

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos(x)}{\operatorname{tg}(x)} \right)$.

b) [1 punto] Obtener en forma explícita la recta tangente a la función $f(x) = e^x \cdot \ln(x) + 2x$ en $x = 1$.

c) [1 punto] Obtener en forma explícita la recta tangente a la función $f(x) = \frac{x(2x+1)}{\sqrt{x+2}}$ en $x = 2$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Estudia y representa gráficamente $f(x) = x^2 - 4x + 2$.

b) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{x}{\ln x}$. Estudia el dominio, las asíntotas y los extremos relativos.

Ayuda: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{\ln(x)} \right) = 0$

Ejercicio 3.- Sea la función $f(x) = \ln(x^3 - 4x)$.

a) [1 punto] Determina el dominio de la función.

b) [1,5 puntos] Halla la ecuación explícita de la recta tangente en el punto $x = -1$.

Ejercicio 4.- Sea la función $f(x) = x^2 - 8 \cdot \ln(x)$ definida en $f: 1 \rightarrow +\infty$. Estudia intervalos de crecimiento y decrecimiento, calcula los extremos relativos de la función y obtén el valor de la ordenada en cada extremo.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] La derivada de una función es negativa para valores $x < 1$ y positiva para valores $x > 1$. ¿Podemos afirmar que en $x = 1$ tenemos un mínimo relativo? Razona tu respuesta y escribe la ecuación de una función que justifique tu respuesta.

b) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos(x)}{\operatorname{tg}(x)} \right)$.

c) [1 punto] Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} + 2 & \text{si } x \neq 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Calcula k para que $f(x)$ sea continua en $x = 0$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia las asíntotas y los extremos relativos de la función $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Calcule a y b para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ pase por el punto $(-1, 6)$ y su recta tangente en $x = 1$ forme un ángulo de 45° con el eje OX.

b) [1 punto] Sea la función $f(x) = x^2 - 8 \cdot \ln(x)$ definida en $f: 1 \rightarrow +\infty$. Obtener los puntos de inflexión y el valor de la ordenada de esos puntos.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$. ¿Qué punto de la función se encuentra a la menor distancia posible del origen $(0, 0)$? Obtener esa distancia mínima.

Recuerda que, dados dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, la distancia que los separa es $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.