

## Ober- und Untersummen

Mit der Berechnung von Ober- und Untersummen können Flächen unter Funktionen näherungsweise bestimmt werden. Dabei werden Rechtecke gebildet, die aufsummiert eine größere Fläche (Obersumme) bzw. kleinere Fläche (Untersumme) bilden als die tatsächliche Fläche.

*Bei der Erarbeitung der Flächeninhaltsfunktionen konnten wir die Fläche unter der Funktion  $f(x) = x^2$  nur graphisch abschätzen. Verwende nun das GeoGebra-Applet „Ober- und Untersumme“ um die Funktion  $f(x) = x^2$  im Intervall  $[0; 4]$  mit  $n = 8$  Unterteilungen zu betrachten. Hinweis: Passe den Maßstab der Achsen so an, dass die Rechtecke gut zu sehen sind.*

Die Obersumme beträgt:  $O =$  \_\_\_\_\_

Die Untersumme beträgt:  $U =$  \_\_\_\_\_

*Wie verändern sich Ober- und Untersumme, wenn die Anzahl der Unterteilungen vergrößert wird?*

Die Folge der Obersummen  $\langle O_n \rangle$  ist monoton \_\_\_\_\_, die Folge der Untersummen  $\langle U_n \rangle$

ist monoton \_\_\_\_\_ bzw. besitzen sie monotone Teilfolgen.

*Was passiert mit der Differenz aus Ober- und Untersumme, wenn die Anzahl der Unterteilungen vergrößert wird?*

Die Folge der Obersummen  $\langle O_n \rangle$  und die Folge der Untersummen  $\langle U_n \rangle$  besitzen daher einen gemeinsamen \_\_\_\_\_.

Sie \_\_\_\_\_ sich also dem Wert von  $\int_a^b f(x) dx$  an.

*Betrachte nun mithilfe des Applets die Ober- und Untersumme der Funktion  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + 2$  im Intervall  $[0; 3]$  für  $n = 12$  Unterteilungen.*

*Vergleiche die Bildung der Rechtecke in Intervallen mit monoton steigenden und fallenden Funktionswerten. Welche Funktionswerte wurden jeweils für die Höhen der Rechtecke verwendet?*

Für die Obersumme wird der \_\_\_\_\_ Funktionswert und für die Untersumme der \_\_\_\_\_ Funktionswert in jedem Unterteilungsintervall verwendet.

Setze folgende Wörter ein:

maximale      Grenzwert      steigend      nähern      fallend      minimale