Lösungen – Rohstoffsilo

1) FLEX-Aufgabe

Siehe Lösungsblatt: FLEX-Lösung

2) Arbeitsblatt: *Höhe bestimmen*

<u>Geometrische Form des Silos</u>
Der Silo ist aus verschiedenen geometrischen Körpern zusammengesetzt: ein hoher Zylinder, ein Kegelsegment und ein (kleinerer) Zylinder

<u>Länge des Seiles</u>
Um die durchschnittliche Länge des Seiles (s) zu berechnen, müssen wir das arithmetische Mittel der Werte in der Spalte B berechnen:

$$s = \frac{4.62 + 4.23 + 4.07 + 3.89 + 3.91 + 4.02 + 4.36 + 4.49}{8}$$

$$s = 4.2\ m$$

Das Seil ist demnach durchschnittlich 4.2 m lang.

<u>Füllhöhe im Silo</u>
Um die durchschnittliche Füllhöhe zu berechnen, benötigen wir zunächst die Höhe des Silos. Dazu verwenden wir das Applet und stellen den Schieberegler Höhe auf den maximalen Wert 7.12 m. Wir können beobachten, wie sich der Modell-Silo im Applet bis an den oberen Rand füllt. Nun können wird die durchschnittliche Länge des Seiles von der Höhe des Silos subtrahiert:

$$7.12\ m - 4.2\ m = 2.92\ m$$

Die durchschnittliche Füllhöhe beträgt also etwa 2.92 m.

3) Arbeitsblatt: *Volumen des Silos -1 und 2*

<u>Volumen des Silos</u>
Um das Gesamtvolumen des Silos berechnen zu können, betrachten wir zunächst die Grafik bzw. den Original-Plan. Wir erkennen, dass die Volumenformeln eines Zylinders und Kegels zur Berechnung benötigt werden.

$$V_{Zylinder} = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

Die Maße entnehmen wir dem Bild bzw. dem Original-Plan.
Anmerkung: Da das Volumen in m^3 angegeben werden soll, muss zu Beginn oder am Schluss in diese Einheit umgewandelt werden.

- Zylinder: $h = 5.5\,m, r = \frac{3.183m}{2} = 1.59\,m$

$$V_{Zylinder} = 1.59^2 \cdot \pi \cdot 5.5$$
$$V_{Zylinder} \approx \mathbf{43.76\,m^3}$$

- Kegel: $r = 1.59\,m$

Im Arbeitsblatt *Volumen des Silos – 1* muss die Höhe des Kegels mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden:

$$h^2 + r^2 = 2.268^2$$

Umformen und einsetzen ergibt $h = 1.62\,m$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot 1.59^2 \cdot \pi \cdot 1.62$$
$$V_{Kegel} \approx \mathbf{4.3\,m^3}$$

Das Gesamtvolumen des Silos erhalten wir nun, indem die beiden Teil-Volumina addiert werden.

$$\boldsymbol{V_{Silo} = V_{Zylinder} + V_{Kegel} \approx 48.06\,m^3}$$

Im Arbeitsblatt *Volumen des Silos – 2* kann die Höhe des Kegels direkt abgelesen werden und beträgt $1.616\,m$. Das Rechnen mit den gespeicherten Werten liefert dasselbe Ergebnis.

<u>Volumen des Rohstoffes im Silo</u>
Die durchschnittliche Füllhöhe des Rohstoffes beträgt 2.92 m. Da der Silo im unteren Bereich (Kegel) sicher gefüllt ist, bleibt dieses Volumen unverändert. Für den Zylinder bleibt eine Füllhöhe von $2.92\,m - 1.62\,m = 1.3\,m$ übrig.
Wir berechnen ein neues Zylinder-Volumen:

$$V_{Zylinder} = 1.59^2 \cdot \pi \cdot 1.3 \approx 10.34\,m^3$$

Das Volumen des Rohstoffes im Silo beträgt nun:

$$\boldsymbol{V_{Rohstoff}} = 4.29 + 10.34 \approx \mathbf{14.64\,m^3}$$

4) Arbeitsblatt: *Menge eines Rohstoffs*

Zuerst sollen wir die Menge an Kalkgries berechnen, die sich noch im Silo befindet. Dazu wissen wir, dass 14.64 m^3 des Rohstoffes im Silo sind und der Rohstoff ein Schüttgewicht von 0.96kg/l aufweist. Zunächst muss das Volumen in Liter umgerechnet werden.

