



Sesión 8

GeoGebra como herramienta mediadora en la modelización de un fenómeno físico

Presenta: Dr. Sc. Freddy Yesid Villamizar Araque

**Universidad Nacional
Abierta y a Distancia-UNAD**

**Universidad Francisco
de Paula Santander-UFPS**

Cúcuta-Colombia

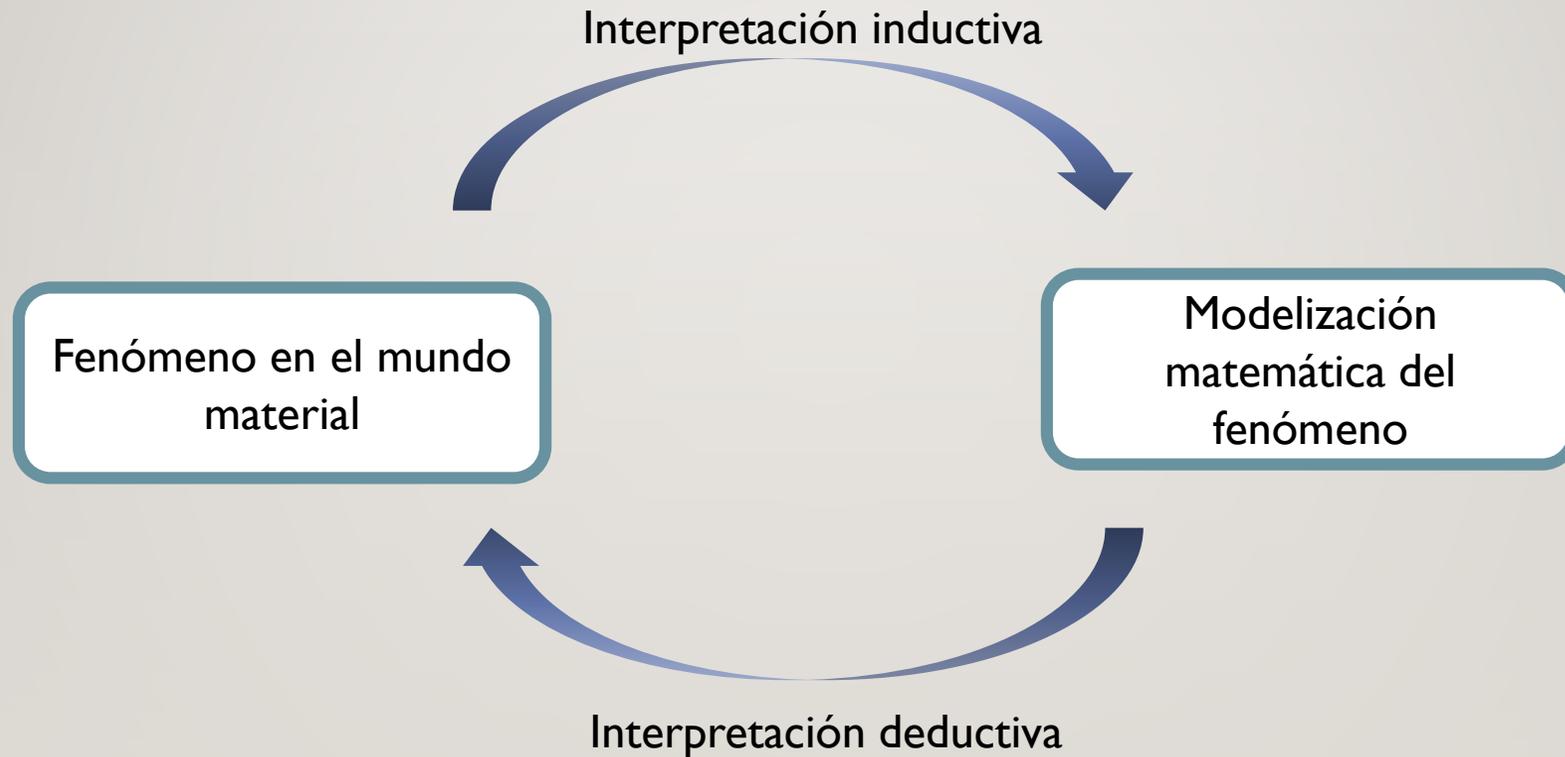


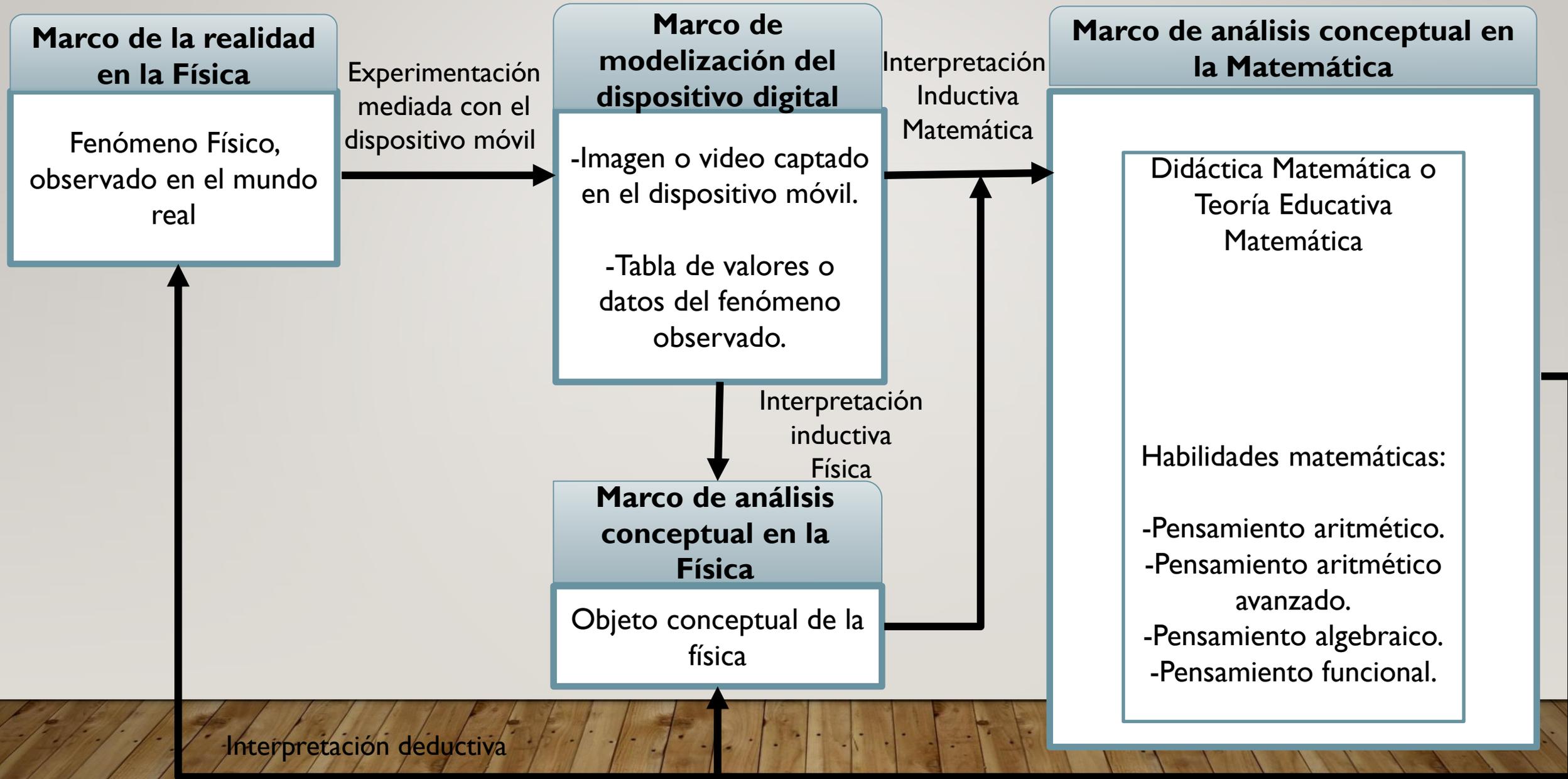
- Existe una dicotomía en la enseñanza de las matemáticas y la física (Tuminaro y Redish, 2007; Uhden, Karam, Pietrocola, Pospiech, 2012; Karam, 2015).
- Las prácticas de laboratorio en secundaria, son en general escasas, (Candela, et al., 2012)

¿De qué manera podemos integrar las matemáticas con la física?

