§1 Terme und deren Umformungen

Arbeitsblatt 3

Übungsaufgaben

aus dem empfohlenen Heft: „Sicher in die Oberstufe. Arbeitsheft nach dem mittleren Bildungsabschluss" (Klett-Verlag)

1 Klammern auflösen und Terme zusammenfassen

Vereinfachen Sie.

a) $3x + y - (x + 2y)$

b) $3m + (m + 7n) - (2m + 5n)$

c) $(4a - b) - (a - 2b) + b$

d) $-(2y - 3x) - x - (x + 2y)$

e) $-\left(\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{4}z\right) + \left(-x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z\right)$

f) $3{,}25x^2 - \left(\frac{1}{5}xy + 0{,}25y^2\right) - \left(\frac{3}{4}x^2 - 0{,}8xy - \frac{1}{2}y^2\right)$

2 Ausmultiplizieren und zusammenfassen

Vereinfachen Sie die Terme.

a) $4a(2 - 7b)$

b) $3x(2 - y) + y(1 - x)$

c) $-3m(1 + 2n) - 4(m - n) + 6mn$

d) $(12s - t)(s + 12t)$

e) $2(x - 2y)(2x - y)$

f) $-a(a - 3b) - 3(3a - b)(a - b)$

3 Faktorisieren

Klammern Sie gemeinsame Faktoren aus.

a) $14xy - 28y$

b) $15x^2y - 25xy^2$

c) $33a^2b + 77ab - 11ab^2$

d) $64x^2y - 48xy + 96xy^2$

e) $81a^2bc - 54abc^2 + 27ab^2c - 135abc$

f) $3a^2 + a - 3ab - b$

4 Klammern auflösen

Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen.

a) $3a + (b - (a + 2b))$

b) $2x - ((y + 3x) - 2y)$

c) $((3c - 2d) \cdot 8 + 8c) : 16$

d) $x - (2xy - (2x - 2(x + y)) - 2xy)$

5 Umformen mit binomischen Formeln

Lösen Sie mithilfe der binomischen Formeln die Klammern auf.

a) $(2a+3)^2$ b) $(x-3y)^2$ c) $(7s-t)(7s+t)$ d) $(-u+v)^2$

______ ______ ______ ______

Faktorisieren Sie mithilfe der binomischen Formeln.

e) $16x^2+40xy+25y^2$ f) $100r^2-20r+1$ g) $121a^2b^4-289a^4b^2$ h) $27x^2z-48y^2z$

______ ______ ______ ______

6 Vereinfachen von Bruchtermen

Vereinfachen Sie die Bruchterme. Denken Sie ans Kürzen und Faktorisieren.

a) $\frac{48x^2y}{64xy^2}$ b) $\frac{125abc^2}{25abc}$ c) $\frac{x^2-4x+4}{3x-6}$ d) $\frac{49x^2-81y^2}{14x+18y}$

______ ______ ______ ______

7 Berechnen von Bruchtermen

a) $\frac{3}{8}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}+\frac{1}{2}$ c) $\frac{7ab}{36}\cdot\frac{54a}{14b}$ d) $\frac{15u}{v+1}:\frac{30u^2}{v^2-1}$

______ ______ ______ ______

10 Umformen mithilfe der Wurzelgesetze

a) Vereinfachen Sie mithilfe der Wurzelgesetze.

$\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$ $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{105}}\cdot\sqrt{12}$ $\sqrt{32xy^2}:\sqrt{2x}$ $\frac{\sqrt{3x^3y}\cdot 2\sqrt{x^2}}{\sqrt{48xy}}$

______ ______ ______ ______

b) Ziehen Sie die Wurzel so weit wie möglich. Fassen Sie, wenn möglich, zusammen.

