

1. Chứng minh không gian vector con

$$A = \{x = (a, b, c, 0) / a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

$$\forall x = (a, b, c, 0) \in A \Rightarrow x \in \mathbb{R}^4$$

$$\text{Vậy } A \subset \mathbb{R}^4$$

$$\forall x = (a, b, c, 0) \in A$$

$$\forall y = (a_1, b_1, c_1, 0) \in A$$

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\text{TA PHẢI CHỨNG MINH: } \alpha x + \beta y \in A$$

$$\text{Ta có: } \alpha x + \beta y = \alpha(a, b, c, 0) + \beta(a_1, b_1, c_1, 0)$$

$$= (\alpha a, \alpha b, \alpha c, 0) + (\beta a_1, \beta b_1, \beta c_1, 0)$$

$$= (\alpha a + \beta a_1, \alpha b + \beta b_1, \alpha c + \beta c_1, 0) \in A$$

$$\Rightarrow A \text{ là KGVT con của } \mathbb{R}^4$$

2. Tổ hợp tuyến tính

$$\text{Xét } x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3$$

Hệ phương trình có nghiệm thì x là THPT

$$\text{Trong KGVT } E: \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n = 0E$$

Hệ phương trình có nghiệm: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ thì hệ ĐLTT

Hệ phương trình có vô số nghiệm thì hệ PTTT

3. Chứng minh hệ sinh

$$U = \{x_1 = (1, 1, 1), x_2 = (1, 0, 2), x_3 = (2, 1, 4)\}$$

Là một hệ sinh của KGVT $\mathbb{R}^3$

$$\forall x = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$$

$$\text{Xét } x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3$$

$$\Leftrightarrow (a, b, c) = \alpha_1(1, 1, 1) + \alpha_2(1, 0, 2) + \alpha_3(2, 1, 4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 = a \\ \alpha_1 + \alpha_3 = b \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3 = c \end{cases}$$

$$\bar{A} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & a \\ 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 2 & 4 & c \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & a \\ 0 & -1 & -1 & b-a \\ 0 & 1 & 2 & c-a \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & a \\ 0 & -1 & -1 & b-a \\ 0 & 0 & 1 & c+b-2a \end{array} \right]$$

Ta có: $r(A) = r() = 3 \forall a, b, c$

$\Rightarrow$ hệ phương trình có nghiệm $\forall a, b, c$

$\Rightarrow x$ là 1 THTT của x_1, x_2, x_3

$\Rightarrow U$ là 1 hệ sinh của $\mathbb{R}^3$

4. Chứng minh cơ sở

Hệ U trong ví dụ trên là cơ sở của $\mathbb{R}^3$

Ta có: U là 1 hệ sinh của 3

Ta c/m U ĐLTT

Xét: $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 = 0$

$$\Leftrightarrow \alpha_1(1, 1, 1) + \alpha_2(1, 0, 2) + \alpha_3(2, 1, 4) = (0, 0, 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 + \alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3 = 0 \end{cases}$$

$$A = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Ta có: $r(A) = 3 = \text{số ẩn} \Rightarrow$ hpt có nghiệm duy nhất $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

$\Rightarrow U$ ĐLTT

$\Rightarrow U$ là cơ sở của 3

5. Chứng minh cơ sở

Trong KGVT P ở đ thức có bậc ≤ 2 , cho các Vector sau:

$$e_1 = x^2 + x - 1, e_2 = x - 2, e_3 = 2x^2 - x + 2$$

$U = \{e_1, e_2, e_3\}$ là cơ sở của P

Ta có: $\dim(P) = 3 = \text{số Vector của hệ } U$

Để c/m U là 1 cơ sở của P ta c/m U ĐLTT

Xét: $\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 = OP$

$$\Leftrightarrow \alpha_1(x^2 + x - 1) + \alpha_2(x - 2) + \alpha_3(2x^2 - x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\alpha_1 + 2\alpha_3)x^2 + (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)x + (-\alpha_1 - 2\alpha_2 + 2\alpha_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + 2\alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 = 0 \\ -\alpha_1 - 2\alpha_2 + 2\alpha_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Ta có: $r(A) = 3 = \text{số ẩn} \Rightarrow$ hpt có nghiệm duy nhất $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

$\Rightarrow U$ ĐLTT

$\Rightarrow U$ là cơ sở của P

6. Tọa độ của 1 vector đối với 1 cơ sở cho trước

Cho $f(x) = x^2 - x + 2$. Tìm tọa độ của Vector $f()$ đối với cơ sở U (U ở ví dụ trên)