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LAS CIENCIAS

(Orange, 1997; Johsua y Dupin, 1999; Martinand , 2002; Touma, 2009, Cirillo et al., 2016; Cuevas, Villamizar y Martínez, 2017)





Modelo Cuvima aplicado en actividades de la conservación de la energía (uso de simuladores)

Marco de la realidad en la Física

Conservación de la energía: caída libre de una pelota



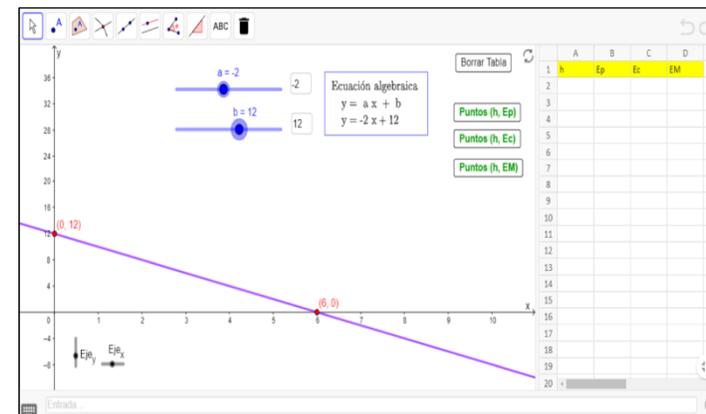
Experimentación mediada por el dispositivo móvil

Marco de modelización del dispositivo



Interpretación Inductiva Matemática

Marco de análisis conceptual en la Matemática



Función lineal, afín y constante.
Crecimiento, decrecimiento, constante, significado del signo de la pendiente.
Gráficas de Energía vs altura

Marco de análisis conceptual en la Física

Energía cinética

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Energía potencial

$$E_p = mgh$$

Interpretación inductiva Física

Contrastación con lo deductivo

4. MODELO CUVIMA PARA GUIAR LA MODELIZACIÓN CON TECNOLOGÍA DIGITAL

Marco de la realidad en la Física



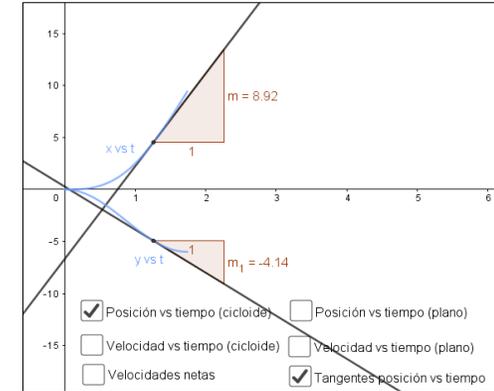
Experimentación
mediada con el
dispositivo móvil

Marco de modelización del dispositivo digital



Interpretación
Inductiva
Matemática

Marco de análisis conceptual en la Matemática

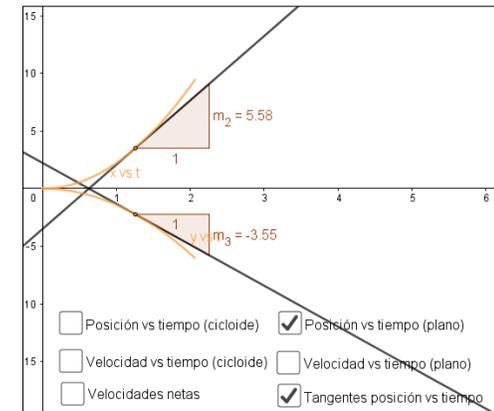


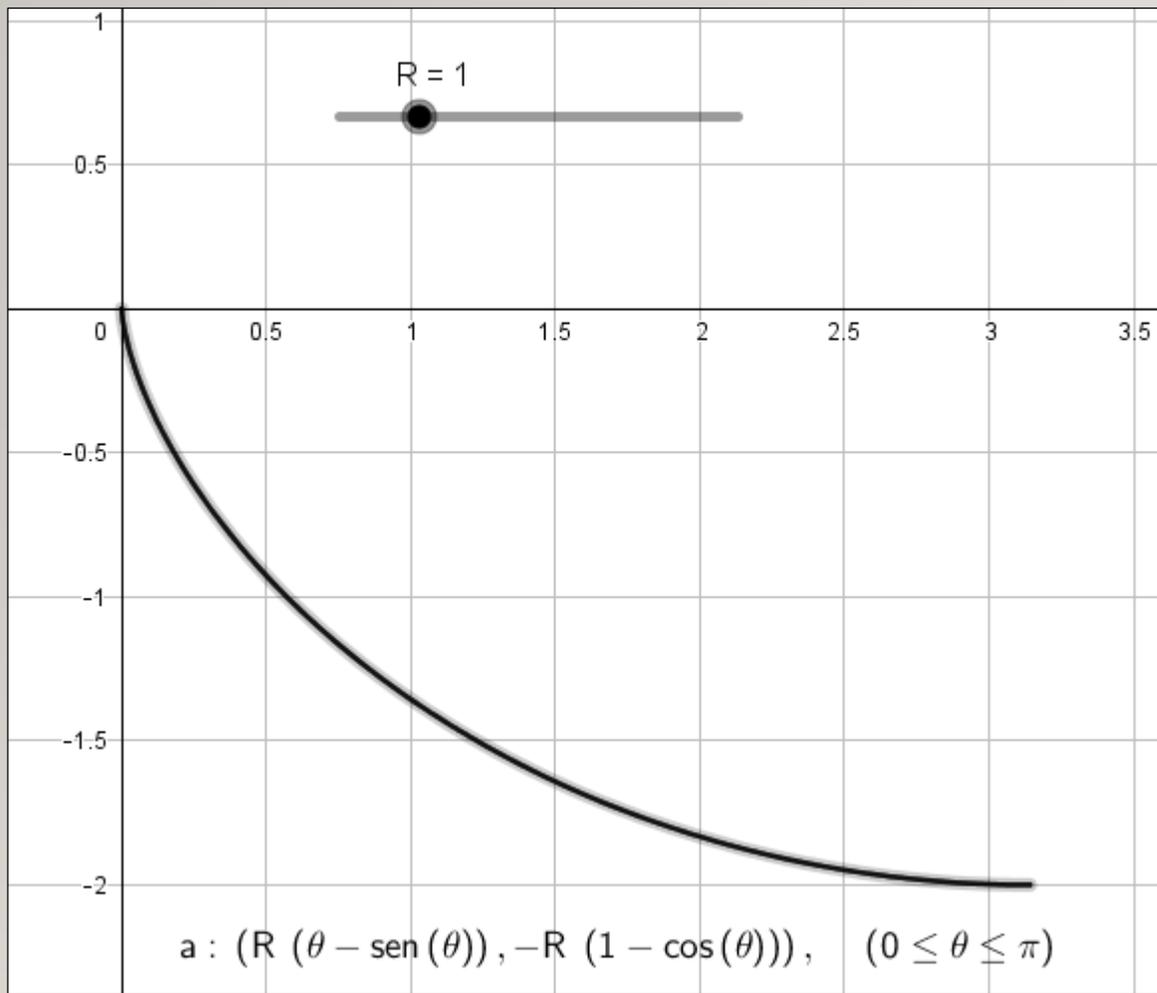
Interpretación inductiva
Física

Marco de análisis conceptual en la Física



Interpretación deductiva





En Geogebra, se traza mediante el comando:

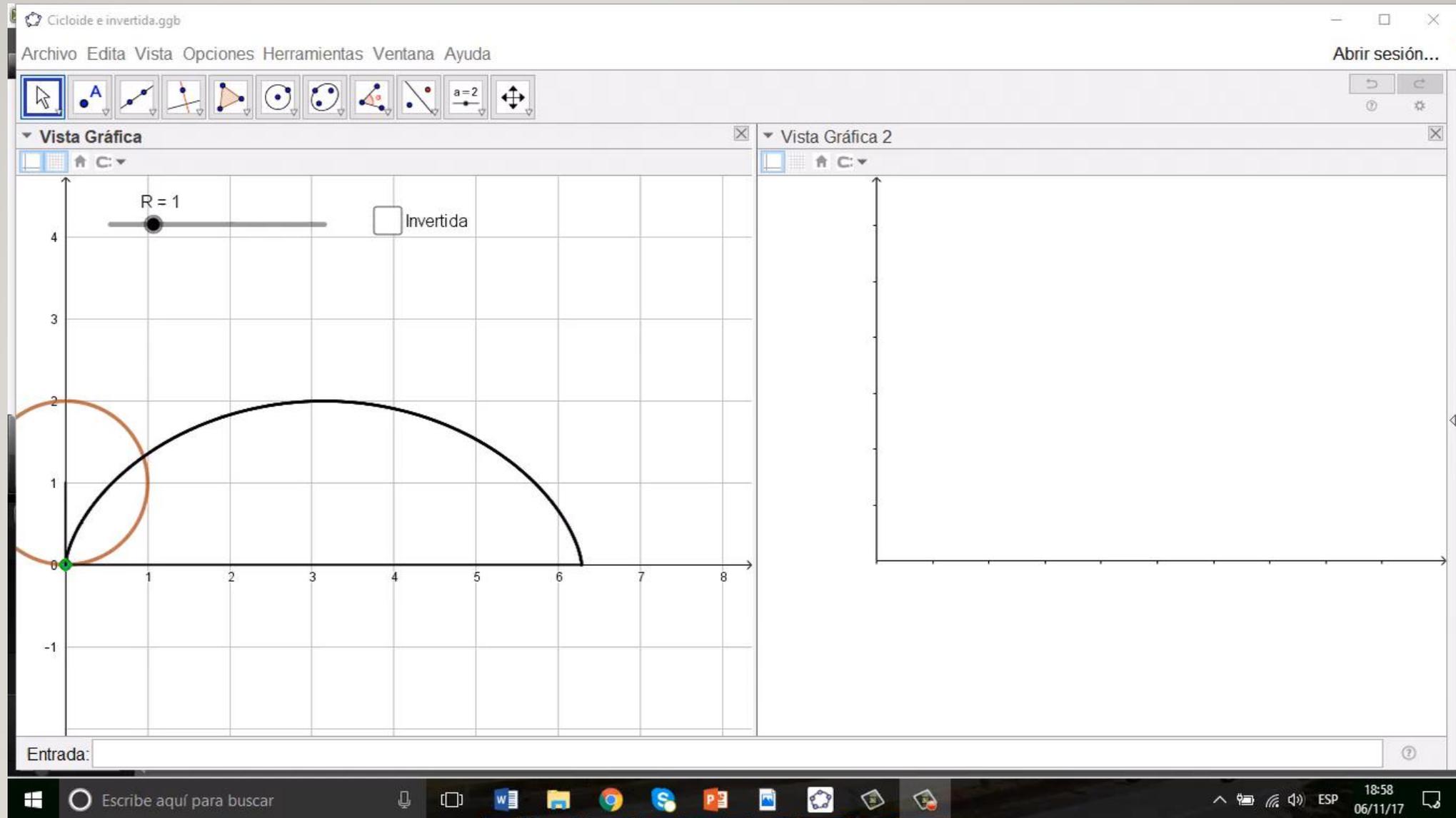
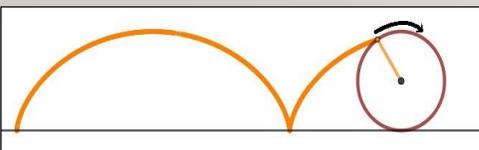
Entrada: **Curva((R (θ - sen(θ)), -R (1 - cos(θ))), θ, 0, π)**

Las ecuaciones a las que llegó Newton representan la curva que cumple con la situación que le fue planteada.

Dicha curva se le llama **cicloide**, y particularmente es media **cicloide invertida**.

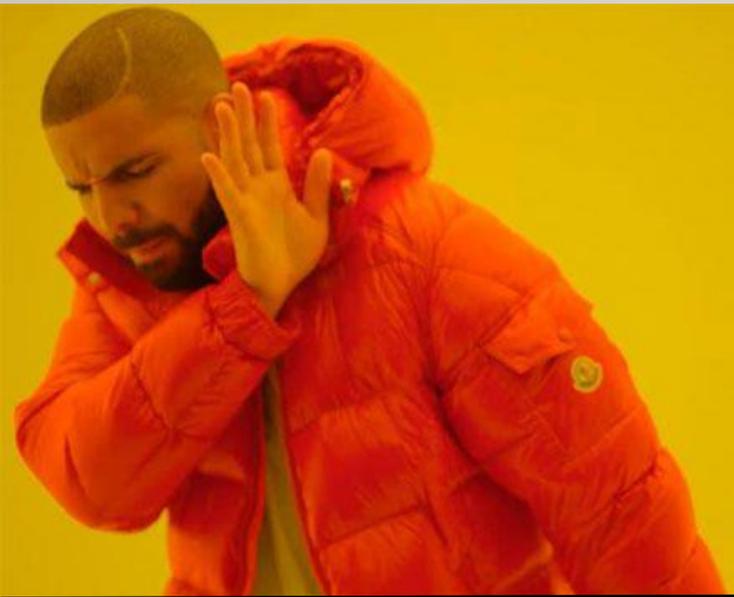
A la propiedad de la cicloide invertida se le denomina *Baquistócrona* del griego *bracisto* (braquistos) que quiere decir, el más corto, y *cronos* (cronos), tiempo.
(Portal Académico CCH, 2008).

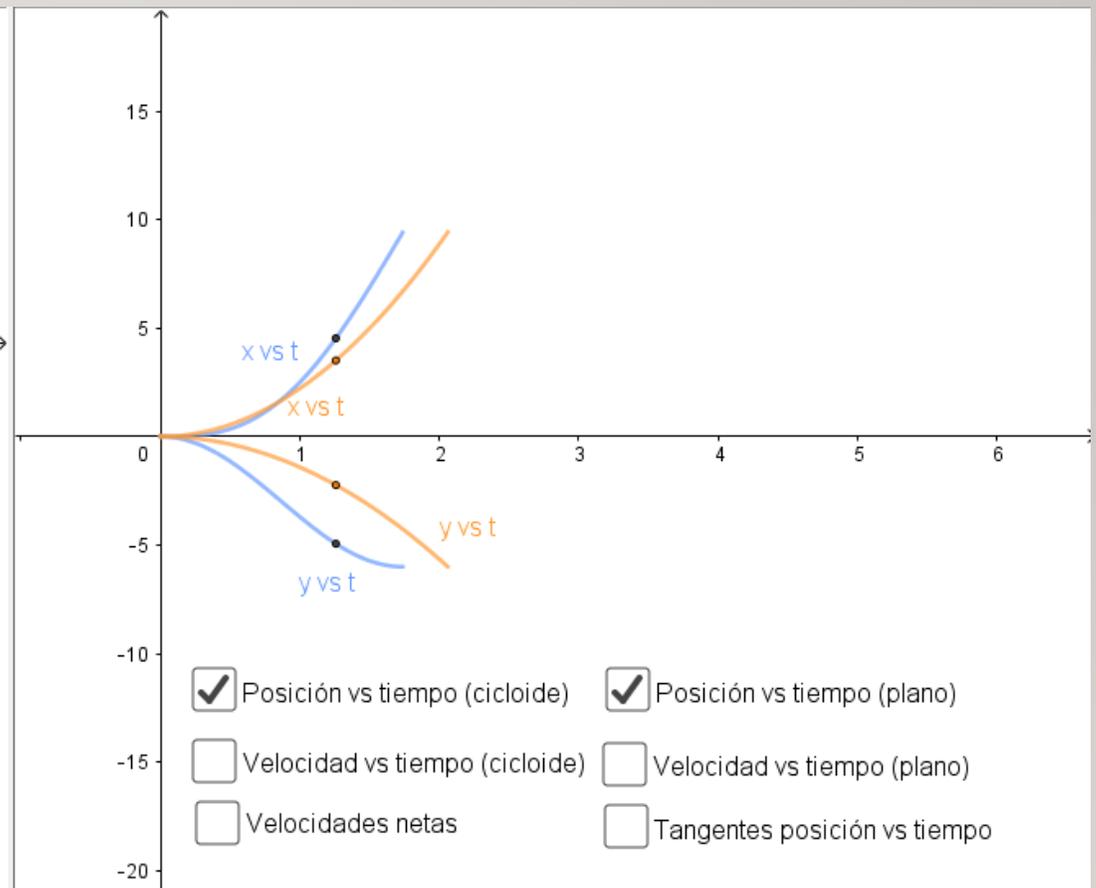
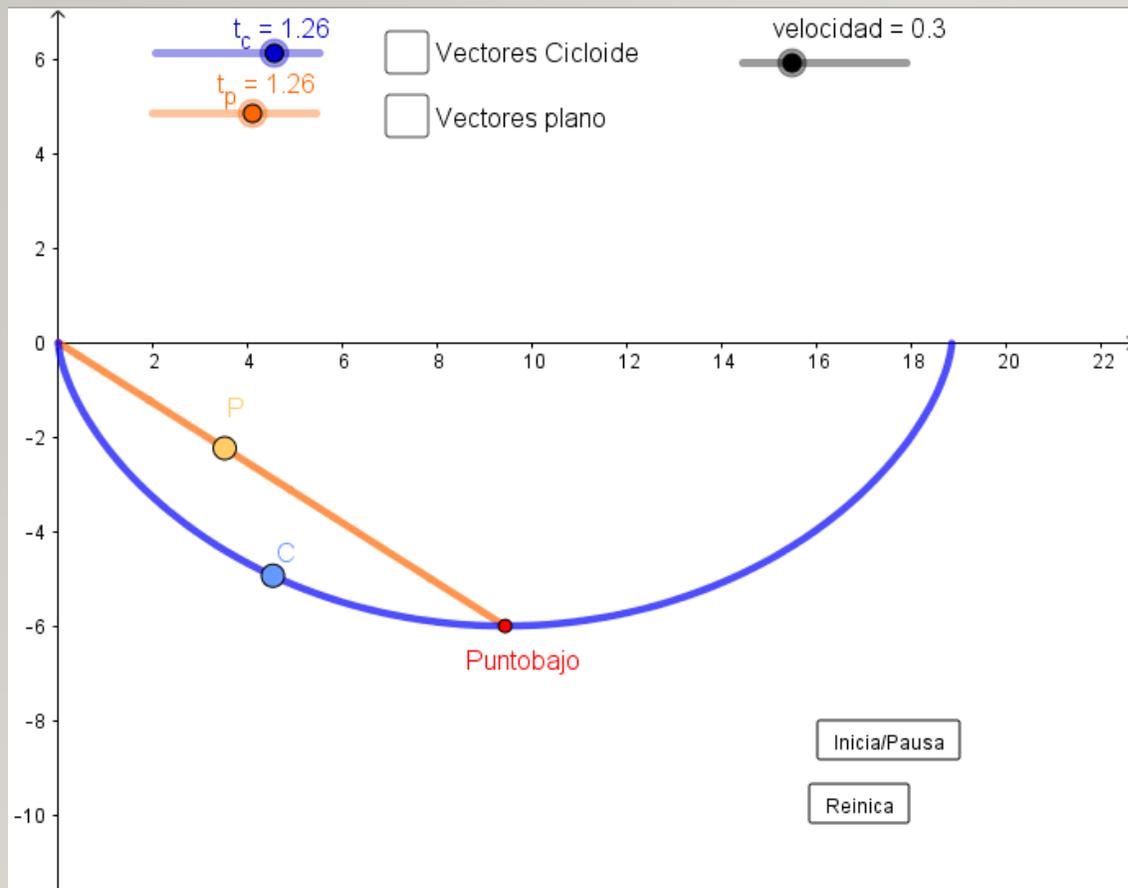
Trazado en Geogebra