$\sqrt{32}$ $\sqrt{128a^3}$ $\sqrt{32}+\sqrt{50}-\sqrt{8}$ $\sqrt{27st^2}-t\sqrt{48s}$

______ ______ ______ ______

Thema 2: Grundlegende Termumformungen **Einführungstext** 🕮

Die Begriffe *Variable* und *Term*

Wenn Sie sich in Übung 4 zum Thema „Bruchrechnung“ nicht verrechnet haben, dann konnten Sie erkennen, dass sich in jeder Zeile dasselbe Ergebnis ergibt.
An die Stelle des Symbols ☺ konnten Zahlen eingesetzt werden. In der Mathematik verwendet man zweckmäßiger Buchstaben, z. B. a, x oder y, als „Platzhalter“. Man bezeichnet sie als *Variablen.* Eine Variable kann man sich als eine Art Speicher vorstellen, der Zahlen aufnimmt. Man verwendet ihn, wenn man in einer Rechnung offen halten will, welche Zahl gemeint ist.

Die Rechnungen der oben erwähnten Übung lassen sich mit der Variablen x daher in folgender Form darstellen:
$x^2 - 4 \cdot x$ bzw. $x \cdot (x-4)$ bzw. $(x-2)^2 - 4$ bzw. $(x-1) \cdot (x-3) - 3$.
Eine solche Verbindung von Zahlen, Rechenzeichen und Variablen zu einer Rechenvorschrift, wie etwa $x^2 - 4 \cdot x$ nennt man einen *Term.* Innerhalb eines Terms ersetzt ein bestimmter Buchstabe immer dieselbe Zahl.

Warum dieser Kunstgriff? – Umformungen zu gleichwertigen Termen

Innerhalb des ersten Jahres der Einführungsphase des Kollegs werden Sie auf eine Fülle lohnenswerter Aspekte von Variable und Term stoßen, wenn z. B. die Abhängigkeit einer messbaren Größe von einer anderen Größe in möglichst allgemeiner und präziser Form ausgedrückt werden soll. Lassen Sie sich überraschen...
Einen Aspekt konnten Sie allerdings bereits in Übung 4 zum Thema „Bruchrechnung“ (s. o.) erfahren: Egal, welche Werte Sie für den Platzhalter einsetzen, die genannten vier Terme haben jeweils den gleichen Zahlenwert als Ergebnis. Man nennt die vier Terme *gleichwertig* und setzt dann vereinbarungsgemäß ein Gleichheitszeichen dazwischen:
$x^2 - 4 \cdot x = x \cdot (x-4) = (x-2)^2 - 4 = (x-1) \cdot (x-3) - 3$.

Kennt man nun Rechenschritte bzw. Regeln, die uns zeigen, wann zwei Terme gleichwertig sind – ohne immer wieder Zahlenwerte für die Variablen einzusetzen – dann spart man sich viel Zeit, und man ist auch zu allgemeingültigen Aussagen und Prognosen in der Lage. In oben erwähnter Übung hätte man nämlich nicht jede Spalte berechnen müssen, wenn man bereits vorher die Gleichwertigkeit der Terme hätte erkennen können. Solche Rechenschritte bzw. Regeln nennt man *Termumformungen.*

Wie Sie richtig erahnen, ist es an der Zeit, die wichtigsten Regeln im Umgang mit Termen und auch zugehörige Bezeichnungen kennen zu lernen:

Vereinbarungen und Bezeichnungen

Das Multiplikationszeichen

Werden zwei Zahlen miteinander multipliziert, setzt man dazwischen den Malpunkt. Bei der Verwendung von Variablen hat man vereinbart, dieses Multiplikationszeichen wegzulassen, wenn Missverständnisse auszuschließen sind.
Statt $x^2 - 4 \cdot x$ kann man $x^2 - 4x$ und statt $x \cdot (x-4)$ kürzer $x(x-4)$ schreiben, aber nicht 54 anstelle von $5 \cdot 4$!

Potenzen
Um an Übersicht und Zeit zu gewinnen, schreibt man ein Produkt aus mehreren gleichen Termen als sogenannte Potenz (s. Thema 1 „Bruchrechnung“):

Beispiele: $a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a$

$xy^3 = x \cdot y \cdot y \cdot y$, aber $(xy)^3 = xy \cdot xy \cdot xy$

$(x+y)^2 = (x+y)(x+y)$

Übrigens ist auch das Produkt eine verkürzte Schreibweise, und zwar für die Summe gleicher Summanden: 2 + 2 + 2 + 2 schreibt man kürzer als $4 \cdot 2$.

