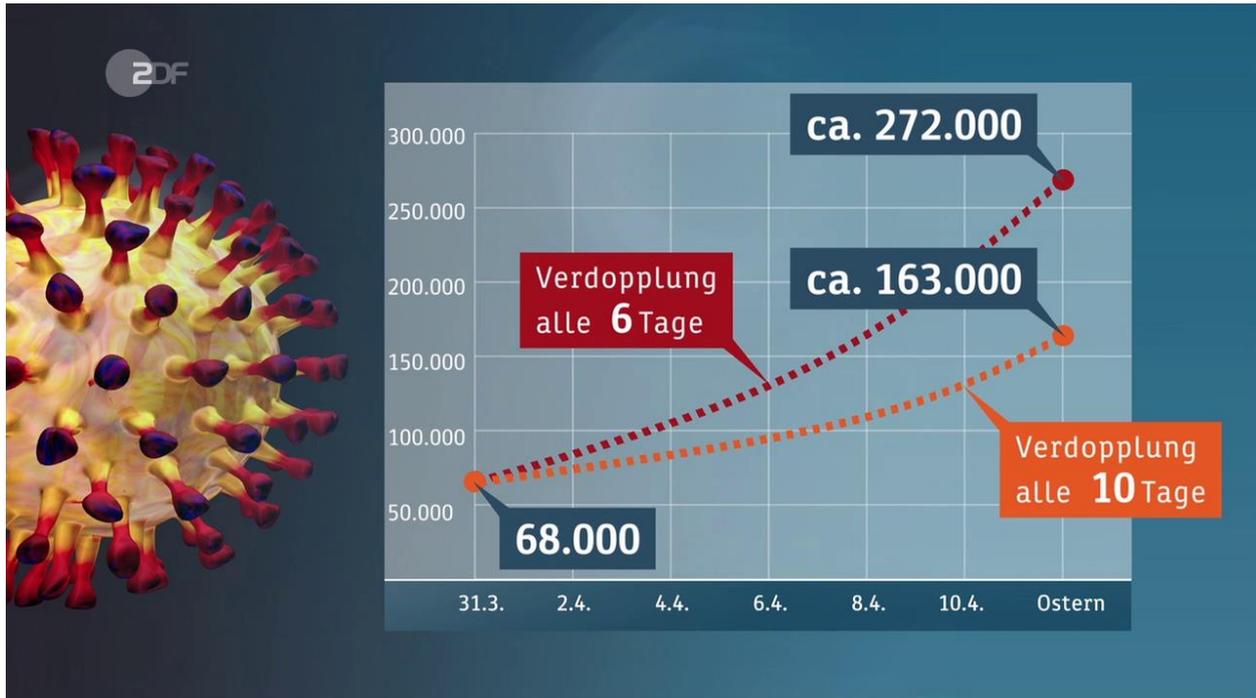


Beispielaufgabe Corona-Virus

In der ZDF-Heute Sendung vom 31.02.2020 wurde die folgende Grafik für die Anzahl der mit dem Corona-Virus infizierten in Deutschland gezeigt.



Die Verdopplung in einem bestimmten Zeitraum deutet auf ein exponentielles Wachstum hin.

- Stellen Sie die Funktion $I_v(t)$ für die Anzahl der Infizierten I in Abhängigkeit von der Verdoppelungsdauer v und der Zeit t (jeweils in Tagen) auf. Verwenden Sie dabei zuerst die Basis 2 und rechnen Sie dann auf die Basis e um.
- Zeigen Sie, dass einer der für Ostern (12.4.20) angegebenen Werte falsch ist.
- Berechnen Sie, ab welchem Datum es täglich mehr als 20.000 Neuinfizierte gibt.
- Berechnen Sie, wie lange es nach diesem Modell dauern würde, bis alle 82 Millionen Deutsche infiziert wären. Begründen Sie, warum das exponentielle Wachstum irgendwann aufhört. Tatsächlich muss man in diesem Fall das logistische Wachstum ansetzen, d.h. die Anzahl der Infizierten hängt zusätzlich von der Maximalzahl M ab. Diese drückt auch aus, dass es Leute gibt, die nicht getestet wurden, obwohl sie infiziert waren.

$$\text{Es gilt } I_{v,M}(t) = \frac{M}{1 + e^{-\frac{\ln 2}{v} t} \cdot \left(\frac{M}{I(0)} - 1\right)}$$

- Beobachten Sie in der Geogebra-Datei <https://www.geogebra.org/m/svmbzrwf> wie ähnlich exponentielles und logistisches Wachstum anfänglich verlaufen. Betrachten Sie auch die Ableitung $I_{v,Max}'(t)$ der logistischen Wachstumsfunktion $I_{v,Max}(t)$ und deren Maximum. Wenn die Anzahl der Neuinfektionen nicht mehr ansteigt, ist der Wendepunkt erreicht.
- Zusatzaufgabe: Bestimmen Sie rechnerisch den Tag, an dem das Maximum der Neuinfektionen (Funktion $I_{v,Max}'(t)$) erreicht wird in Abhängigkeit von v und M .
- Die Datei gibt auch eine grobe Abschätzung der Anzahl der schwer erkrankten Personen $K(t)$. Versuchen Sie anhand des Funktionsterms nachzuvollziehen, welche Annahmen gemacht wurden.