$$14.641\,m^3 = 14\,641\,l$$

Wir multiplizieren die Anzahl der Liter mit dem Schüttgewicht:

$$14\,641\ l\ \cdot\ 0.96\frac{kg}{l} \approx 14\,055.7\ kg$$
$$14\,055.7\ kg\ \approx 14\ t$$

Es befinden sich etwa 14 Tonnen Kalkgries im Silo.

Als nächstes sollen wir berechnen, wie viele Tonnen Kalkgries in diesem Silo noch Platz haben. Wir wissen aus dem vorigen Arbeitsblatt, dass der Silo ein Fassungsvermögen von rund $48.06\ m^3$ besitzt. Das entspricht einer Menge von $48\,060\ l$. Diese Anzahl multiplizieren wir wiederum mit dem Schüttgewicht.

$$48\,060\ kg\ \cdot 0.96\frac{kg}{l} \approx 46\ t$$

In den Silo passen etwa 46 Tonnen Kalkgries.

Die Firma soll nun Kalkgries bestellen und den Silo auffüllen. Sie kann diesen in der Realität aufgrund technischer Faktoren aber nur bis 15 cm unter den oberen Rand befüllen. Um das Volumen der Realität zu bestimmen müssen wir das Volumen dieses 15 cm hohen Zylinders abziehen.

$$V_{klein} = 1.59^2 \cdot \pi\ \cdot 0.15 = 1.19\ m^3$$
$$V_{real} = 48.06 - 1.19 = 46.87\ m^3$$

$46.87\ m^3$ entsprechen $46\,870\ l$.

Um das Gewicht zu berechnen setzen wir wieder in diese Formel ein:

$$Gewicht\ [kg] = \text{Volumen [l]} \cdot \text{Schüttgewicht } [\frac{kg}{l}]$$
$$46\,870\ l\ \cdot 0.96\ \frac{kg}{l} \approx 44\,995\ kg\ \approx 45\ t$$

Unter Berücksichtigung der tatsächlichen Füllhöhe können ca. 45 Tonnen Kalkgries in den Silo gefüllt werden.

Demnach hat die Firma noch Platz für $45\ t - 14\ t = 31$ Tonnen Kalkgries.

Die Frage nach einer „sinnvollen“ Menge können wir unterschiedlich beantworten. Folgende Faktoren können Grundlage für Überlegungen sein und dadurch zu einer Bestell-Strategie führen:

- Ist es sinnvoll, einen LKW mit nur 7 Tonnen zu beladen? Welche Umweltfaktoren sind zu beachten?
- Ist es sinnvoll, die benötigte Menge Kalkgries auf zwei LKW gleich zu verteilen? Wie könnten die Kosten pro Lieferung aussehen? Ist nur der Rohstoffpreis zu bezahlen, oder muss für die Lieferung auch bezahlt werden?
- Ist es sinnvoll, nur einen LKW mit 24 Tonnen zu bestellen? Wann könnte der nächste LKW eine Lieferung bringen?
- Muss die gesamt zur Verfügung stehende Lagerfläche sofort ausgenutzt werden oder kann die Belieferung auch zeitversetzt aber mit voll beladenen LKWs erfolgen?
- …

Zum Beispiel können wir zu dem Schluss kommen, dass aufgrund der Umweltfaktoren und Kostenfrage zunächst 24 Tonnen mit einem LKW geliefert werden. Sobald wieder 24 Tonnen im Silo Platz haben, wird die nächste Bestellung abgegeben.