Summe contra Produkt
Tauchen eine Summe und ein Produkt *innerhalb* eines Terms gleichzeitig auf, so nennt man den gesamten Term entweder eine Summe oder aber ein Produkt, je nachdem, welche Rechenart *zuletzt* auszuführen ist. Dabei sind die „Vorfahrtsregeln“ (Klammer vor Potenz vor Punktrechnung vor Strichrechnung) zu beachten.

Beispiele:

$8 \cdot x + 11$ ist eine Summe, da zuletzt addiert wird, z. B. für $x = 3$:
$8 \cdot 3 + 11 = 24 \oplus 11 = 35$

$8 \cdot (x + 11)$ ist ein Produkt, da zuletzt multipliziert wird, z. B. für $x = 3$:
$8 \cdot (3 + 11) = 8 \otimes 14 = 112$

$(8x + 11)(8x + 11)$ ist ein Produkt, da zuletzt multipliziert wird, z. B. für $x = 3$:
$(8 \cdot 3 + 11) \cdot (8 \cdot 3 + 11) = (24 + 11) \cdot (24 + 11) = 35 \otimes 35 = 1225$.

Übersicht grundlegender Termumformungen
Da die Variablen nur als Platzhalter für Zahlen stehen, müssen die Regeln für Terme den Gesetzmäßigkeiten für rationale Zahlen entspringen. So kann man leicht die Richtigkeit einer Termumformung widerlegen:

Beispiel: Die Termumformung $x + x^2 = x^3$ ist falsch, da für $x = 2$ die linke Seite $2 + 2^2 = 2 + 4 = 6$, die rechte Seite aber $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ ergibt.

➊ „Gesetze“
Neben der Regel „Klammer vor Potenz vor Punktrechnung vor Strichrechnung“ (s. Thema „Bruchrechnung“), die selbstverständlich auch für Terme ihre Gültigkeit behält, gibt es zwei Eigenschaften von Zahlen, die man im Alltag intuitiv richtig verwendet:

Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz) für Addition und Multiplikation
Summanden in Summen sowie Faktoren in Produkten dürfen vertauscht werden.
Dies besagt, dass es egal ist, ob man 2 + 3 oder umgekehrt 3 + 2 addiert. Entsprechendes gilt für die Multiplikation, nicht aber z. B. für die Subtraktion, denn 2 – 3 = –1, während 3 – 2 = 1 ergibt.

Beispiele: $x + y = y + x$

$x \cdot y = y \cdot x$

$x \cdot (x + y) = (x + y) \cdot x = (y + x) \cdot x$

Im letzten Beispiel wird das Kommutativgesetz der Multiplikation im ersten Schritt, das Kommutativgesetz der Addition im zweiten Schritt genutzt.

Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz) für Addition und Multiplikation
Soll etwa der Preis von drei Warengegenständen addiert werden, so spielt es keine Rolle, welche zwei Preise man zuerst auswählt und addiert, um dann den dritten Preis hinzuzunehmen.

Beispiele:
$$(x+y)+z=x+(y+z)$$
$$(x\cdot y)\cdot z=x\cdot(y\cdot z)$$
$$(x+2)+3=x+(2+3)$$
$$5(x+1)(x+2)=\big(5\cdot(x+1)\big)\cdot(x+2)=5\cdot\big((x+1)(x+2)\big)$$

❶ Zusammenfassen
Glieder einer Summe oder einer Differenz, die sich ausschließlich in den Zahlfaktoren unterscheiden, kann man addieren bzw. subtrahieren, indem man die Zahlfaktoren addiert bzw. subtrahiert.