Xét $f(x) = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3$

$$\Leftrightarrow (\alpha_1 + 2\alpha_3)x^2 + (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)x + (-\alpha_1 - 2\alpha_2 + 2\alpha_3) = x^2 - x + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + 2\alpha_3 = 1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 = -1 \\ -\alpha_1 - 2\alpha_2 + 2\alpha_3 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \bar{A} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 3 \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{array} \right]$$

Ta có: $r(A) = r(\bar{A}) = 3 = \text{số ẩn} \Rightarrow$ hpt có nghiệm duy nhất

$$\text{hpt} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + 2\alpha_3 = 1 \\ \alpha_2 - 3\alpha_3 = -2 \\ -2\alpha_3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = -\frac{1}{2} \\ \alpha_3 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } f(x)/_U = \left(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

7. Cơ sở và số chiều

$$A = \{x = (a, b, c, 0) / a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

Là 1 KGVT con của KGVT $\mathbb{R}^4$. Tìm cơ sở và số chiều của nó.

$\forall x = (a, b, c, 0) \in A$, ta có:

$$\begin{aligned} x &= (a, 0, 0, 0) + (0, b, 0, 0) + (0, 0, c, 0) \\ &= a(1, 0, 0, 0) + b(0, 1, 0, 0) + c(0, 0, 1, 0) \end{aligned}$$

Đặt: $e_1 = (1, 0, 0, 0)$

$$e_2 = (0, 1, 0, 0)$$

$$e_3 = (0, 0, 1, 0)$$

$U = \{e_1, e_2, e_3\}$ là 1 hệ sinh của A

Xét: $\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 = 0$

$$\Leftrightarrow \alpha_1(1, 0, 0, 0) + \alpha_2(0, 1, 0, 0) + \alpha_3(0, 0, 1, 0) = (0, 0, 0, 0)$$

$$\Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

$\Rightarrow U$ ĐLTT

Vậy U là cơ sở của A

$$\Rightarrow \dim(A) = 3$$

8. Chứng minh ánh xạ tuyến tính

ánh xạ $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$x = (x_1, x_2, x_3) \rightarrow f(x) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3)$$

là 1 ánh xạ tuyến tính.

$$\forall x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$$

$$\forall y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$$

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

$$\Rightarrow f(x + y) = (x_1 + x_2 + y_1 + y_2, x_2 + x_3 + y_2 + y_3)$$

$$f(x) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3)$$

$$f(y) = (y_1 + y_2, y_2 + y_3)$$

$$\Rightarrow f(x) + f(y) = (x_1 + x_2 + y_1 + y_2, x_2 + x_3 + y_2 + y_3) = f(x + y) \quad (1)$$

$$\alpha x = (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3)$$

$$\Rightarrow f(\alpha x) = (\alpha x_1 + \alpha x_2, \alpha x_2 + \alpha x_3)$$

$$\alpha f(x) = (\alpha x_1 + \alpha x_2, \alpha x_2 + \alpha x_3) = f(\alpha x) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f$ là một ánh xạ tuyến tính

10. Ảnh và hạt nhân của ánh xạ tuyến tính

$$f: E \longrightarrow F$$

Ảnh của ánh xạ tuyến tính:

$$\text{Im} f = \left\{ y \in F / \exists x \in E \text{ thỏa mãn } y = f(x) \right\}$$

Hạt nhân của ánh xạ tuyến tính:

$$\text{Ker} f = \left\{ x \in E / f(x) = o_F \right\}$$

$\text{Ker} f$ là 1 KGVT con của E và $\text{Im} f$ là 1 KGVT con của F

Viết: $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$$x = (x_1, x_2, x_3) \longmapsto f(x) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + 2x_2 + x_3)$$

a/ CM f là 1 AXTT

b/ Tìm $\text{Im}f$, $\text{Ker}f$, $\dim(\text{Im}f)$, $\dim(\text{Ker}f)$

a/ $\forall x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$

$\forall y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$

$\forall \alpha \in \mathbb{R}$

Ta có: $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$

$\Rightarrow f(x + y) = (x_1 + x_2 - x_3 + y_1 + y_2 - y_3, x_1 + 2x_2 + x_3 + y_1 + 2y_2 + y_3)$

