

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$

a) [0,5 puntos] Obtener las asíntotas.

b) [1 punto] Obtener los intervalos de crecimiento y los extremos relativos.

c) [1 punto] ¿Cuánto debe valer a para que podamos aplicar el Teorema de Rolle a la función $g(x) = f(x) + ax$ en el intervalo $[0,1]$?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función $f(x)$ en el punto de abscisa $x=1$ sabiendo que $f(0)=0$ y $f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$ para $x > -1$.

Ejercicio 3.- Sea el sistema
$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \\ 7x + 9y + 11z = k \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones del sistema.

b) [1 punto] Resolver en todos los casos que sea compatible.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$ y $|A|=2$. Calcula $\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$.

b) [0,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Calcula $|(5A)^{-1}|$.

c) [1 punto] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} m+2 & 0 & 0 \\ -3 & m+1 & 1 \\ 1 & 0 & m-1 \end{pmatrix}$. Obtener $|A^{10}|$.

Opción B

Ejercicio 1.- Dos objetos A y B se mueven en el plano de dos dimensiones. El objeto A parte del punto (0,0) y el objeto B parte del punto (250,0). Las unidades de las coordenadas se miden en kilómetros.

El objeto A se mueve verticalmente por el eje OY desde su punto de inicio hasta el punto (0, 375/2), con velocidad de 30 km/h. Simultáneamente, el objeto B se desplaza por el eje OX desde su punto de inicio hasta el origen de coordenadas, con velocidad de 40 km/h.

a) [1 punto] Obtener la distancia $f(t)$ entre los objetos A y B durante el desplazamiento, en función del tiempo t en horas desde que comenzaron a desplazarse. Ayuda: la velocidad se calcula como espacio dividido por el tiempo.

b) [1,5 puntos] Obtener los valores del tiempo para los que la distancia entre los objetos A y B sea máxima y mínima durante el movimiento. Calcular también dichas distancias máximas y mínimas.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Resuelve $\int x \cdot e^{-x^2} dx$

b) [1,5 puntos] Resuelve $\int x \cdot e^{-x} dx$

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Obtener el rango de A en función del parámetro a .

b) [0,5 puntos] Si $a=1$, obtener el determinante de la matriz $2 \cdot A^{-1}$.

c) [1 punto] Si $a=-1$, calcular todas las soluciones del sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$ y $|A|=2$. Calcula $\begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

b) [1,5 puntos] Sabemos que el vector $(2, 1, -1)$ es solución del sistema $\begin{cases} ax + by + cz = a + c \\ bx - y + bz = a - b - c \\ cx - by + 2z = b \end{cases}$.

Calcule el valor de los parámetros a, b y c .