Beispiele:
$$7x+3x=10x$$
$$12x^2y-3x^2y+x^2y=12x^2y-3x^2y+1x^2y=10x^2y$$
$$3+\underline{5yx^2}\;\underline{\underline{+7yx}}\;\underline{-7yx^2}-2=1\underline{-2yx^2}\;\underline{\underline{+7xy}}$$

Im letzten Beispiel lassen sich die Glieder yx^2 und yx nicht zusammenfassen, genauso wie Sie den Flächeninhalt $5m^2$ und die Streckenlänge $5m$ nicht vergleichen und addieren können.

❷ Minusklammer
Steht ein Minuszeichen vor einer Klammer, so kann man die Klammer weglassen, wenn man gleichzeitig die Vorzeichen der Summanden in der Klammer ändert: aus + wird – und aus – wird +.

Beispiele:
$$-(3a+5b)=-3a-5b$$
$$5a-(7b-3c)=5a-7b+3c$$
$$x-(-x+x^2)=x+x-x^2=2x-x^2$$

❸ Ausmultiplizieren
Wird eine Summe (sie steht dann in einer Klammer) mit einem Faktor multipliziert, so kann man die Klammer auflösen, indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert. Die Rechenzeichen + und – werden nach den Vorzeichenregeln bei der Multiplikation rationaler (insbesondere negativer) Zahlen bestimmt (s. Thema 1 „Bruchrechnung“).

Beispiele:
$$5x(3y-7)=\underline{5x}\cdot 3y-\underline{5x}\cdot 7=15xy-35x$$
$$-3a^2b(-a+4b^2)=\underline{(-3a^2b)}\cdot(-a)+\underline{(-3a^2b)}\cdot(4b^2)=+3a^3b-12a^2b^3$$
$$(7y-x^2+1)\cdot y^2=7y^3-x^2y^2+y^2$$

Übrigens kann ein Minus vor einer Klammer (s. 2.) als Multiplikation mit (−1) aufgefasst werden. Man löst daher eine Minusklammer auf, indem man jedes Glied der Klammer mit (–1) multipliziert.

❹ Ausklammern
In Umkehrung zum Ausmultiplizieren kann man Faktoren, die in allen Summanden einer Summe stecken, vor eine Klammer setzen:

Beispiele:
$$12x+8y=4(3x+2y)$$
Die Zahl 4 steckt als Faktor sowohl in der Zahl 12 als auch in der Zahl 8. In der Klammer verbleibt dann $12x : 4 = 3x$ bzw. $8y : 4 = 2y$.

$$3a^3b^2-3a^4+6a^2=\underline{3\cdot a\cdot a}\cdot a\cdot b\cdot b-\underline{3\cdot a\cdot a}\cdot a\cdot a+2\cdot\underline{3\cdot a\cdot a}=3a^2(ab^2-a^2+2)$$
$$15x^2+20xy-5x=5x(3x+4y-1)$$

❺ Zwei Klammern in einem Produkt

Eine Summe kann man mit einer weiteren Summe multiplizieren, indem man jedes Glied (also jeden Summanden) der ersten Summe mit jedem Glied der zweiten Summe multipliziert:

Beispiele: $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

$(x-5)(y+4) = xy + 4x - 5y - 20$

$(\underline{2x^2} - \underline{\underline{8y}})(3x - xy) = \underline{2x^2} \cdot 3x - \underline{2x^2} \cdot xy - \underline{\underline{8y}} \cdot 3x \oplus \underline{\underline{8y}} \cdot xy = 6x^3 - 2x^3 y - 24xy + 8xy^2$

Diese Regel kann man sich übrigens herleiten, indem man zweimal hintereinander ausmultipliziert (s. 3.):

$$\underline{(a+b)}(c+d) \overset{1.x\ \mathit{Ausmultiplizieren}}{=} \underline{(a+b)}c + \underline{(a+b)}d \overset{2.x\ \mathit{Ausmultiplizieren}}{=} ac + bc + ad + bd$$

❻ Kombination der Regeln in weiteren Aufgaben

Eine Beispielaufgabe:

$-(2+9x)(9x-2)\cdot(-2x) + 9x^3$

In welcher Reihenfolge führt man die Termumformungen aus, um alle Klammern aufzulösen?
Zunächst sollte man sich die Struktur des Terms vergegenwärtigen:
Der Term ist eine Summe, bestehend aus den beiden Summanden $-(2+9x)(9x-2)\cdot(-2x)$ und $9x^3$. Der erste dieser beiden Summanden besteht aus den gleichwertigen Faktoren $(2+9x)$, $(9x-2)$ und $(-2x)$. Die Regel „Punkt- vor Strichrechnung“ verlangt, zunächst die drei Faktoren auszumultiplizieren. Aufgrund des Assoziativgesetzes ist es dabei egal, welche zwei der drei Faktoren man zuerst ausmultipliziert. Beginnt man mit den ersten beiden, so erhält man die erste der im folgenden dargestellten Varianten. Vergessen Sie dabei nicht die Minusklammer: Am sichersten gehen Sie so vor, dass Sie die Minusklammer solange mitführen, bis alle Multiplikationen ausgeführt sind.

		$-\big((2+9x)\cdot(9x-2)\big)\cdot(-2x) + 9x^3$
Regel ❺ führt zu:	=	$-(18x - 4 + 81x^2 - 18x)\cdot(-2x) + 9x^3$
Regel ❶ führt zu:	=	$-(81x^2 - 4)\cdot(-2x) + 9x^3$
Regel ❸ führt zu:	=	$-(-162x^3 + 8x) + 9x^3$
Regel ❷ führt zu:	=	$162x^3 - 8x + 9x^3$
Regel ❶ führt zu:	=	$171x^3 - 8x$

Beginnt man beim Ausmultiplizieren mit den beiden letzten Faktoren innerhalb des ersten Summandes, so gelangt man zu demselben Ergebnis:

		$-(2+9x)\cdot\big((9x-2)\cdot(-2x)\big) + 9x^3$
Regel ❸ führt zu:	=	$-(2+9x)\cdot(-18x^2 + 4x) + 9x^3$
Regel ❺ führt zu:	=	$-(-36x^2 + 8x - 162x^3 + 36x^2) + 9x^3$
Regel ❶ führt zu:	=	$-(-162x^3 + 8x) + 9x^3$
Regel ❷ führt zu:	=	$162x^3 - 8x + 9x^3$
Regel ❶ führt zu:	=	$171x^3 - 8x$

Thema 2: Grundlegende Termumformungen — Übungen

Sie finden zu jeder im Einführungstext beschriebenen Termumformung zunächst Übungen, in der Sie lediglich die Lücken auszufüllen haben, so dass Ihnen die Vorgaben die Aufgaben erleichtern. Zur Korrektur reichen Sie bitte nur jeweils die Lösungswege der eingerahmten Aufgaben ein.

❶ Zusammenfassen

a) $18-7x+9x-12=$ $\quad \square\, x + \square$

b) $5x-x+7y-2x=$ $\quad \square\, x + \square\, y$

c) $5a^2b-3{,}5ab^2-7{,}2ab^2-4{,}3a^2b=$ $\quad \square\, a^2b - \square\, ab^2$

d) $\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}x^2=$ $\quad \square\, x^2 - \square\, x$

e) $-4x^2+4x+0{,}4x-x^2-0{,}4=$ $\quad \square\, x^2 + \square\, x - \square$

Fassen Sie nun selbst zusammen:

f) $4x^2-3x+9-x^2$	i) $3xyz-2x^2yz+x^2y^2z-xyz-3x^2yz$
g) $2y-2y^2+6+3y^2-2y$	j) $13b-5b^2-6b^4+b^2+7b^4-b$
h) $a^2b+b-ab^2-3a^2b-6b$	k) $\frac{3}{5}t+\frac{3}{4}s-t-\frac{7}{10}s+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}s+\frac{5}{9}$