Entrada: $\text{Curva}((R(\theta - \sin(\theta)), R(1 - \cos(\theta))), \theta, 0, 2\pi)$

La **cicloide** es el lugar geométrico dejado por un punto sobre una circunferencia de radio R , que gira sobre una recta.





El tiempo máximo de los deslizadores para cada camino es:

$$t_{media\ cicloide\ invertida} = \pi \sqrt{\frac{R}{g}} \therefore g \text{ es la gravedad, } R \text{ el radio}$$

$$t_{plano\ inclinado} = \sqrt{\frac{2y}{a}} \therefore y \text{ es la altura y } a \text{ la aceleración de descenso}$$

Forma 2: Simulación en Geogebra

CONCLUSIONES

Geogebra es una herramienta de apoyo en la experimentación y mediadora en la obtención de representaciones de un fenómeno físico para encaminar a la interpretación de una situación problema en el contexto de la física. Sin embargo, la interpretación de los conceptos tanto en la matemática y la física deben ser orientados mediante una secuencia didáctica implícita en la actividad.

Geogebra es una alternativa de laboratorio portable para la experimentación simulada dentro del aula (de algunos fenómenos físicos) y una herramienta para la obtención e interpretación de datos experimentales de manera dinámica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. Alianza Universidad Textos: Madrid.

Cirillo, M., Pelesko, J., Felton-Koestler, M. y Rubel, L. (2016). Perspectives on Modeling in School Mathematics. In C. Hirsch & A. McDuffie (Eds.), *Annual Perspectives in Mathematics Education 2016: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (p.p. 3-16).

Cosmos y Matemáticas (2013). *La Cicloide: La Helena de la Geometría*. Recuperado el 7 de octubre del 2017 en: <https://maticasycosmos.wordpress.com/2013/12/08/la-cicloide-la-helena-de-la-geometria/>

Cuevas C.A., Villamizar, F.Y., y Martínez, A. (2017). Aplicaciones de la tecnología digital para actividades didácticas que promuevan una mejor comprensión del tono como cualidad del sonido para cursos tradicionales de física en el nivel básico. *Enseñanza de las Ciencias*, 35(3), 129-150.

Portal Académico CCH (2008). *Curvas maravillosas. La braquistócrona*. Recuperado el 7 de octubre del 2017 en: http://arquimedes.matem.unam.mx/PUEMAC/PUEMAC_2008/rincon/curvas/html/braquis.html.

Johsua, S. y Dupin, J.J. (1999), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques* (2a ed.). Paris : PUF.

Karam, R. (2015). Introduction of the Thematic Issue on the Interplay of Physics and Mathematics. *Science & Education*. 24(5), 487-494. DOI: 10.1007/s11191-015-9763-9.

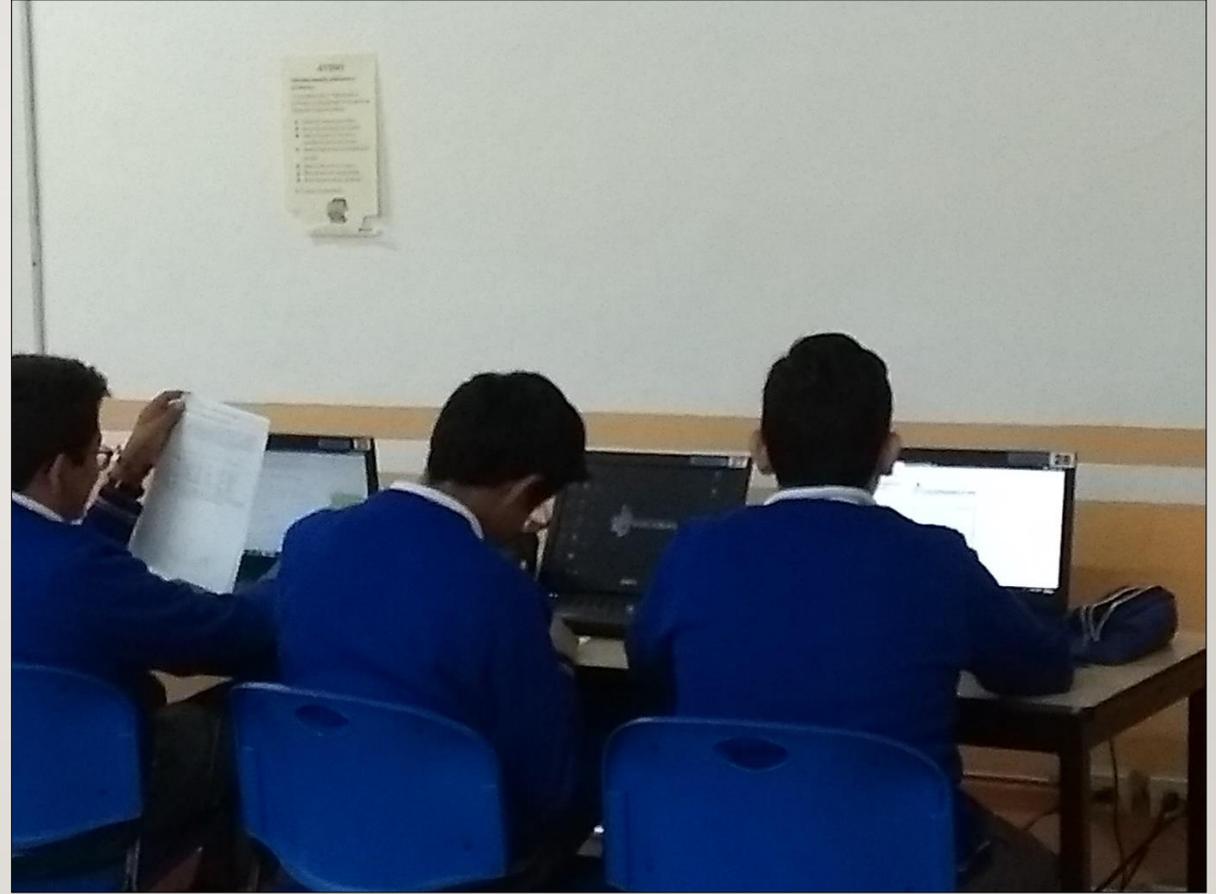
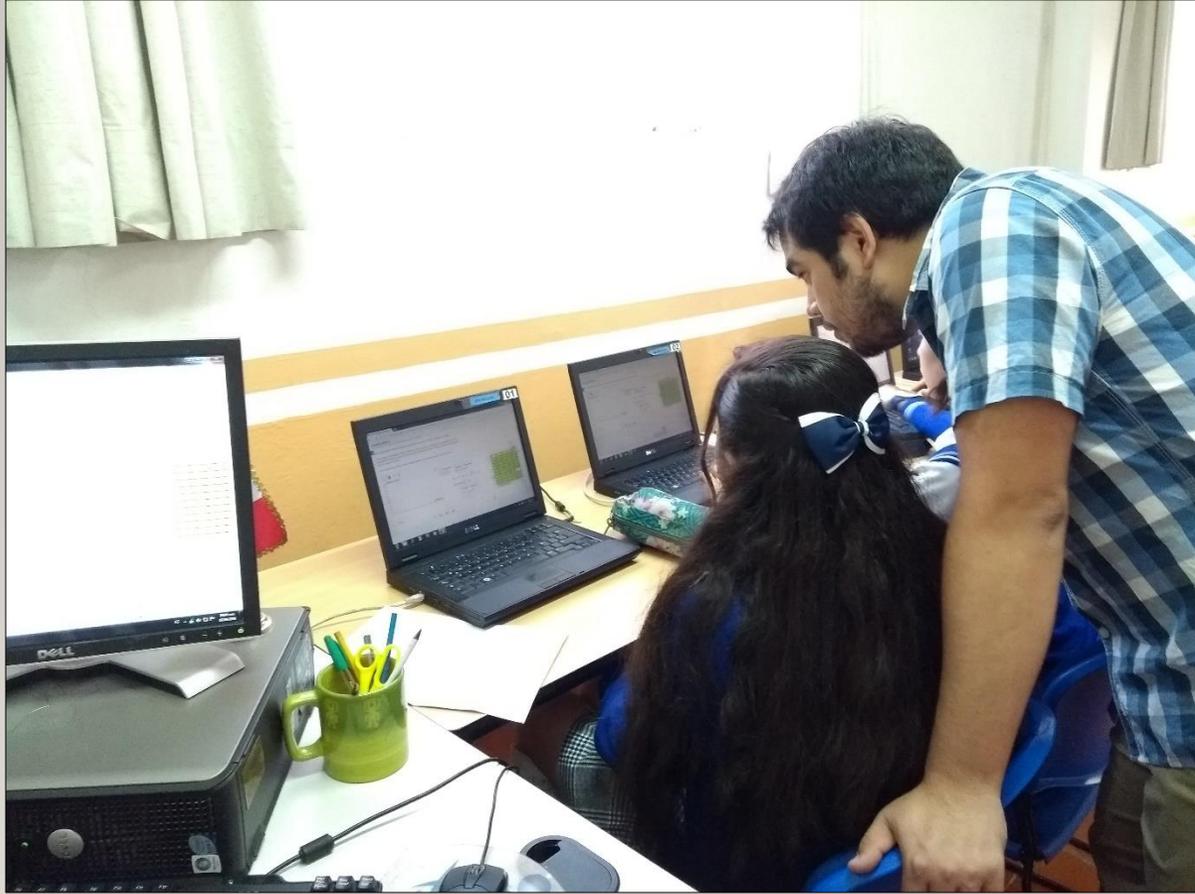
- Martinand, J.L. (2002), *Apprendre à modéliser*. In R. Toussaint. *Changement conceptuel et apprentissage des sciences*. Montréal (47–68). Québec: Éditions Logiques.
- Orange, C. (1997), *Problèmes et modélisation en biologie*. Paris : PUF.
- Guerra, M. T. (2012). El currículo oficial de ciencias para la educación básica y sus reformas recientes: retórica y vicisitudes. En: F. Flores-Camacho, (ed.), *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.
- Tall, D. (2013). Una aproximación sensible al cálculo. *Enseñanza del Cálculo Integral y Diferencial* (pp. 127-158). Ciudad de México: Pearson.
- Touma, G. (2009). Une Étude Sémiotique Sur L'Activité Cognitive. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 14, 79-101.
- Tuminaro, J. y Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*. 3(2), 020101-1, 020101-22. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.3.020101>.
- Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M., y Pospiech, G. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science & Education*. 20(4), 485-506.
- Villamizar, F. ,Y. (2018). Modelo Metodológico para promover conceptos físicos y matemáticos: hacia la orquestación de actividades didácticas con tecnologías digitales (Tesis doctoral). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. México.



