

34 ED. Estructures desplegable

Introducció

Aquest capítol tracta de les estructures desplegable o plegable. Es presenten en dues modalitats diferents. En la primera funcionen com un mecanisme que permet el plegat i desplegat amb les avantatges que tal situació comporta, per exemple, en la mobilitat o transport. La segona, una vegada desplegada, deixen de funcionar com un mecanisme i poden tenir una funció mecànica o estructural. En tot cas, es tracta d'estructures de funció estàtica limitada en el temps. Utilitzant el programa de geometria dinàmica GeoGebra, s'han realitzat una sèrie d'aplicacions que més endavant es comentaran. Les qüestions a considerar són les següents:

1. Aprofitant les característiques de GeoGebra, l'objectiu principal de les aplicacions és observar el procés dinàmic de plegat i desplegat de les estructures.
2. Perquè una estructura sigui desplegable, és necessari que els seus membres permetin aquesta mobilitat. En aquest cas, es diu que l'estructura és un mecanisme. Al mateix temps, un mecanisme és una estructura que no serveix per suportar estímuls estàtics exteriors, tot i que per plegar i desplegar el mecanisme calgui efectuar algun tipus de sol·licitació.
3. Es definirà grau de llibertat al nombre d'aportacions exteriors a realitzar que permetin que un mecanisme deixi de ser-ho i es converteixi en una estructura estable.
4. A les aplicacions que venen a continuació no es farà un estudi dels seus graus de llibertat. Aquesta no és una qüestió simple i sobrepassa els objectius proposats. Però, en general, es procurarà que les estructures únicament tinguin un sol grau de llibertat, és a dir, que, amb una coacció exterior, l'estructura resulti estable.
5. En general, s'ha intentat que totes les barres que constitueixen l'estructura tinguin la mateixa longitud L . Creiem que aquesta és una propietat molt interessant des del punt de vista constructiu quan es tracta d'estructures desplegables.
6. Freqüentment, les unions entre barres es fan amb articulacions. Un nus genèric té sis graus de llibertat: tres girs i tres desplaçaments. En les articulacions, aquests graus de llibertat queden limitats, permetent únicament el gir de les barres que formen el nus.
7. Com es veurà, moltes de les aplicacions tracten d'estructures formades per tissors. Aquestes estan formades per dues barres. Sempre que és possible, els extrems de les barres són de color blau i les interseccions o nusos articulats es representen de color negre. Amb color vermell es representen els punts on la mobilitat és possible.
8. No és objectiu de les aplicacions resoldre problemes estàtics. Aquests poden ser molt simples, per exemple, una força en una tisora que produeix flexió simple a les barres, o la descomposició d'una força entre les barres que formen un nus. O molt complexos, que freqüentment es resolen utilitzant programes d'elements finits. El paper dels graus de llibertat prenen un protagonisme important en el càlcul estàtic de les estructures desplegables.
9. A cap de les aplicacions s'introdueix una escala de longituds. En conseqüència, les unitats de longitud són les que proporciona GeoGebra i se les designa per l'abreviatura GoG. Si es vol treballar a una escala determinada E , simplement s'ha de multiplicar E pel valor obtingut en unitats GoG.

10. Al final d'aquesta memòria es dona una relació dels llibres o estudis que han servit de fonts per elaborar les aplicacions. En especial, l'estudi 'Sistemas estructurales desplegables para infraestructuras de intervención urbana autoconstruidas' de Jon Beguiristain Mitxelena, que, atesa la seva voluntat didàctica ha permès una permeabilitat molt adequada en GeoGebra.