❷ Minusklammer

a) $3x-(4y+z)=$ $\quad 3x \,\square\, 4y \,\square\, z$

b) $-3a-(3a-3)-3a=$ $\quad \square\, a \,\square\, 3$

c) $a+(b-c)-(-d-b)=$ $\quad a \,\square\, b \,\square\, c \,\square\, d$

d) $a-(b-(c-d))=$ $\quad a \,\square\, b \,\square\, c \,\square\, d$

e) $(8x^2-5y^2)-(3y^2-2x^2)=$ $\quad \square\, x^2 - \square\, y^2$

Lösen Sie nun selbst die Klammern auf, und fassen Sie anschließend zusammen:
Achten Sie in j) und k) auf die Potenzen und die Regel „Punkt- vor Strichrechnung“.

f) $(18-3x)-(x-1)$	i) $xy-(7y-3xy-x)-(x+y+xy)$
g) $8a^2-(6b^2+c^2)+(7b^2-c^2)$	j) $-(x\cdot x-x^2\cdot x^2)-(x^3\cdot x^2+x\cdot x^3)-x^5$
h) $9x^2-((3y^2+z^2)-(x^2-y^2))-z^2$	k) $(xy)^2z-(xyz)^2-(x^2yz+x^2y^2z)$

❸ Ausmultiplizieren

a) $2x(4y-8)=$ $\quad \square\, xy - \square\, x$

b) $-3(b+b^2)+b$ $\quad \square\, b - \square\, b^2$

c) $2x^2y^2(5x+3y-1)=$ $\quad \square\, x^3y^2+6\,\square - \square$

d) $(3y-y^2)\cdot(-2y)=$ $\quad \square\, y^2 + \square\, y^{\square}$

e) $x^2(y+4)-x\cdot(3x+y)=$ $\quad x^{\square}y + x^{\square} - \square$

Multiplizieren Sie nun selbst aus:

f) $-x(2-y)$	i) $(ab^2-2a^2b)\cdot(-3ab)$
g) $2x(x^3+x)$	j) $6(7y-3x)+x(14-y)$
h) $2x^2y(x+4y)$	k) $a(b^2-2c)+ab(a+3b)-4c(a-b^2)$

❹ Ausklammern

a) $7x+7y=$ $\quad \square\cdot(x+y)$

b) $18y-5xy=$ $\quad \square\cdot(18-5x)$

c) $6a^2-3a=$ $\quad \square\cdot(2a-1)$

d) $15yz^3-25y^2z+15y^2x^2z=$ $\quad \square\cdot(3z^2-5y+3yx^2)$

e) $x^7+x^5+x^3+x^2=$ $\quad \square\cdot(x^5+x^3+x+\square)$

Klammern Sie nun selbst aus, und zwar jeweils so weit wie möglich:

f) $18x-27y$	i) $65xy-39yz+104y$
g) $2ab+4abc$	j) $8xy^2z-12y^4z^3+20x^2y^2z^2$
h) x^3-2x^2	k) $21a^5b-28a^4b^2-7a^2$

❺ Zwei Klammern in einem Produkt

a) $(x+y)(a-b)=$ $\quad xa + \square - xb - \square$

b) $(x-x^2)(x-x^3)=$ $\quad x^2 - \square - x^3 + \square$

c) $(x+2y)(y^2-3x^2)$ $\quad xy^{\square} - 3\,\square + 2\,\square - 6\,\square$

d) $(2a+b)(a-3b)=$ $\quad \square\cdot a^{\square} - 5ab - \square\cdot b^{\square}$

e) $(14-x)(2x^2y-3xy)=$ $\quad \square\, x^2y - 2x^{\square}y - 42\,\square$

Lösen Sie nun selbst die Klammern auf, und fassen Sie anschließend zusammen:

f) $(x+y)(x-y)$	i) $(2xy-3yz)(x-z)$
g) $(5x-y)(2x-3y)$	j) $(2xy+3x^2y)(16+xy)$
h) $(4m^2-3n^2)(7m+5n)$	k) $-(y-y^2)(y^3-y^4)$

❻ Kombination der Regeln in weiteren Aufgaben

Eine Beispielaufgabe:

$3x^4 - 5(x - x^2)(2x - 3x^2)$	Punkt- vor Strichrechnung beachten:
$= 3x^4 - \left(5 \cdot (x - x^2)\right) \cdot (2x - 3x^2)$	Das Assoziativgesetz gestattet (z. B.) zunächst das Ausmultiplizieren der 5 (zunächst ohne Berücksichtigung des Vorzeichens – .)
$= 3x^4 - (\boxed{}) \cdot (2x - 3x^2)$	Punkt-vor Strichrechnung beachten: Zwei Klammern in einem Produkt auflösen (einschließlich zusammenfassen), wobei zunächst die Minusklammer bleibt.
$= 3x^4 - (\boxed{})$	Auflösen der Minusklammer
$= 3x^4 - \boxed{}$	Schließlich wird zusammengefasst.
$= \boxed{}$	

Lösen Sie nun selbst die Klammern auf, und fassen Sie anschließend zusammen:

a) $5(1-x)+(18-3x)$	g) $y^3 - y^2(y+y^2)$
b) $5(1-x)-(18-3x)$	h) $(y^3 - y^2)(y+y^2)$
c) $5(1-x)(18-3x)$	i) $y^3 - (y^2 y) + y^2$
d) $-5(1-x)(18-3x)$	j) $(a+\frac{2}{9}b)(3a-\frac{1}{6}b)$
e) $5-(1-x)(18-3x)$	k) $3x^2(x+2y)-6x^2y$
f) $(1-x)(1+x)-(18-3x)(18+3x)$	l) $xy-(y \cdot 7 - 3y \cdot x - x^2) - x \cdot x + y$

Zur Lösungskontrolle:

Zu Ihrer Kontrolle: Die Lösungen der umrahmten Aufgaben (ohne auszufüllende Lücken) finden Sie hier in ungeordneter Reihenfolge. Wenn Sie die zugeordneten Buchstaben in die richtige Reihenfolge bringen, so ergibt sich ein Lösungssatz.

$2ab(1+2c)$	
$3xy-8y$	L
y^2	U
$-x^2-2x^5$	G
$3x^2-3x+9$	V
$-323+8x^2$	E
$x^2(x-2)$	P
$2x^4+2x^2$	E
$19-4x$	R
$-y^4$	I
$9(2x-3y)$	R
y^2+6	I
x^2-y^2	F
$-2x+xy$	B

$-13-2x$	R
$-\frac{2}{5}t-\frac{9}{20}s+\frac{8}{9}$	E
$-y^4+2y^5-y^6$	V
$12b-4b^2+b^4$	
$13y(5x-3z+8)$	R
$-13+21x-3x^2$	R
$-3a^2b^3+6a^3b^2$	
y^5-y^3	T
$23-8x$	O
$2x^3y+8x^2y^2$	I
$4xy-6y$	!
$8a^2+b^2-2c^2$	F
$42y-4x-xy$	D
$3x^3$	G

$-2a^2b-5b-ab^2$	E
$3a^2+\frac{1}{2}ab-\frac{1}{27}b^2$	N
$4ab^2-6ac+a^2b+4b^2c$	E
$4y^2z(2x-3y^2z^2+5x^2z)$	U
$2xyz-5x^2yz+x^2y^2z$	L
$-90+105x-15x^2$	E
$90-105x+15x^2$	B
$10x^2-17xy+3y^2$	U
$2x^2y-5xyz+3yz^2$	G
$-x^2y^2z^2-x^2yz$	
$28m^3+20m^2n-21mn^2-15n^3$	N
$7a^2(3a^3b-4a^2b^2-1)$	E
$10x^2-4y^2-2z^2$	O
$32xy+2x^2y^2+48x^2y+3x^3y^2$	S

Lösungssatz:

Aufgabe	1f	1g	1h	1i	1j	1k	2f	2g	2h	2i	2j	2k	3f	3g	3h	3i	3j	3k	4f	4g
Buchstabe																				

4h	4i	4j	4k	5f	5g	5h	5i	5j	5k	6a	6b	6c	6d	6e	6f	6g	6h	6i	6j	6k	6l

Aufgabe 1:
Berechnen Sie!

