Demonstração Teorema de Haga:

Demonstração. Seja x o lado quadrado, então:

$$\overline{CE} = \overline{EB} = \frac{x}{2}$$

Consideremos os triângulos $\triangle BGE$ e $\triangle CEI$ eles são semelhantes pelo caso AAA (ângulo - ângulo - ângulo), pois: $\widehat{B} = \widehat{C}$, $\widehat{I} = \widehat{E}$ e $\widehat{G} = \widehat{E}$.
Então, temos as seguintes relações:

$$\frac{\overline{EG}}{\overline{EI}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{CI}} = \frac{\overline{BG}}{\overline{EC}} = K \ (1)$$

Utilizando o Teorema de Pitágoras teremos também as seguintes relações:
$(\overline{EG})^2 = (\overline{EB})^2 + (\overline{BG})^2$ (2) e $(\overline{EI})^2 = (\overline{EC})^2 + (\overline{CI})^2$ (3) E ainda, temos que:
$\overline{GE} = n - \overline{BG}$, relacionando com (2):
$(n - \overline{BG})^2 = (\frac{n}{2})^2 + \overline{BG}^2 = n^2 - 2n\overline{BG} + \overline{BG}^2 = \frac{n^2}{4} + \overline{BG}^2 \Rightarrow \overline{BG} = \frac{3n}{8}$.
Assim, obtemos da relação (1):
$\frac{n - \frac{3n}{8}}{\overline{EI}} = \frac{\frac{3n}{8}}{\frac{n}{2}} \Rightarrow \overline{EI} = \frac{5n}{6}$. Então, pela relação (3):
$(\frac{5n}{6})^2 = (\frac{n}{2})^2 + (\overline{CI})^2 \Rightarrow \overline{CI} = \frac{2n}{3}$. $\square$