

# 1 Calculer avec les nombres relatifs

## Multiplier deux nombres relatifs

Deux configurations possibles :

- les facteurs sont de même signe : dans ce cas le résultat est positif ;
- les facteurs sont de signes contraires : le résultat est négatif.

Expressions	Résultat	Expressions	Résultat
$-3 \times (-7)$	21	$3 \times (-7)$	-21
$-7 \times (-3)$		$-7 \times 3$	
$3 \times 7$		$-3 \times 7$	
$7 \times 3$		$7 \times (-3)$	

## Additionner deux nombres relatifs

Deux configurations possibles :

- les termes sont de même signe : dans ce cas le résultat est du signe des deux termes ;
- les termes sont de signes contraires : le signe est celui du terme le plus éloigné de 0.

Expressions	Résultat	Expressions	Résultat
$-3 + (-7)$	-10	$3 + 7$	10
$-3 - 7$		$7 + 3$	
$-7 + (-3)$		$3 + (-7)$	
$-7 - 3$		$3 - 7$	
Expressions	Résultat	Expressions	Résultat
$7 + (-3)$	4	$3 - 7$	-4
$7 - 3$		$-7 + 3$	
$-3 + 7$			

# 2 Simplifier ou réduire des expressions littérales

## Simplifier des expressions littérales

Simplifier une expression littérale c'est l'écrire sous une forme dans laquelle on évite les symboles inutiles.

Expression	Forme simplifiée	Expression	Forme simplifiée
$1x$	$x$	$-1x$	$-x$
$1 \times x$		$-1 \times x$	
$x \times 1$		$x \times (-1)$	
$-1 \times (-x)$			
$-x \times (-1)$			
Expression	Forme simplifiée	Expression	Forme simplifiée
$3 \times x$	$3x$	$3 \times x \times x$	$3x^2$
$x \times 3$		$x \times 3 \times x$	
$-3 \times (-x)$		$x \times x \times 3$	
$-x \times (-3)$			

## Réduire des expressions littérales

Réduire une expression littérale c'est transformer cette expression en une expression équivalente mais comportant moins de termes ou de facteurs. Une forme développée-réduite se présente toujours en écrivant dans l'ordre : les termes en  $x^2$ , les termes en  $x$  puis les termes constants.

Expression	Forme réduite	Expression	Forme réduite
$7x + 3x$	$10x$	$7x^2 + 3x^2$	$x^2$
$2x + 8x$		$8x^2 + 2x^2$	
$12x - 2x$		$12x^2 - 2x^2$	
$5x + 5x$		$5x^2 + 5x^2$	
Expression	Forme réduite	Expression	Forme réduite
$2x \times 12$	$24x$	$2x \times 12x$	$24x^2$
$8 \times 3x$		$8x \times 3x$	
$-6x \times (-4)$		$-6x \times (-4)x$	
$5 \times 4,8x$		$5x \times 4,8x$	
Expression	Forme réduite	Expression	Forme réduite
$2x + 5x + 3$	$7x + 3$	$4x + 2x^2 + 1$	$2x^2 + 4x + 1$
$8x - x + 3$		$2x^2 + 9x - 5x + 1$	
$x + 3 + 6x$		$3x^2 + 4x - x^2 + 1$	
$7 + 7x - 4$		$4x - 6 + 2x^2 + 5$	

### 3 Transformer des expressions littérales

#### Simple distributivité

$k$ ,  $a$  et  $b$  sont des nombres.  
La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition permet d'obtenir deux formes d'expressions :

$$\underbrace{k \times (a + b)}_{\text{forme factorisée}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\text{forme développée}}$$

forme factorisée	forme développée	forme développée-réduite
$4(x + 7)$	$4 \times x + 4 \times 7$	$4x + 28$
$4(x - 7)$	$4 \times x + 4 \times (-7)$	$4x - 28$
$-4(x + 7)$	$-4 \times x + (-4) \times 7$	$-4x - 28$
$-4(x - 7)$	$-4 \times x + (-4) \times (-7)$	$-4x + 28$
$4(3x + 7)$	$4 \times 3x + 4 \times 7$	$12x + 28$
$-4x(3x - 7)$	$-4x \times 3x + (-4x) \times (-7)$	$-12x^2 + 28x$

#### Développer

Développer, c'est transformer un produit en une somme. Autrement dit passer de la première colonne (la forme factorisée) à la troisième colonne du tableau ci-dessus (la forme développée-réduite).

