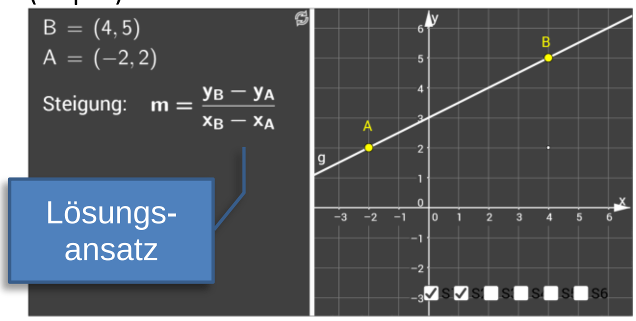
Frank Schumann

Aufgabe 1

Die Gerade g (siehe Bild rechts) stellt den Graphen der linearen Funktion f dar.
Auf g liegen die Punkte $A = (-2|2)$ und $B = (4|5)$.

(S1|S2)



a) Übertrage die Graphik in dein Heft und zeichne für die Strecke $\overline{AB}$ ein *rechtwinkliges Stützdreieck* ein.

b) Bestimme an deinem Stützdreieck, ähnlich wie bei einem Steigungsdreieck, die Steigungszahl m der Geraden g.

c) Bestätige, unabhängig von einer Zeichnung, allein durch eine Rechnung die Steigungszahl m. Benutze den Lösungsansatz aus o. g. Bild.

d) Kontrolliere deine Rechnung aus c) mit diesem Applet.

e) Welche der nachfolgenden vier Terme können als alternative Lösungsansätze zur Berechnung von m dienen. Begründe durch Rechnung. Forme den Term äquivalent um.

$$T_1 : \frac{y_B - y_A}{x_A - x_B}; \qquad T_2 : \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}; \qquad T_3 : \frac{y_A - y_B}{x_B - x_A}; \qquad T_4 : \frac{x_A - x_B}{y_A - y_B}$$

Der Lösungsansatz aus Aufgabe 1 leitet sich aus folgendem Satz ab.

Satz: Für alle lineare Funktion f mit $y = m \cdot x + c$ gilt:
Wenn die beiden Wertepaare $(x_1|y_1)$ und $(x_2|y_2)$ zur Funktion f gehören, so ist der Quotient aus den beiden Differenzen $\Delta y = y_2 - y_1$ und $\Delta x = x_2 - x_1$ konstant und gleich der Steigungszahl m.

Kurz: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = m$

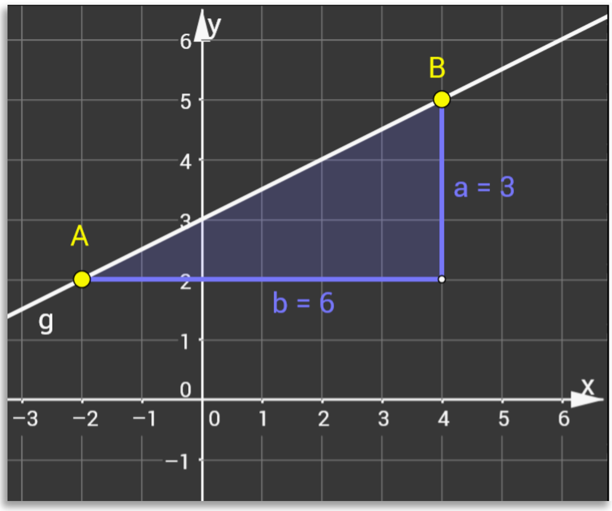
Aufgabe 2

Zeige durch Rechnung: Wenn die beiden Wertepaare $(x_1|y_1)$ und $(x_2|y_2)$ zur linearen Funktion f mit $y = \frac{1}{2} \cdot x + 4$ gehören, dann gilt: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0.5$.

Tipp: Orientiere dich an den Lösungswegen von Aufgabe 1.

Lösungsvorschlag 1a

Rechtwinkliges Stützdreieck für die Strecke $\overline{AB}$. Vergleiche mit nebenstehendem Bild.



Lösungsvorschlag 1b

$$m = \frac{a}{b} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Lösungsvorschlag 1e

Nur der Term T_2 kann als alternativer Lösungsansatz zur Berechnung der Steigung m dienen.

$$T_2\colon\ \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{(-1)\cdot(y_A - y_B)}{(-1)\cdot(x_A - x_B)} = \frac{-y_A + y_B}{-x_A + x_B} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = m$$

Lösungsvorschlag 2

Gegeben ist die lineare Funktion $f\colon y = \frac{1}{2} \cdot x + 4$. Setze die Koordinaten der Wertepaare $(x_1|y_1)$ und $(x_2|y_2)$ in die Funktionsgleichung ein. Es entstehen zwei Gleichungen:

I: $y_1 = \frac{1}{2} \cdot x_1 + 4$
II: $y_2 = \frac{1}{2} \cdot x_2 + 4$.

Bilde die Differenz: $\Delta y = y_2 - y_1$.
Es gilt dann wegen I und II:

$$\begin{aligned}
\Delta \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1} &= \frac{1}{2} \cdot x_2 + 4 - \left(\frac{1}{2} \cdot x_1 + 4\right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot x_2 + 4 - \frac{1}{2} \cdot x_1 - 4 \\
&= \frac{1}{2} \cdot x_2 - \frac{1}{2} \cdot x_1 + 4 - 4 \\
&= \frac{1}{2} \cdot x_2 - \frac{1}{2} \cdot x_1 \\
&= \boldsymbol{\frac{1}{2}} \cdot (\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1})
\end{aligned}$$

Für den Quotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ergibt sich dann: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1}{2} = 0.5$.
w.z.b.w.