

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Resuelve
$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 16 \geq 0 \\ \frac{x-1}{2x+3} > 1 \end{array} \right\}$$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Obtener la recta tangente y la recta normal a $f(x) = \ln(1-2x)$ en el punto $x=0$.

b) [1 punto] Dibujar la gráfica de $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ y la gráfica de $g(x) = \frac{1}{2}$ sobre el mismo sistema de referencia. Sacar los puntos de corte de ambas gráficas.

Ejercicio 3.- a) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$

b) [2 puntos] Obtener la derivada de $f(x) = \frac{1}{x-1}$ mediante la definición formal de derivada.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{-1}{4-x^2}$. Calcula el dominio, los cortes con los ejes de coordenadas, la simetría y las asíntotas.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Resuelve $\sqrt{e^x} + \sqrt{e^x - 4} = 1$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + b$. Obtener a y b para que exista un punto de inflexión en $(1, 3)$.

b) [1,5 puntos] Sacar el punto simétrico del punto $A(-3, 0)$ respecto de la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases}$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Obtener a para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos(ax)} = 8$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^x + x^2 + 2}{3e^x}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{6} - \frac{3}{2} & \text{si } x < 3 \\ \ln(x-2) & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$. Calcular los puntos (x, y) de la gráfica en que la recta tangente a la función es paralela a la recta $r: x + 3y = 0$.