Expressions	Développement	Expressions	Développement
$4(x + 7)$	$4x + 28$	$4x(3x - 7)$	$12x^2 - 28x$
$2(2x + 14)$		$x(12x - 28)$	
$8\left(\frac{x}{2} + \frac{7}{2}\right)$		$4(3x^2 - 7x)$	
$-4(-x - 7)$		$-4x(7 - 3x)$	

#### Factoriser

Factoriser, c'est transformer une somme en un produit. Autrement dit c'est la transformation « inverse » du développement, c'est-à-dire passer de la troisième colonne à la première.

Expressions	Factorisation	Expressions	Factorisation
$4x - 28$	$4(x - 7)$	$12x^2 + 28x$	$4x(3x + 7)$
	$2(2x - 7)$		$x(12x + 28)$
	$8\left(\frac{x}{2} - \frac{7}{2}\right)$		$4(3x^2 + 7x)$
	$-4(-x - 7)$		$-4x(-7 - 3x)$

#### Double distributivité

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des nombres.

$$\underbrace{(a + b) \times (c + d)}_{\text{forme factorisée}} = (a + b) \times c + (a + b) \times d$$

$$= \underbrace{a \times c + b \times c + a \times d + b \times d}_{\text{forme développée}}$$

#### Remarque

Afin de ne pas charger la copie en symboles mathématiques, il est préférable dans la phase de développement de réduire les produits « à la volée ».

forme factorisée	forme développée	forme développée-réduite
$(x + 7)(x + 4)$	$x \times x + 7 \times x + x \times 4 + 7 \times 4$	$x^2 + 11x + 28$
$(x + 7)(x - 4)$	$x \times x + 7 \times x + x \times (-4) + 7 \times (-4)$	$x^2 + 3x - 28$
$(x - 7)(x - 4)$	$x \times x + (-7) \times x + x \times (-4) + (-7) \times (-4)$	$x^2 - 11x + 28$
$(x - 7)(x + 4)$	$x \times x + (-7) \times x + x \times 4 + (-7) \times 4$	$x^2 - 3x - 28$

forme factorisée	forme développée (« à la volée »)	forme développée-réduite
$(3x + 7)(2x + 4)$	$6x^2 + 14x + 12x + 28$	$6x^2 + 26x + 28$
$(7 - 3x)(2x - 4)$	$14x - 6x^2 - 28 + 12x$	$-6x^2 + 26x - 28$
$(3x + 7)(4 - 2x)$	$12x + 28 - 6x^2 - 14x$	$-6x^2 - 2x + 28$

## 4 Les identités remarquables

### Première identité remarquable

$a$  et  $b$  sont des nombres.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

forme factorisée	forme développée	forme développée-réduite
$(x + 7)^2$	$x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2$	$x^2 + 14x + 49$
$(3x + 7)^2$	$(3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + 7^2$	$9x^2 + 42x + 49$

### Deuxième identité remarquable

$a$  et  $b$  sont des nombres.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

forme factorisée	forme développée	forme développée-réduite
$(x - 7)^2$	$x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$	$x^2 - 14x + 49$
$(3x - 7)^2$	$(3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2$	$9x^2 - 42x + 49$
$(7 - 3x)^2$	$7^2 - 2 \times 3x \times 7 + (3x)^2$	

### Troisième identité remarquable

$a$  et  $b$  sont des nombres.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

forme factorisée	forme développée	forme développée-réduite
$(x + 7)(x - 7)$	$x^2 - 7^2$	$x^2 - 49$
$(3x - 7)(3x + 7)$	$(3x)^2 - 7^2$	$9x^2 - 49$
$(7 + 3x)(7 - 3x)$	$7^2 - (3x)^2$	$49 - 9x^2$

## 5 Résoudre des équations du premier degré à une inconnue

### Objectif

Résoudre une équation n'ayant qu'une seule solution c'est effectuer des opérations sur des égalités pour obtenir la solution c'est-à-dire une égalité de la forme  $x = a$  où  $a$  est la solution de l'équation.