Gracias

[freddymatedu@gmail.com;](mailto:freddymatedu@gmail.com)

[freddy.villamizar@unad.edu.co;](mailto:freddy.villamizar@unad.edu.co) freddyyesidviar@ufps.edu.co



EXPERIMENTACIÓN ENERGÍA

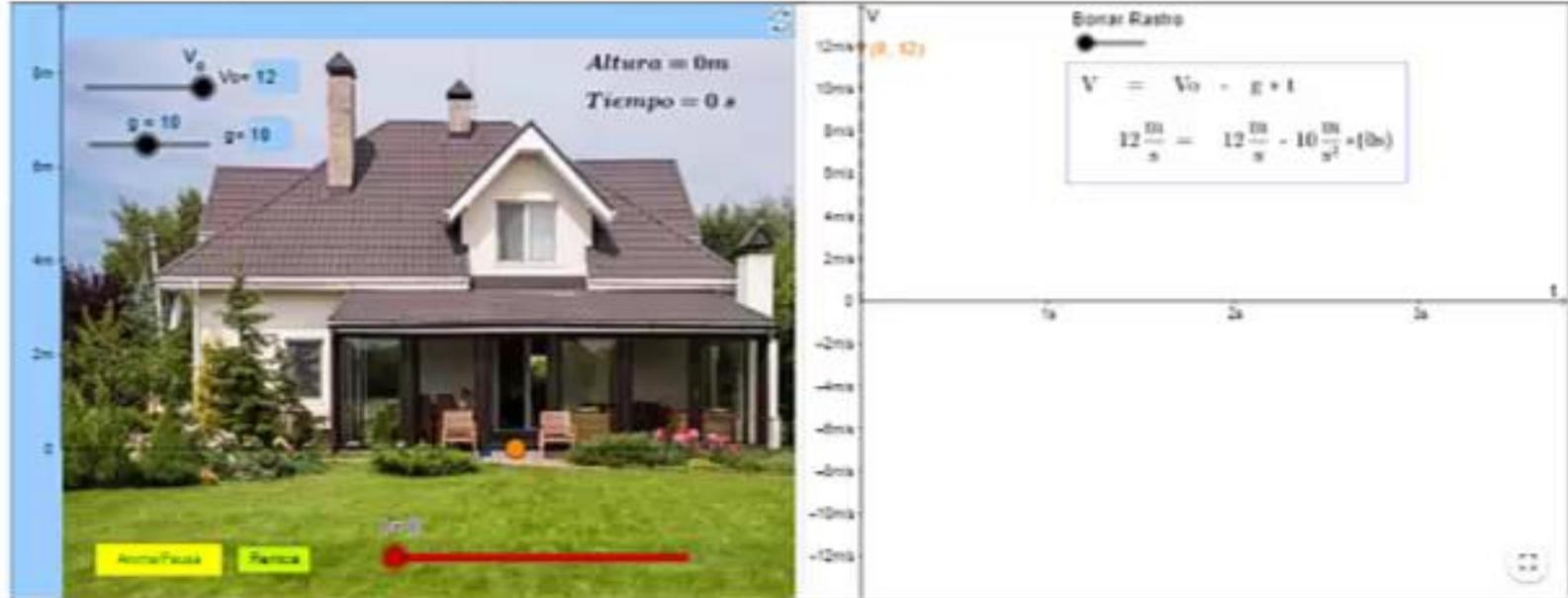
Conservación de la energía mecánica en la ca

La conservación de la energía en lanzamient

Representaciones gráficas de la energía mec

Modelo matemático: Ecuación tipo $y=ax+b$

quedando bajo la acción de la gravedad.



Siguiente \rightarrow
Representaciones gráficas de la energía mecán...

17 GeoGebra

EXPERIMENTACIÓN ENERGÍA

Conservación de la energía mecánica en la caída libre

La conservación de la energía en lanzamientos

Representaciones gráficas de la energía mecánica

Modelo matemático: Ecuación tipo $y=ax+b$

-Con la herramienta "Figura a mano alzada" puedes trazar el bosquejo que siguen los puntos.

The interface displays a graph titled "Energías (Julios)" with the vertical axis ranging from 0 to 50 and the horizontal axis labeled "h (metros)" ranging from 0 to 11. Below the graph are input fields for E_p , E_c , and EM , along with buttons for "(h,Ep)", "(h,Ec)", "(h,EM)", and "Borra Tabla".

Instructions and formulas provided:

- Energía potencial**
 $E_p = m \cdot g \cdot h$
 $E_p = 0 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0 \text{ m}$
 $E_p = 0 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 0 \text{ J}$
- Energía cinética**
 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
 $E_c = \frac{1}{2} \cdot 0 \text{ kg} \cdot \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$
 $E_c = 0 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 0 \text{ J}$
- Energía mecánica**
 $EM = \text{Energía cinética} + \text{Energía potencial}$
 $EM = 0 \text{ J} + 0 \text{ J}$
 $EM = 0 \text{ J}$

On the right, a table with columns A through E and rows 1 through 22 is shown. The header row (row 1) contains the labels: A: h, B: v, C: Ep, D: Ec, E: EM. The subsequent rows (2-22) are highlighted in yellow.