Les aplicacions proposades són les següents:

- 34.1 ED. Condicions de plegabilitat
- 34.2 ED. Tisores planes
- 34.3 ED. Tisores planes múltiples
- 34.4 ED. Tisores planes en prismes
- 34.5 ED. Tisores en arc
- 34.6 ED. Tisora de quatre barres
- 34.7 ED. Mecanisme de nus girat de sis barres
- 34.8 ED. Arc
- 34.9 ED. Tisora. Paraigües
- 34.10 ED. Triangles
- 34.11 ED. Quadrats
- 34.12 ED. Nau
- 34.13 ED. Tisores planes en tronc de prisma quadrangular deformat
- 34.14 ED. Diafragma
- 34.15 ED. Malla amb barres articulades
- 34.16 ED. Estrella de vuit puntes
- 34.17 ED. Reglades

34.1 ED. Condicions de plegabilitat

No totes les estructures poden ser mecanismes ni totes les estructures poden ser desplegables. Les condicions de plegabilitat poden ser complexes per a estructures complexes. Per això, en aquesta primera aplicació es tracten les tisores i les seves condicions de plegabilitat. Una tisora és una estructura formada per dues barres de tal manera unides, que amb una sola articulació permet que una quedi replegada en l'altra formant allò que aparentment sembla un sol segment. Per definició, una tisora és un mecanisme amb un grau de llibertat, atès que, realitzant una sola coacció en l'articulació, es paralitza el moviment de la tisora.

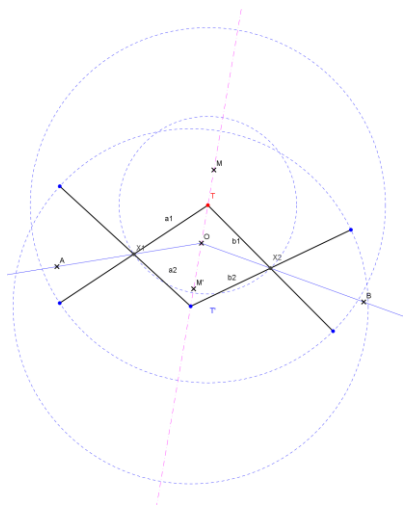


Fig. 34.1

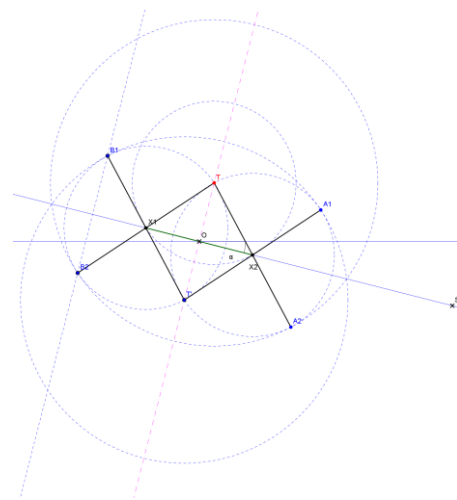


Fig. 34.2

Per a dues tisores unides de la forma que es veu a les figures, tenim que un punt lliscant defineix la casuística C. $C = 1$ defineix el cas general de tisora en dues (2D) o tres (3D) dimensions (fig. 34.1). A la figura, i també a l'aplicació, no es dibuixa la possibilitat que els punts X1, X2 i T no estiguin en el mateix pla, cosa que determinaria la possibilitat del 3D. Perquè la plegabilitat sigui possible, ha de ser $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$. El $C = 2$ defineix el cas particular que la o les tisores es trobin únicament en dues dimensions. Perquè la plegabilitat sigui possible, simplement s'ha de donar que els segments $O-X_1 = O-X_2$ (fig. 34.2). Si les condicions de plegabilitat no es donen, l'estructura es pot desestabilitzar en plegar-se, fins i tot es poden perdre barres en la pròpia aplicació.

En els dos casos, un punt lliscant P defineix el procés d'elaboració del dibuix de les tisores acompanyat d'una columna de text on, correlativament, s'expliquen les operacions realitzades. Igualment es dona el moviment del punt T (de color vermell) i la plegabilitat de les tisores. A més, en el cas $C = 2$ es dona la possibilitat de fer una construcció en què les tisores resultants no siguin plegables.