### Ajouter ou soustraire

Si on ajoute ou on soustrait un même terme aux deux membres d'une égalité on obtient une nouvelle équation ayant la même solution.

Équation	Opération	Solution obtenue
$x + 7 = 10$	$x + 7 - 7 = 10 - 7$	$x = 3$
$x - 7 = -4$	$x - 7 + 7 = -4 + 7$	
$2x = x + 3$	$2x - x = x + 3 - x$	
$-2x + 3 = -x$	$-2x + 3 + 2x = -x + 2x$	

### Multiplier ou diviser

Si on multiplie ou divise par un même terme non nul les deux membres d'une équation on obtient une nouvelle équation ayant la même solution.

Équation	Opération	Solution obtenue
$7x = 14$	$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$	$x = 2$
$-7x = 14$	$\frac{-7x}{-7} = \frac{14}{-7}$	$x = -2$
$\frac{x}{7} = 2$	$\frac{x}{7} \times 7 = 2 \times 7$	$x = 14$
$-\frac{x}{7} = \frac{2}{3}$	$-\frac{x}{7} \times (-7) = \frac{2}{3} \times (-7)$	$x = -\frac{14}{3}$

### Isoler en plusieurs étapes

Afin d'obtenir la solution on sera amené à enchaîner plusieurs étapes dont l'objectif est d'isoler l'inconnue  $x$  dans l'un des membres de l'équation.

$$\begin{aligned} 7x &= 3x - 8 \\ 7x - 3x &= 3x - 8 - 3x \\ 4x &= -8 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{-8}{4} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 &= 3x - 8 \\ 7 + 8 &= 3x - 8 + 8 \\ 15 &= 3x \\ \frac{15}{3} &= \frac{3x}{3} \\ 5 &= x \end{aligned}$$

### Produits en croix

Si on a l'égalité de deux quotients alors on a l'égalité des produits en croix en multipliant le dénominateur de l'un par le numérateur de l'autre.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c$$

Équation	Produits en croix	Équation obtenue
$\frac{2}{x} = \frac{7}{3}$	$2 \times 3 = x \times 7$	$6 = 7x$
$-\frac{7}{3} = \frac{2}{x}$	$-7 \times x = 3 \times 2$	$-7x = 6$
$\frac{2}{x} = 7$	$2 \times 1 = x \times 7$	$2 = 7x$

$$\frac{7}{x} = -\frac{2}{3}$$

$$3 \times 7 = x \times (-2)$$

$$21 = -2x$$

$$\frac{21}{-2} = \frac{-2x}{-2}$$

$$-\frac{21}{2} = x$$

### Vérifier

Après avoir résolu une équation et pour vérifier si le nombre trouvé est bien la solution, on remplacera le nombre  $x$  dans chaque membre de l'équation de départ par le nombre trouvé puis on les calculera séparément. Si les deux résultats sont égaux c'est que c'est bien la solution de l'équation (on pourra utiliser la calculatrice pour cela).

$$7x - 5 = 4x + 9$$

$$7x - 5 - 4x = 4x + 9 - 4x$$

$$3x - 5 = 8$$

$$3x - 5 + 5 = 8 + 5$$

$$3x = 14$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{14}{3}$$

$$x = \frac{14}{3}$$

### Membre de gauche

$$7 \times \frac{14}{3} - 5$$

$$\frac{83}{3}$$

### Membre de droite

$$4 \times \frac{14}{3} + 9$$

$$\frac{83}{3}$$