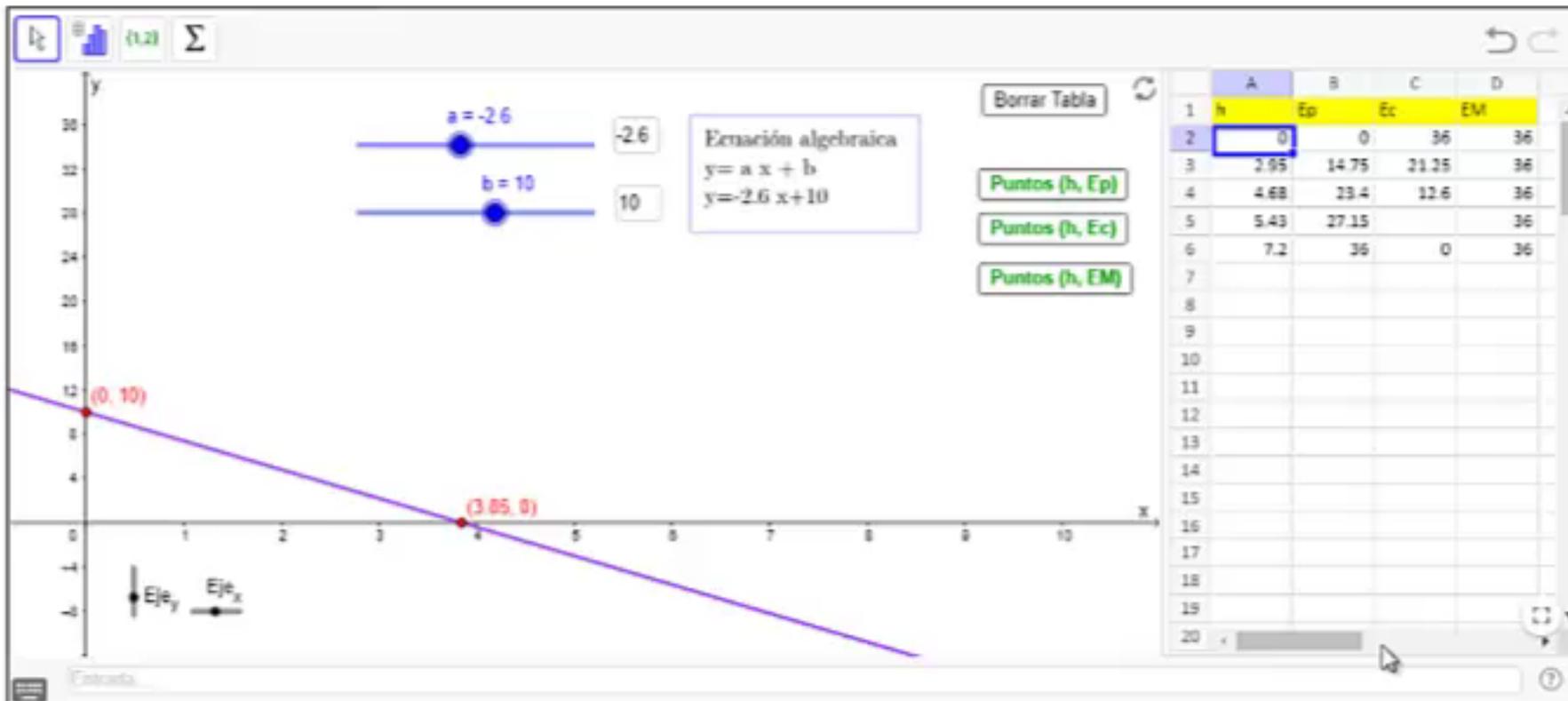
EXPERIMENTACIÓN ENERGÍA

Conservación de la energía mecánica en la caída

La conservación de la energía en lanzamientos

Representaciones gráficas de la energía mecánica

Modelo matemático: Ecuación tipo $y = ax + b$



← Previo Representaciones gráficas de la energía mecánica...

2. OBSERVACIÓN



Tracker

Archivo Editar Video Trayectorias Systema de Coordenadas Ventana Ayuda

Balín_Plano m 1,000 Ahora disponible: versión 4.11.0 memoria en uso: 31MB de 247MB

Diagramas Balín_Plano

Balín_Plano (t, x)

Balín_Plano (t, y)

Datos Balín_Plano

t	x	y
0.000	-5.185E-4	-4.397E-4
0.067	1.323E-3	-7.028E-4
0.133	1.849E-3	-1.229E-3
0.200	3.690E-3	-2.018E-3
0.267	5.795E-3	-3.070E-3
0.333	7.636E-3	-3.070E-3
0.400	1.106E-2	-4.649E-3
0.467	1.184E-2	-4.386E-3
0.533	1.342E-2	-5.438E-3
0.600	1.553E-2	-5.994E-3
0.667	1.895E-2	-6.752E-3
0.733	2.131E-2	-8.594E-3
0.800	2.590E-2	-1.070E-2
0.867	2.763E-2	-1.266E-2

062 1000%

Plano 240fps.mk

Tracker

Archivo Editar Video Trayectorias Systema de Coordenadas Ventana Ayuda

Balín m 1,000 Ahora disponible: versión 4.11.0 memoria en uso: 30MB de 247MB

Diagramas Balín

Balín (t, x)

Balín (t, y)