34.2 ED. Tisores planes

Una vegada explicat, en l'aplicació 34.1, com han de ser les tisores perquè la plegabilitat sigui possible, en aquesta aplicació un punt lliscant determina el nombre de tisores n que són objecte d'estudi i un altre indica la longitud de les barres L , que són iguals en tots els casos i per a totes les tisores. El nombre de tisores varia entre $n = 1$ (fig. 34.3) i $n = 4$ (fig. 34.4). Per a cada cas s'indica l'amplada total B , l'altura H i l'angle α que formen les barres. En aquesta memòria no queden representats els casos d' $n = 2$ i $n = 3$.

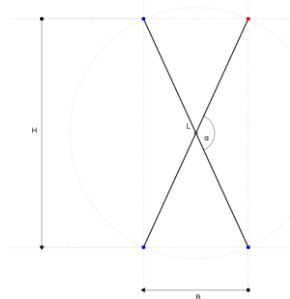


Fig. 34.3

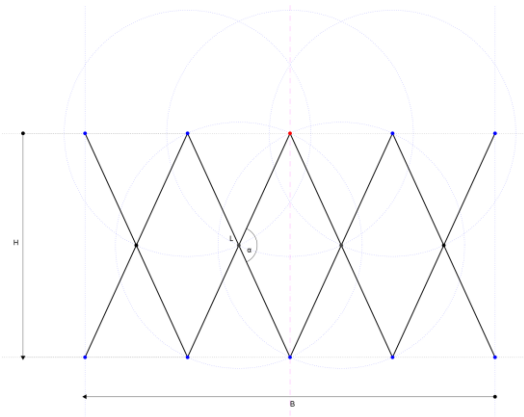


Fig. 34.4

34.3 ED. Tisores planes múltiples

Aquesta aplicació és simplement una ampliació de l'anterior (34.2) en què 16 tisores es col·loquen de la manera que queda representada a la figura 34.5. Un sol punt central de color vermell permet la plegabilitat del conjunt. L'amplada del conjunt és B , l'altura H i l'angle entre barres α . Totes les barres tenen la mateixa longitud L .

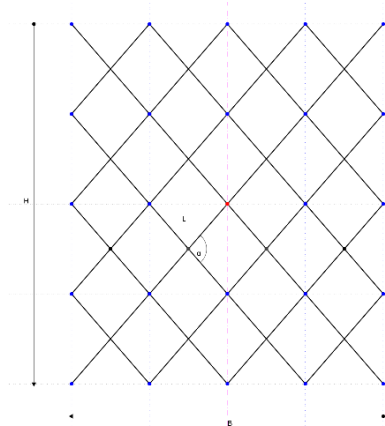


Fig. 34.5

34.4 ED. Tisores planes en prismes

Un punt lliscant permet dibuixar tres tipus de prismes diferents en 3D. El primer és triangular (fig. 34.6), el segon és quadrangular (fig. 34.7) i el tercer és hexagonal (fig. 34.8). A les cares dels prismes es col·loquen tisores de tal manera que, com que es troben a cada cara, en realitat es tracta de tisores encadenades en l'espai. Un punt lliscant 'Desplegable' permet la plegabilitat i desplegalitat del conjunt a cadascun dels prismes. La longitud de les barres, en tots els casos, és la mateixa: L . Per a cada prisma s'indica la longitud B , que no és més que el costat de la base o altura del prisma i l'altura H .

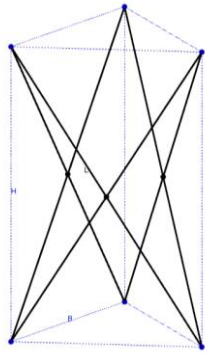


Fig. 34.6

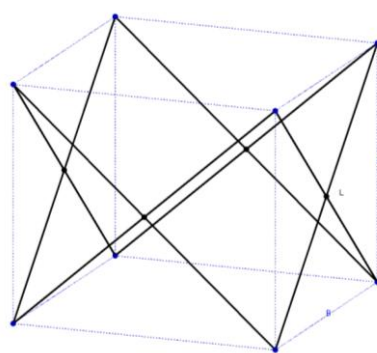


Fig. 34.7

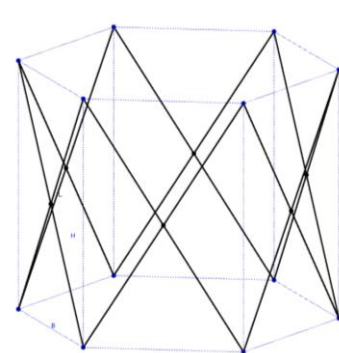


Fig. 34.8

34.5 ED. Tisores en arc

A partir d'un punt qualsevol O i amb radi R , es construeix un arc de cercle d'obertura $2\cdot\beta$.

