s}\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$; sujeta al Problema valor inicial

$$y(x) = \int \frac{v_0}{v_s}\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) dx$$

$$y(x) = \frac{v_0}{v_s}\int \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) dx$$

$$y(x) = \frac{v_0}{v_s}\left(x - \frac{1}{3a^2}x^3\right) + c$$

y dado que $y(-a) = 0 \Rightarrow y(-a) = \frac{v_0}{v_s}\left(-a - \frac{1}{3a^2}(-a)^3\right) + c$

$$0 = \frac{v_0}{v_s}\left(-a + \frac{a^3}{3a^2}\right) + c$$

$$0 = \frac{v_0}{v_s}\left(-a + \frac{1}{3}a\right) + c$$

$$0 = \frac{v_0}{v_s}\left(-\frac{2}{3}a\right) + c$$

$$\frac{2v_0 a}{3v_s} = c$$

$$y = (x) = \frac{v_0}{v_s}\left(x - \frac{1}{3a^2}x^3\right) + \frac{2v_0 a}{3v_s}$$

$$\to y = (x) = \frac{v_0}{v_s}\left[x - \frac{1}{3a^2}x^3 + \frac{2}{3}a\right]

que pase por
punto e
particular

2.1.4

una EDO de orden n es una ecuación de la forma

$$F(x, y, y', y'', \ldots y^{(n)}) = 0$$

que involucra la variable ind x, con la variable
dependiente y y sus n-primeras derivadas

- el P.V.I tiene la forma

$$y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y'_0, \ldots \; y^{(n)}(x_0) = y^{(n)}_0 \quad \text{PV}$$

condiciones que permiten encontrar las n-constantes
que forman la familia n-paramétrica de soluciones

métodos de solución
→ variación de parámetros
→ transf. de laplace