Datos Balín

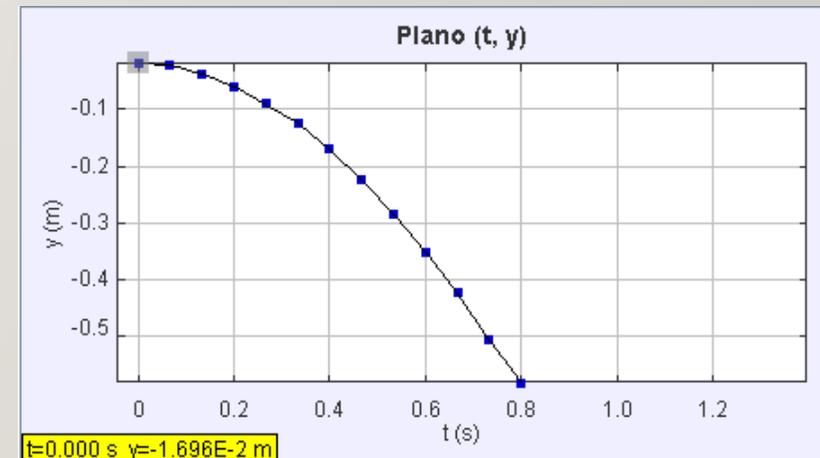
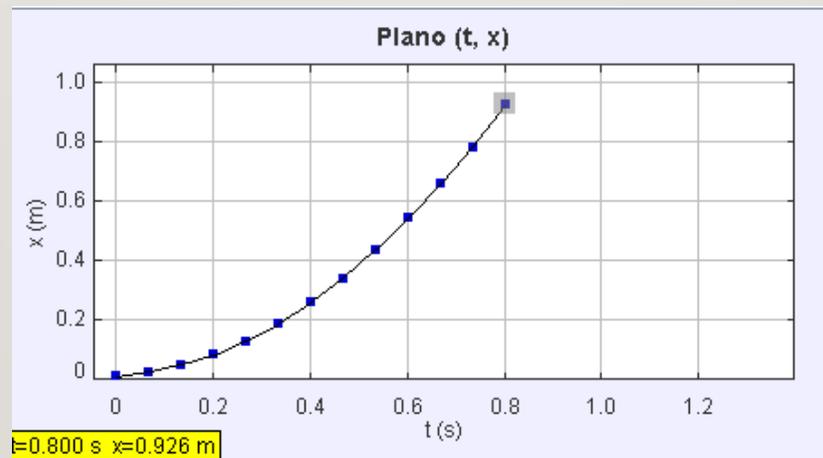
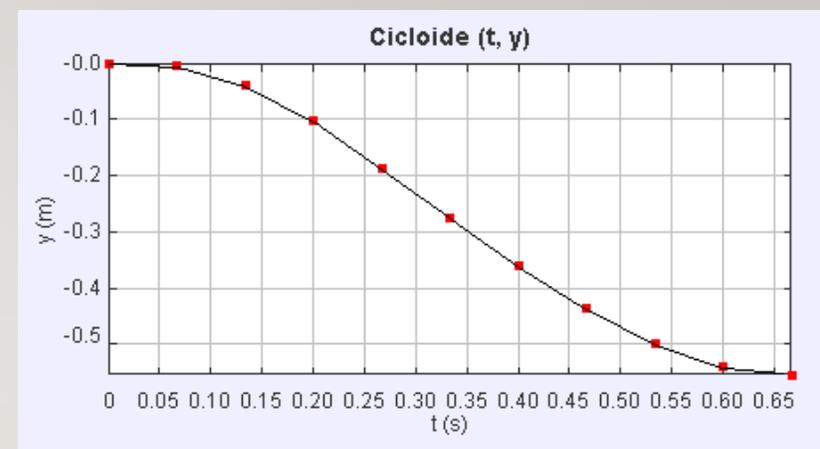
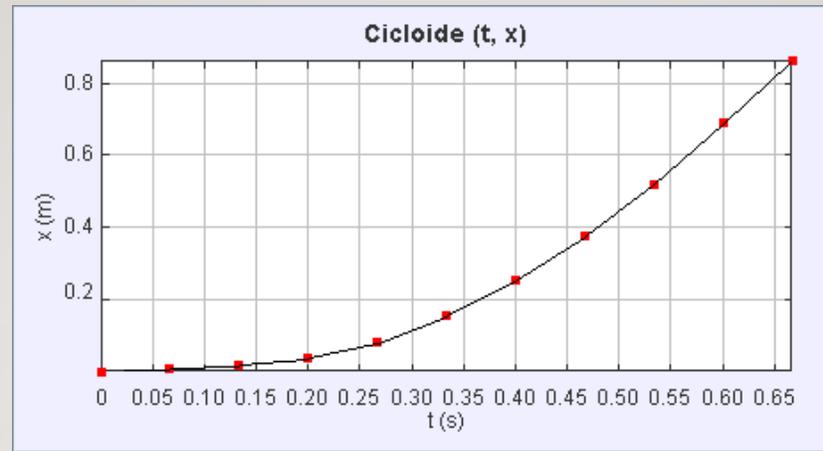
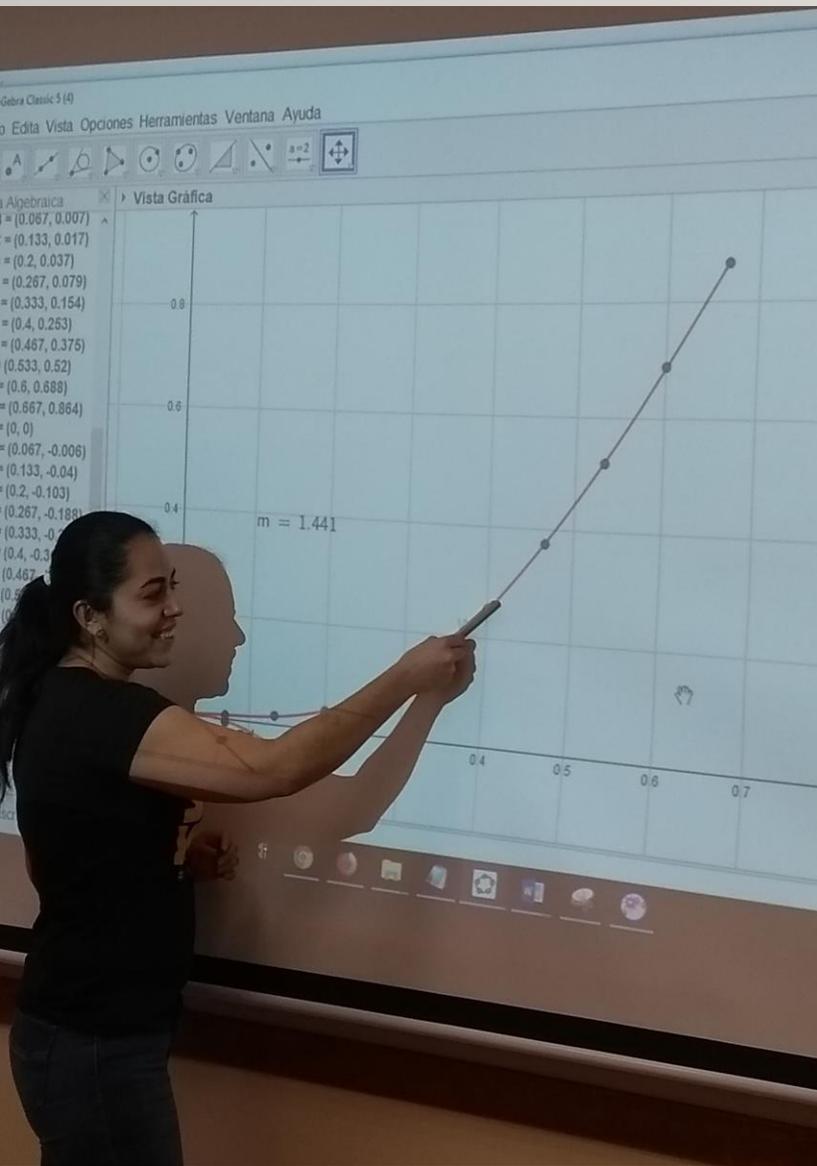
t	x	y
3.067	0.636	-0.509
3.933	0.659	-0.512
4.000	0.670	-0.516
4.067	0.699	-0.519
4.133	0.720	-0.521
4.200	0.739	-0.522
4.267	0.759	-0.524
4.333	0.781	-0.524
4.400	0.802	-0.525
4.467	0.822	-0.525
4.533	0.844	-0.527
4.600	0.866	-0.526
4.667	0.885	-0.527