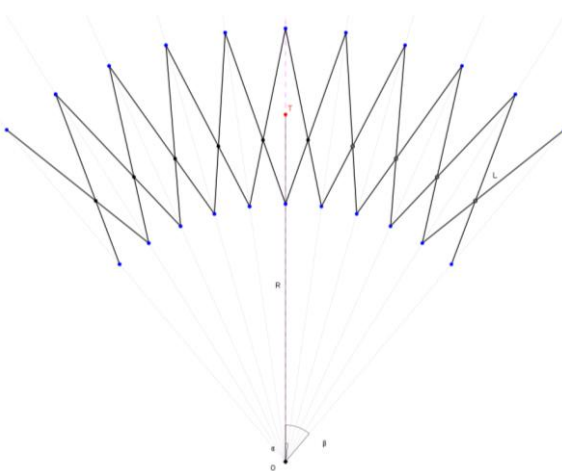


Fig. 34.9

S'encabeixen 10 tisores encadenades, de forma que l'angle d'obertura de cada tisora serà α . Aquest angle servirà igualment per plegar l'estructura. El radi R ha definit un punt T (amb color vermell en la figura 34.9) que servirà per configurar l'estructura. Es donen dues variants del mateix mecanisme. En la primera, les barres tenen la mateixa longitud L però el seu creuament no es produeix a la meitat de la longitud. En la segona, les barres també tenen la mateixa longitud $L/2$ i no existeix creuament entre elles.

34.6 ED. Tisora de quatre barres

Es tracta d'un cub. A cadascun dels vèrtex oposats del cub es col·loca una barra. Apareixeran quatre barres que es troben en el seu punt mitja. Si aquest punt de trobada està format per una articulació que permeti el gir de les barres, tindrem una tisora formada per quatre barres. En aquesta aplicació, les barres de color negre s'han considerat fixes i són les de color blau que, amb la seva mobilitat, es pleguen coincidint amb les de color negre. Les barres tenen longitud L i l'angle α determina la separació en planta entre els dos tipus de barres. Si la diagonal del cub té longitud L , el seu costat $a = L/(3^{1/2})$.

El cub abans mencionat es troba situat al centre d'un conjunt de cinc cubs (fig. 34.10). D'aquest i ortogonalment surten quatre cubs que es distancien una longitud d del central. Totes les

incidències en el cub central es manifesten en els altres. Si $d = a$, els cubs són tangents. Finalment, si $d = 0$, els cinc cubs coincideixen i les seves barres es poden plegar tal com s'indicava anteriorment.

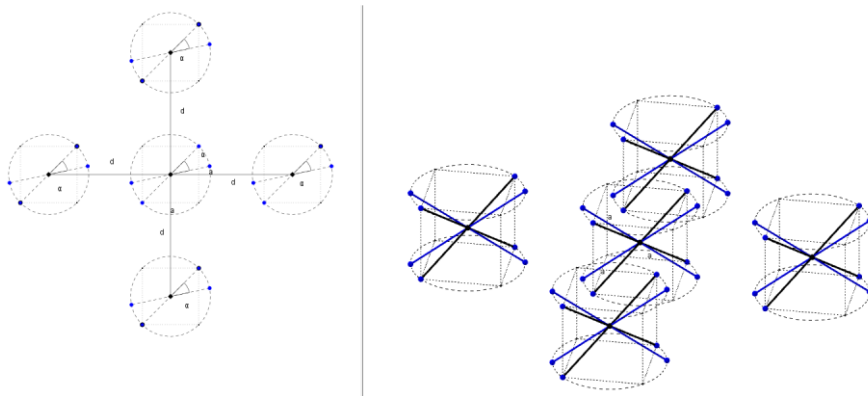


Fig. 34.10

34.7 ED. Mecanisme de nus girat de sis barres

Es parteix d'un prisma hexagonal girat. Del centre de la cara superior de l'hexàgon surten sis

