

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{[\ln(x)]^2}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Obtener a para que la función $f(x) = \begin{cases} e^{2ax-4} & \text{si } x < 1 \\ 1 - x \ln(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ sea continua en $x=1$.

Halla también la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en $x=2$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula todas las asíntotas de $f(x) = \frac{3x^2+4}{(x-2)^2}$.

Estudia también la posición relativa de la función respecto a sus asíntotas horizontales.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determinar la curvatura y los puntos de inflexión de $f(x) = e^x(x^2 - 5x + 6)$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{\ln(x)} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dibuja sobre el mismo sistema de referencia las gráficas de las funciones $f(x) = 3 - x^2$, $g(x) = \frac{-x^2}{4}$ y $h(x) = 4 - 2x$. Calcula e indica claramente las coordenadas de los cortes de cada función con los ejes de coordenadas, los puntos de corte de las funciones entre sí y los vértices de las parábolas.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Demuestra que la función $f(x) = x^3 - \ln(x) - 5$ corta al menos una vez al eje horizontal en el intervalo $(1, 2)$.

b) [1 punto] Dibuja la función $f(x) = \sin(x)$ en el dominio $[-\pi/2, \pi/2]$ y justifica por qué es inyectiva en ese dominio.

Ejercicio 4.- Estudia los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 1}$