$f(x) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + 2x_2 + x_3)$

$f(y) = (y_1 + y_2 - y_3, y_1 + 2y_2 + y_3)$

$\Rightarrow f(x) + f(y) = (x_1 + x_2 - x_3 + y_1 + y_2 - y_3, x_1 + 2x_2 + x_3 + y_1 + 2y_2 + y_3)$
 $= f(x + y) \quad (1)$

$\alpha x = (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3)$

$\Rightarrow f(\alpha x) = (\alpha x_1 + \alpha x_2 - \alpha x_3, \alpha x_1 + 2\alpha x_2 + \alpha x_3)$

$\alpha f(x) = (\alpha x_1 + \alpha x_2 - \alpha x_3, \alpha x_1 + 2\alpha x_2 + \alpha x_3) = f(\alpha x) \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f$ là 1 AXTT

b/

$$\text{Ker}f = \left\{ x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x) = \mathbf{0}_{\mathbb{R}^2} \quad (*) \right\}$$

$(*) \Leftrightarrow (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + 2x_2 + x_3) = (0, 0)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$r(A) = 2 < \text{số ẩn} \Rightarrow$ hpt có VSN phụ thuộc 1 tham số.

hpt $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

Đặt: $x_3 = \alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow x_2 = -2\alpha$

$\Rightarrow x_1 = 3\alpha$

$$\text{Vậy } \text{Ker}f = \left\{ x = (3\alpha, -2\alpha, \alpha) / \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

Ta có 1 cơ sở của f là : $\{(3, -2, 1)\}$

$$\Rightarrow \dim(\text{Ker}f) = 1$$

$$\text{Im}f = \left\{ y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 / \exists x = (x_1, x_2, x_3) \text{ thỏa mãn } y = f(x) \quad (**) \right\}$$

$$(**) \Leftrightarrow (y_1, y_2) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + 2x_2 + x_3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = y_1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = y_2 \end{cases}$$

$$\bar{A} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & y_1 \\ 1 & 2 & 1 & y_2 \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & y_1 \\ 0 & 1 & 2 & y_2 - y_1 \end{array} \right]$$

$$r(A) = r(\bar{A}) = 2 \quad \forall y_1, y_2$$

$\Rightarrow$ hpt có nghiệm $\forall y_1, y_2$

$$\text{Vậy } \text{Im}f = \left\{ y = (y_1, y_2) / y_1, y_2 \in \mathbb{R} \right\} = \mathbb{R}^2$$

$$\Rightarrow \dim(\text{Im}f) = 2$$

11. Ma trận của ánh xạ tuyến tính

$$\text{Ví dụ 1: } f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

$$x = (x_1, x_2, x_3) \longmapsto f(x) = (x_1 - 2x_2, 3x_2 + x_3)$$

Tìm ma trận của AXTT f theo cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ và $\mathbb{R}^2$

Giải:

Cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$: $(e) = \{e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)\}$

Cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$: $(f) = \{f_1 = (1, 0), f_2 = (0, 1)\}$

$$\text{Ta có: } f(e_1) = (1, 0) \Rightarrow f(e_1)/(f) = (1, 0)$$

$$f(e_2) = (-2, 3) \Rightarrow f(e_2)/(f) = (-2, 3)$$

$$f(e_3) = (0, 1) \Rightarrow f(e_3)/(f) = (0, 1)$$

Ma trận của ánh xạ tuyến tính là:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

12. Ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở U sang cơ sở V

Trong $KG \mathbb{R}^3$ cho 2 hệ cơ sở:

$$U = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (1, 2, 1)\}$$

$$V = \{v_1 = (2, 3, 2), v_2 = (-1, 1, 4), v_3 = (2, 1, 3)\}$$

Tìm ma trận chuyển từ cơ sở U sang cơ sở V

Giải:

Tìm v_1/u . Xét $v_1 = a_1u_1 + a_2u_2 + a_3u_3$

$$\Leftrightarrow (2, 3, 2) = a_1(1, 1, 1) + a_2(1, 0, 2) + a_3(1, 2, 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + a_3 = 2 \\ a_1 + 2a_2 + a_3 = 3 \\ a_1 + 2a_2 + a_3 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = 1 \end{cases}$$

Tương tự. Tìm v_2/u . Xét $v_2 = b_1u_1 + b_2u_2 + b_3u_3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = -13 \\ b_2 = 5 \\ b_3 = 7 \end{cases}$$

Tương tự. Tìm v_3/u . Xét $v_3 = c_1u_1 + c_2u_2 + c_3u_3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 1 \\ c_2 = 1 \\ c_3 = 0 \end{cases}$$