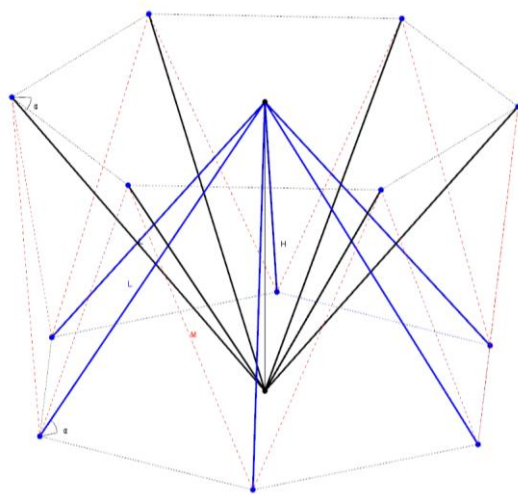


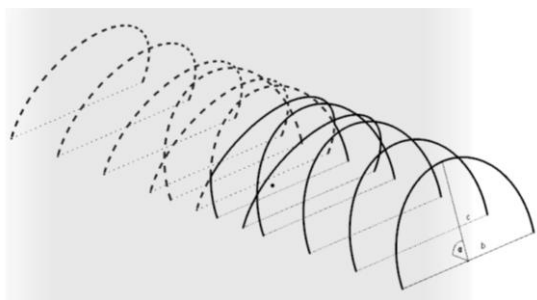
Fig. 34.11

barres de color blau que moren en els vèrtexs de la cara inferior. I de la mateixa manera, del centre de la cara inferior del hexàgon surten sis barres de color negre que moren en els vèrtexs de la cara superior. A més, a les cares verticals del prisma apareixen barres dibuixades a punts de color vermell en forma de tisora. Tot això es veu a la figura 34.11. Les barres de color blau i negre tenen la mateixa longitud L , que es troba en un punt lliscant. Les barres de color vermell tenen una longitud M diferent de les de color negre i blau. Quan l'estructura està plegada, la longitud de totes les barres (les de color vermell incloses) tenen la mateixa longitud. Però quan l'estructura es desplega les longituds L i M són

Diferents. Això vol dir que amb les barres de color vermell no és possible desplegar l'estructura. L'altura del prisma és H . Aquesta es troba en un punt lliscant que permet la modificació en alçat de l'altura del prisma, de forma que, quan $H = 0$, el prisma queda plegat en el pla. A la figura 34.11 s'indica el significat de l'angle α .

34.8 ED. Arc

Aquesta aplicació consisteix en l'abatiment de sis arcs de cercle que es contraposen a l'abatiment d'altres sis arcs simètrics als anteriors. L'amplitud de l'arc b , la fletxa c i la separació entre arcs d es troben als respectius punts lliscants. També en punts lliscants es troben la inclinació dels arcs α i la distància límit a (fig. 34.12). L'estructura queda plegada quan $\alpha = 0^\circ$, $d =$



O i la distància mínima a és aproximadament igual a la meitat de la fletxa c , però es poden trobar altres situacions de plegat. Es dona la longitud de l'arc L .

Fig. 34.12

34.9 ED. Tisora. Paraigües

Un paraigua és una estructura composta de tisoires. En aquest cas, totes les barres tenen la mateixa longitud L , que es troba en un punt lliscant (fig. 34.13). El plegat es troba en un altre punt lliscant i es pot interpretar de diferent manera segons es plegui en un sentit o en el seu contrari. Els angles α i β defineixen la inclinació entre les diverses barres.

