

12月19日数学作业

一、选择题

1. 已知全集 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3\}$, 则 $\complement_U A =$ (**B**)

- A. $\{1, 3\}$ B. $\{5, 7, 9\}$ C. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ D. $\emptyset$

$$\because U = \{1, 3, 5, 7, 9\}, A = \{1, 3\}$$

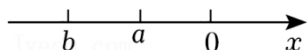
$$\therefore \complement_U A = \{5, 7, 9\}$$

2. 设命题 $P: \exists x \in \mathbf{R}, x+1 \geq 0$, 则 $\neg P$ 为 (**C**)

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x+1 \geq 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x+1 < 0$ C. $\forall x \in \mathbf{R}, x+1 < 0$ D. $\exists x \notin \mathbf{R}, x+1 \geq 0$

$$\neg P: \forall x \in \mathbf{R}, x+1 < 0$$

3. 已知实数 a, b 在数轴上对应的点如图所示, 则下列式子中正确的是 (**A**)



A. $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

~~B. $a^2 > b^2$~~

$$a = -0.1$$

$$b = -0.2$$

$$a^2 < b^2$$

~~C. $b - a > 0$~~

$$b - a < 0$$

~~D. $|b|a < |a|b$~~

$$|b|a = |a|b$$

4. 三个实数 $a = 0.33$, $b = 2^{0.3}$, $c = \lg 0.3$ 的大小关系是 (**B**)

A. $a > b > c$

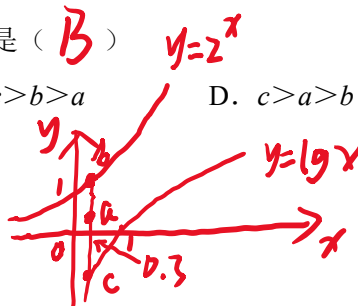
B. $b > a > c$

C. $c > b > a$

D. $c > a > b$

$$\text{如图: } b > a > c$$

计算器验证: $2^{0.3} \approx 1.23$, $\lg 0.3 \approx -0.52$.



5. 函数 $f(x) = \ln x + 2x - 3$ 的零点所在的大致区间是 (**A**)

A. $(1, 2)$

B. $(2, 3)$

C. $(3, 4)$

D. $(4, 5)$

$$\because f(1) = -1$$

$$f(2) = \ln 2 + 1 > 0$$

$$f(3) = \ln 3 + 3 > 0$$

$$f(4) = \ln 4 + 5 > 0$$

$$f(5) = \ln 5 + 7 > 0$$

$\therefore$ 零点所在区间为 $(1, 2)$

$$f(1)f(2) < 0,$$

6. 中国的 5G 技术领先世界, 5G 技术的数学原理之一便是著名的香农公式:

$C = W \log_2(1 + \frac{S}{N})$. 它表示: 在受噪声干扰的信道中, 最大信息传递速度 C 取决于信道

带宽 W , 信道内信号的平均功率 S , 信道内部的高斯噪声功率 N 的大小, 其中 $\frac{S}{N}$ 叫做信

噪比. 当信噪比较大时, 公式中真数中的 1 可以忽略不计. 按照香农公式, 若不改变

带宽 W , 而将信噪比 $\frac{S}{N}$ 从 1000 提升至 10000, 则 C 大约增加了 (C).

A. 11%

B. 22%

C. 33%

D. 100%

$\therefore C(1000) = W \log_2 1000 \approx 10W$
 $C(10000) = W \log_2 10000$
 $2^{10} = 1024, 2^{11} = 2048, 2^{12} = 4096, 2^{13} = 8192, 2^{14} = 16384$
 $\therefore C$ 的增长率在区间 $(0.3, 0.4)$ 内

二、填空题

7. 函数 $f(x) = \ln(x-1) + \frac{1}{x-2}$ 的定义域是 $\{x | x > 1 \text{ 且 } x \neq 2\}$.

$\therefore \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \therefore x > 1 \text{ 且 } x \neq 2.$

8. 若函数 $f(x)$ 在其定义域上单调递增, 且零点为 2, 则满足条件的一个 $f(x)$ 可能是 $f(x) = 2^{x-2} - 1$. (写出满足条件的一个 $f(x)$ 即可)

或 $f(x) = x - 2$
 $f(x) = 2^x$
 $f(x) = 2^{x-2} - 1$
 通过函数平移构造符合条件的新函数.

9. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示的两条线段组成, 则下列关于函数 $f(x)$ 的说法:

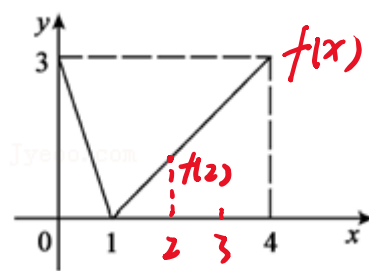
① $f(f(1)) = 3$; $\therefore f(1) = 0 \therefore f(0) = 3.$

② $f(2) > f(0)$; $f(2) < f(0)$

③ $f(x) = 2|x-1| - x + 1, x \in [0, 4]$;

④ $\exists a > 0$, 不等式 $f(x) \leq a$ 的解集为 $[\frac{1}{3}, 2]$.

其中正确的说法有 ①、③. (写出所有正确说法的序号)



③ 若 $x \in [0, 1]$ 则 $f(x) = -3x + 3$

若 $x \in [1, 4]$ 则 $f(x) = x - 1$

$\therefore f(x) = 2|x-1| - x + 1, x \in [0, 4]$

当 $x \in [0, 1]$ 则 $f(x) = 2(1-x) - x + 1 = -3x + 3$

当 $x \in [1, 4]$ 时 $f(x) = 2(x-1) - x + 1 = x - 1$

④ $\therefore f(\frac{1}{3}) = 2$

$f(2) = 1$

不存在 a 使

$f(x) \leq a.$