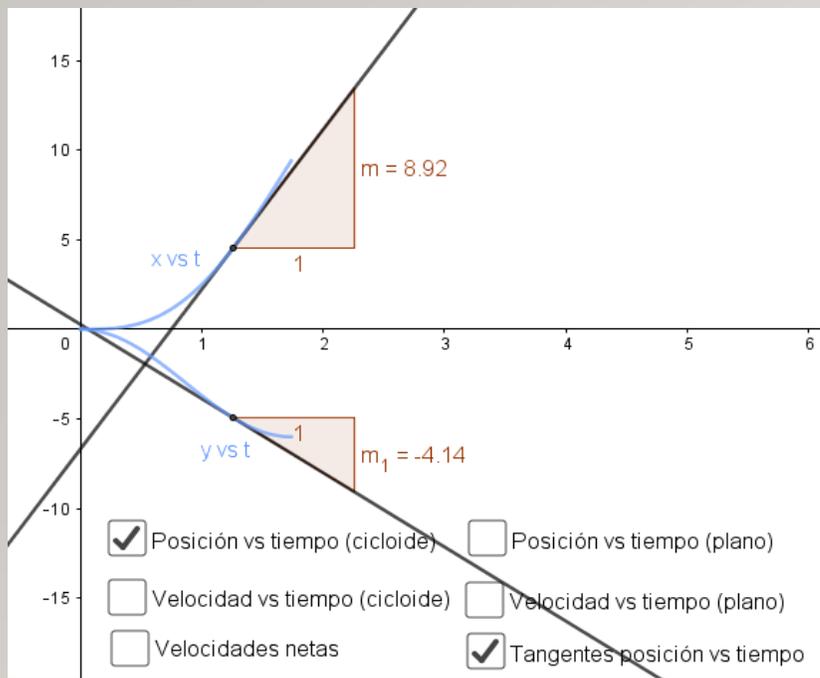
072 1000%

Ciclo de analizada 1.7%

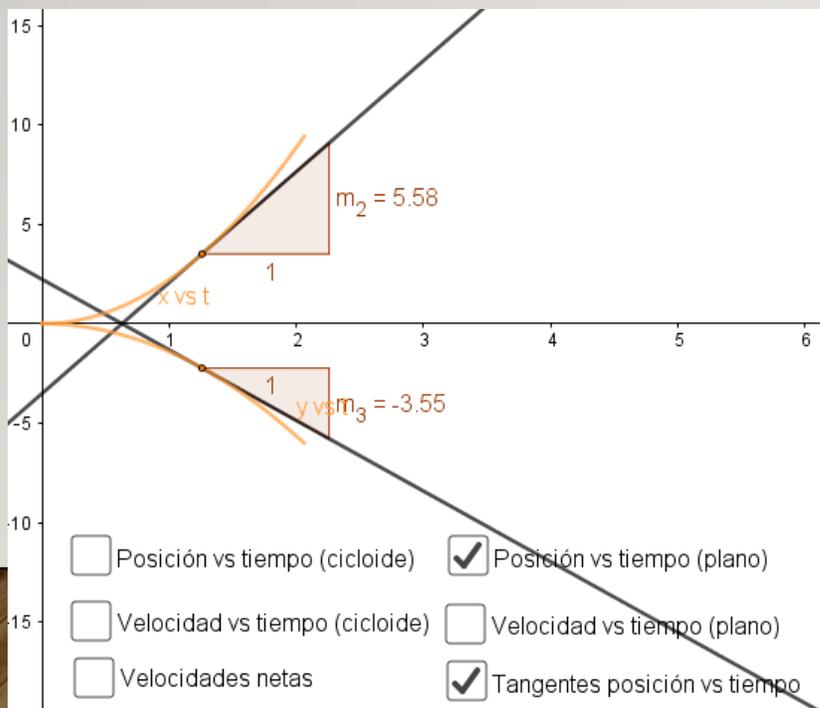
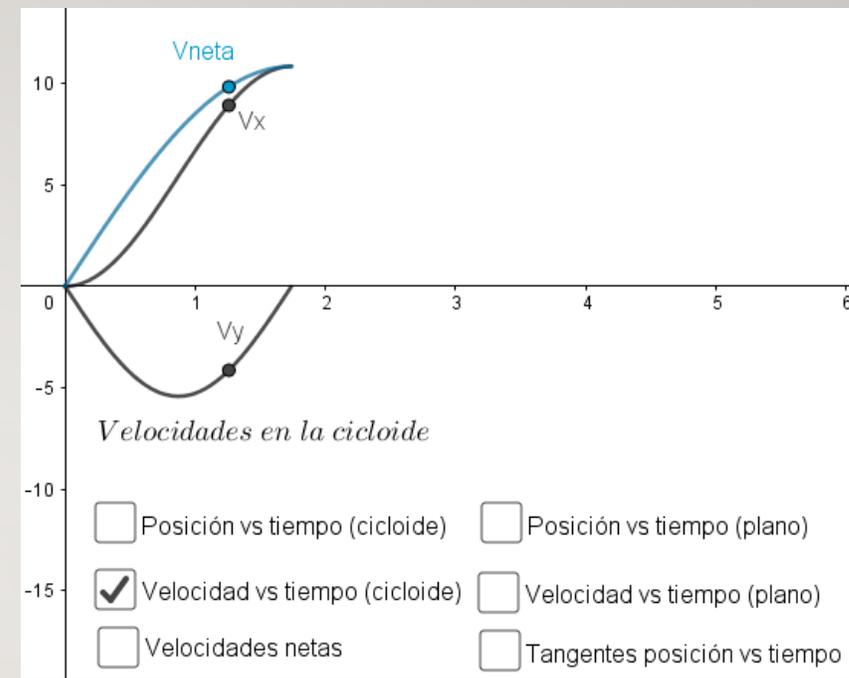
Forma I: De Tracker a Geogebra

[Regresar](#)

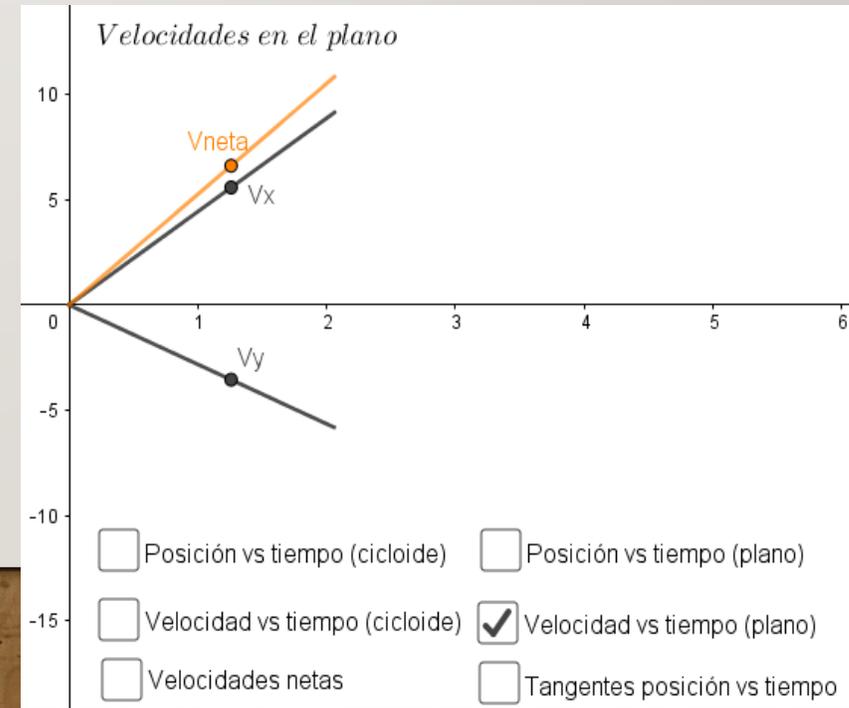




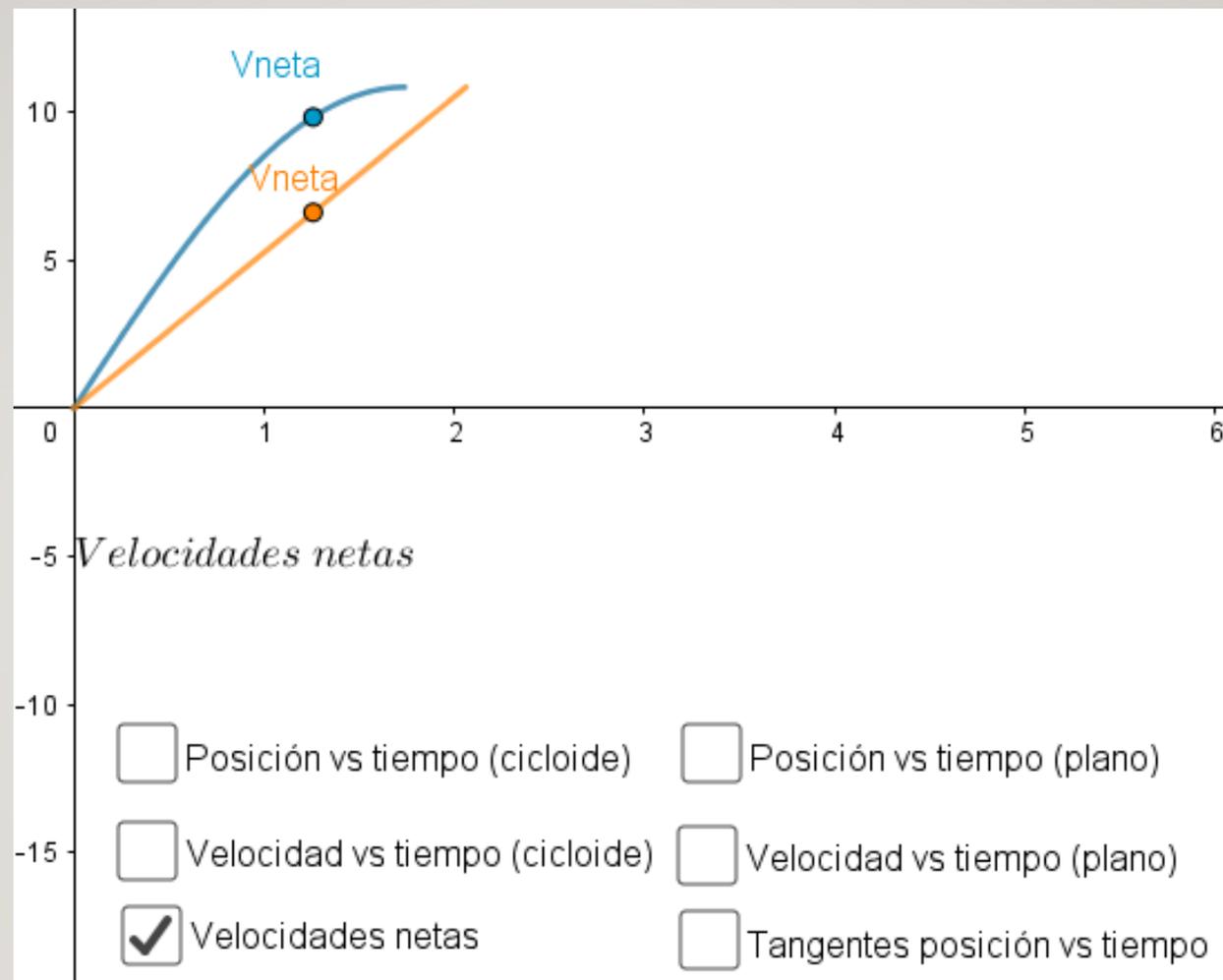
El lugar geométrico del punto con coordenadas (tiempo cicloide, pendiente de la recta tangente a la curva de posición vs tiempo)



El lugar geométrico del punto con coordenadas (tiempo plano, pendiente de la recta tangente a la curva de posición vs tiempo)



[Regresar](#)



Las velocidad neta para cada curva es la suma vectorial (Pitágoras) de cada una de las componentes V_x y V_y

Nota: la curva de azul representa la velocidad neta en la cicloide invertida y la naranja la del plano.