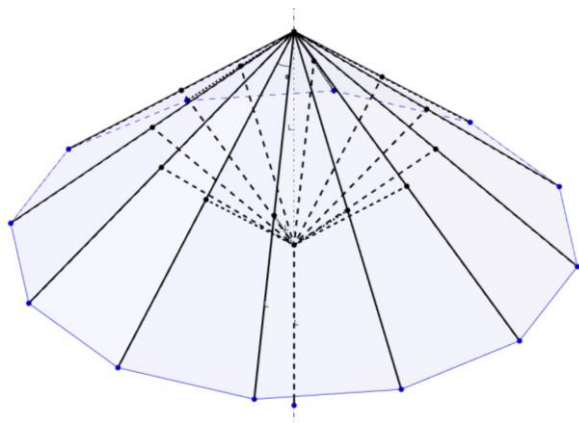


Fig. 34.13

34.10 ED. Triangles

Es tracta d'un conjunt de tretze triangles equilàters de costat L que es pleguen i despleguen sobre un arc de cercle. Els triangles es poden considerar opacs, tal com es veu a la figura 34.14, o bé compostos per tres barres de la mateixa longitud L . L'arc té una amplitud B i una fletxa H . Aquestes tres magnituds L , B i H , es controlen mitjançant punts lliscants. Un dels tretze triangles és inamovible i ocupa la posició central. Els altres sis triangles a banda i banda del central es pleguen sobre aquest amb l'ajuda d'un punt lliscant. L'aplicació dona el radi del cercle R , l'angle α de separació entre triangles i l'angle β que defineix el recorregut de l'arc.

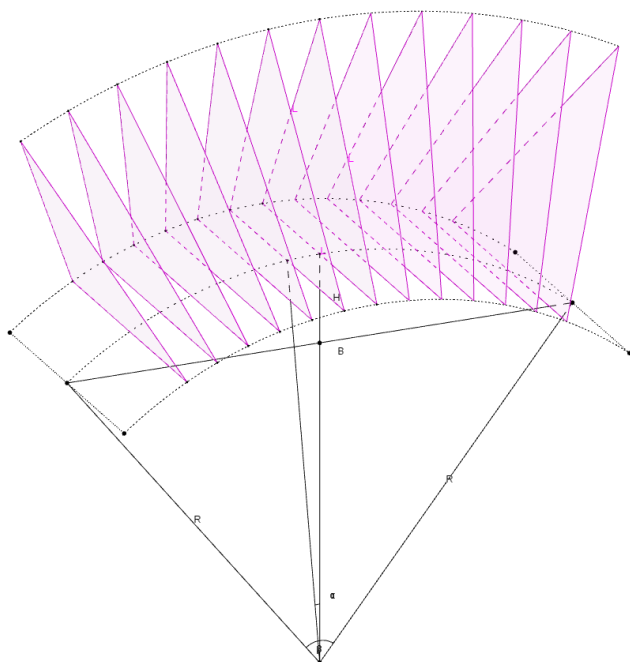


Fig. 34.14

34.11 ED. Quadrats

Al contrari de l'aplicació anterior 34.10, aquí es tenen 8 quadrats de dimensions variables que es pleguen, però són les barres que els generen les que no canvien de longitud L (fig. 34.15).