Ma trận chuyển từ cơ sở U sang cơ sở V :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -13 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 1 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

13. Phương pháp tìm trị riêng và vector riêng

Bước 1: Tìm ma trận A của phép BĐTT f theo một cơ sở nào đó của $KG E$

Bước 2: Lập ma trận $A - \lambda I_n$. Tính $p(\lambda) = \det(-\lambda I_n)$

Bước 3: Giải $p(\lambda) = 0 \Rightarrow$ các trị riêng λ_i

Bước 4: Ứng với mỗi trị riêng ta tìm Vector riêng: $(A - \lambda_i I_n)x = 0E$

14. Phương pháp giải bài toán chéo hoá ma trận

Bước 1: Tìm các trị riêng của phép BĐTT f

Bước 2: Ứng với mỗi trị riêng tìm các Vector riêng tương ứng

Bước 3: Nếu tìm đủ n Vector riêng ĐLTT thì hệ U gồm n VTR này tạo thành 1 cơ sở của E và trong cơ sở này ma trận B có dạng chéo hóa, từ đó suy ra:

$$P^{-1}AP = B = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow A$ chéo hóa được.

16. Ma trận của dạng toàn phương

Ma trận của dạng toàn phương là ma trận vuông, đối xứng $A = [a_{ij}]_n$

Trong đó: $a_{ij} = a_{ji} \forall i \neq j$

Ví dụ: $\omega(x) = x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 7x_2x_3 + 2x_3x_1$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & \frac{7}{2} \\ 1 & \frac{7}{2} & 3 \end{bmatrix}$$

17. Hạng của dạng toàn phương

Hạng của dạng toàn phương chính là hạng của ma trận của dạng toàn phương đó.

18. Phương pháp LEGRANGE đưa 1 dạng toàn phương về dạng chính tắc

TH1: $\exists a_{ii} = 0; i = \overline{1, n}$

$$\begin{aligned}
 \omega(x) &= x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 7x_2x_3 + 2x_3x_1 \\
 &= (x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_3x_1) - 2x_2^2 + 3x_3^2 + 7x_2x_3 \\
 &= (x_1^2 - 2x_1(2x_2 - x_3)) - 2x_2^2 + 3x_3^2 + 7x_2x_3 \\
 &= (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 - (2x_2 - x_3)^2 - 2x_2^2 + 3x_3^2 + 7x_2x_3 \\
 &= (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 + 2x_3^2 + 11x_2x_3 - 6x_2^2 \\
 &= (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 - 6(x_2^2 - \frac{11}{6}x_2x_3) + 2x_3^2 \\
 &= (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 - 6(x_2^2 - 2x_2(\frac{11}{12}x_3)) + 2x_3^2 \\
 &= (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 - 6(x_2 - \frac{11}{12}x_3)^2 + 6(\frac{11}{12}x_3)^2 + 2x_3^2 \\
 &= (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 - 6(x_2 - \frac{11}{12}x_3)^2 + \frac{169}{24}x_3^2
 \end{aligned}$$

Đặt:
$$\begin{cases} y_1 = x_1 - 2x_2 + x_3 \\ y_2 = x_2 - \frac{11}{12}x_3 \\ y_3 = x_3 \end{cases} \quad (*)$$

$\Rightarrow$ **Dạng chính tắc:** $\omega(x) = y_1^2 - 6y_2^2 + \frac{169}{24}y_3^2$

Giả sử: đối với cơ sở chính tắc (e): $x/(e) = (x_1, x_2, x_3)$

đối với cơ sở mới (f): $x/(f) = (y_1, y_2, y_3)$

TÌM CƠ SỞ (f):

Tìm ma trận P chuyển từ cơ sở (e) sang cơ sở (f)

Ta có: $x/(e) = P. x/(f)$

Từ (*) suy ra:
$$\begin{cases} x_1 = y_1 + 2y_2 + \frac{5}{6}y_3 \\ x_2 = y_2 + \frac{11}{12}y_3 \\ x_3 = y_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \frac{5}{6} \\ 0 & 1 & \frac{11}{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{Ma trận } P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \frac{5}{6} \\ 0 & 1 & \frac{11}{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{Cơ sở } (f) = \left\{ f_1 = (1, 0, 0), f_2 = (2, 1, 0), f_3 = \left(\frac{5}{6}, \frac{11}{12}, 1 \right) \right\}$$