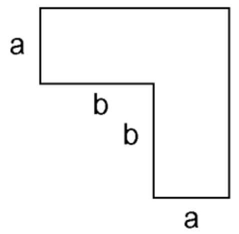
a) $(s + u)(s - u) =$
b) $(3 - t)(3 + t) =$
c) $(a + 2)(a - 2) =$
d) $(x - 9)(x + 9) =$
e) $(5x - 4y)(5x + 4y) - (4x + y)(4x - y) =$
f) $(6z - 7r)(6z + 7r) - (2z + 5r)(2z - 5r) =$
g) $r^2 - (3s + 6r)(3s - 6r) =$
h) $(4a - 7b)(4a + 7b) - 8a(3b + 2a =$
i) $3x^2 - (3x - 5z)(3x + 5z =$
j) $9k(4k - 5) - (6k + 1)(6k - 1 =$
k) $b^2 - (b + c)^2 =$
l) $16r + (4r - 2)^2 =$
m) $(3a - 8)^2 - (9a^2 - 64) =$
n) $4a - (a - 2)^2 =$
o) $5u^2 - (5u - 2)^2 =$
p) $(s^2 - 25) - (s + 6)^2 =$
q) $(a + b)^2 - (a + b)(a - b) =$
r) $(4s - 3u)(4s + 3u) - (3u + 4s)^2 =$
s) $(6r - 5)^2 - (6r - 5)(6r + 5) =$
t) $(8x + 6y) . (8x - 6y) - (6x + 8y)^2 =$

Aufgabe 2:
Berechnen Sie $A - B$ und $A \cdot B$!

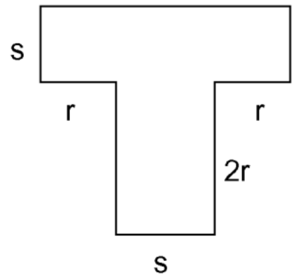
a) $A = 3x, \quad B = 7 - 2x$
b) $A = 5r + 7s, \quad B = 5r - 7s$
c) $A = 6k, \quad B = (3 + k)^2$
d) $A = xy, \quad B = (x - y)^2$

Aufgabe 3:
Stellen Sie den Flächeninhalt der Figur auf zwei verschiedene Weisen dar: durch Zerlegung in Teilfiguren und durch Umschreiben eines Quadrats. Zeigen Sie durch Umformung, dass die beiden Terme gleich sind.

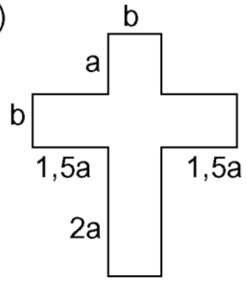
a)



b)



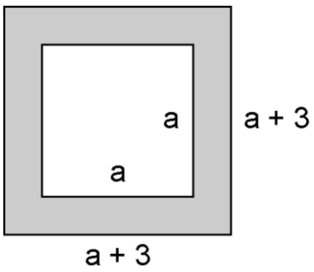
c)



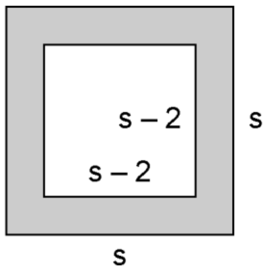
<u>Aufgabe 4 :</u>

Stellen Sie den Flächeninhalt der grauen Fläche dar und vereinfachen Sie den Ausdruck !

a)



b)



<u>Aufgabe 5 :</u>

Faktorisieren Sie soweit wie möglich !

a) $x^6 - 2x^3y + y^2 =$
b) $x^2 + 5x + \frac{25}{4} =$
c) $a^4 + 1 - 2a^2 =$
d) $-\frac{1}{2}pq + \frac{1}{16}q^2 + p^2 =$
e) $a^2 - 9 =$
f) $16 - x^2 =$
g) $y^2 - 25z^2 =$
h) $9r^2 - 16s^2 =$
i) $4 - 49t^2 =$
j) $36a^2 - 1 =$
k) $1 - 4z^2 =$
l) $81a^2 - 49c^2 =$