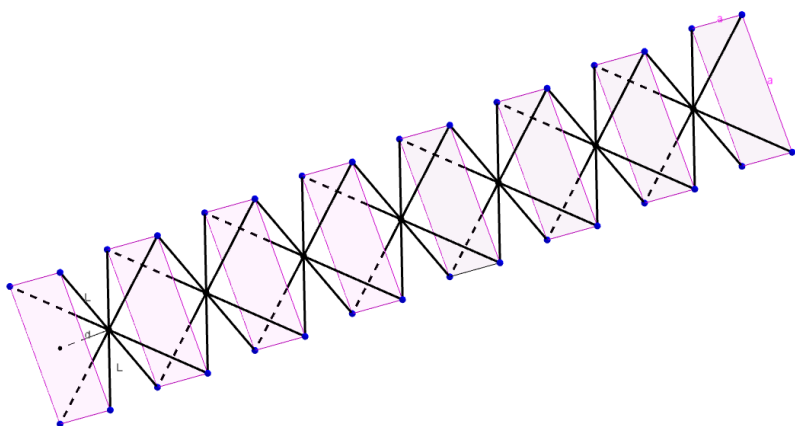


Fig. 34.15

34.12 ED. Nau

Aquesta aplicació es molt diferent de les que s'han tractat fins ara. En primer lloc, no es tracta de tisoires desplegable. En segon lloc, i allò més important, les barres que formen l'estructura no són iguals (fig. 34.16). Es tracta d'una nau composta per onze pòrtics, un central i cinc més a banda i banda, que es poden plegar recollits en el pòrtic central. Aquest té una llum L , una altura H i un angle α que defineixen l'aspecte exterior. En planta, la forma la determina la longitud a , mentre que el decalatge en altura el dona la longitud b . Aquest es dedueix d' a que, junt amb L , H i α , es donen en punts lliscants a la segona pantalla gràfica. Com es deia, la longitud de les barres és diferent en els

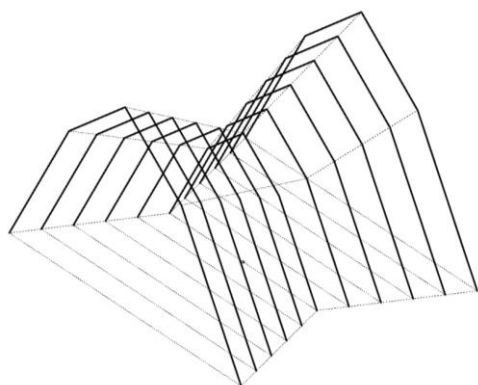


Fig. 34.16

diferents pòrtics, únicament coincideixen els pòrtics simètrics amb referència al central. En qualsevol pòrtic les barres que el conformen són iguals dos a dos amb referència a l'eix central vertical. Fent $a = d = 0$ s'aconsegueix una coincidència total del conjunt dels pòrtics.

34.13 ED. Tisoires planes en tronc de prisma quadrangular deformat

Es parteix d'un quadrat de costat a que forma el pla de simetria del conjunt. D'aquest i de cadascun dels seus vèrtexs, neixen dues barres de longitud L que moren en els vèrtexs d'un altre quadrat, de costat b , que està girat 45 graus en referència al quadrat anterior i té una altura H . Aquest procés es repeteix en alçada, tant superior com inferiorment, fins adoptar la forma que es veu a la figura 34.17. Les dimensions a , L i H es troben en punts lliscants a la segona pantalla gràfica de l'aplicació. L'estructura es plega i desplega en funció dels valors que adopta H . Per a $H = 0$, l'estructura queda totalment plegada. Es dona el valor del costat b i els angles α i β , que formen les barres entre sí i les barres amb el pla de simetria.

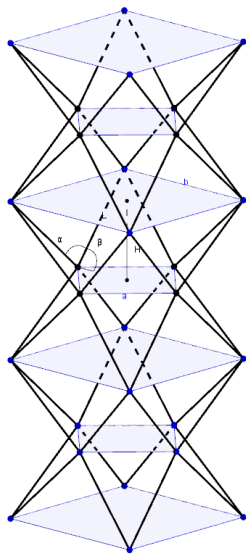


Fig. 34.17

34.14 ED. Diafragma

Un diafragma és un mecanisme utilitzat en òptica i, especialment, en les càmeres fotogràfiques.

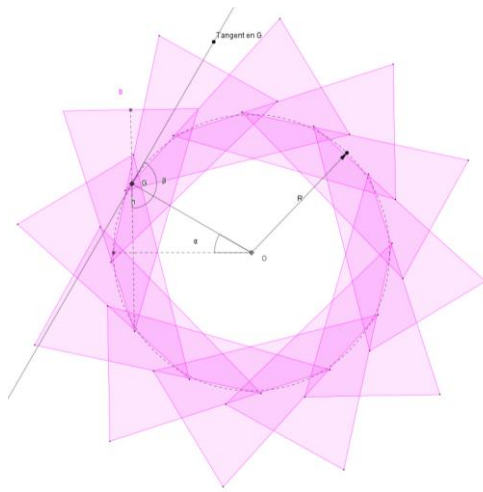


Fig. 34.18

En aquesta aplicació s'ha partit d'un conjunt de 12 triangles com a elements plans que constitueixen el diafragma. La seva amplada és b i altura h . El centroide dels triangles G , quan estan totalment desplegats, es distribueix pel perímetre d'un cercle de radi R formant un angle entre ells d' $\alpha = 30^\circ$ (fig. 34.18). Quan es troba totalment plegat, l'angle $\alpha = 0^\circ$ i es poden considerar valors d' α intermedis. Al mateix temps, els triangles poden girar sobre si mateixos un angle β pel punt G , de tal manera que l'efecte diafragma es pot obtenir de moltes maneres. Els valors d' R , b , h , α i β es regulen pels respectius punts lliscants que es troben a la segona pantalla gràfica. Atès que no es tracta d'una

qüestió estructural, aquesta aplicació té com a objectiu utilitzar les propietats del programa GeoGebra per observar un mecanisme pla desplegable.

34.15 ED. Malla amb barres articulades

Es parteix d'una quadrícula quadrada en planta de dimensions $a \cdot a$. És la malla que defineix la generació de l'estructura. Dels vèrtexs de cadascun dels quadrats, es traça un segment de longitud L . Aquests segments seran les barres de l'estructura, que es troben en un sol punt, a una altura h des del centroide del quadrat i amb una inclinació α del pla de la malla (fig. 34.19).

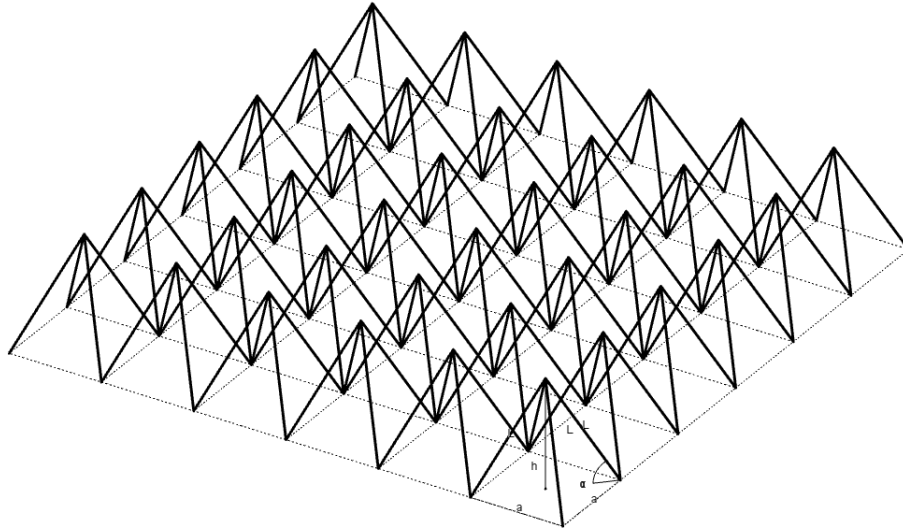


Fig. 34.19

34.16 ED. Estrella de vuit puntes

Es tracta d'una estrella de vuit puntes, d'amplitud β i radi exterior R . Les puntes d'aquesta estrella les formen barres de longitud L , de tal forma que defineixen un radi interior de valor r (fig. 34.20). Quan l'estrella està completament desplegada, l'angle que formen les puntes α és de 45° . Però quan aquest angle, que es troba en un punt lliscant, té valors inferiors a 45° , l'estructura de barres es va plegant en conseqüència, fins que per a $\alpha = 0^\circ$ l'estructura queda completament plegada. En alçat, l'estrella està situada al centre de 3 estrelles superiors i 3 inferiors formant un total de 7 estrelles que estan separades una distància H . Quan $H = 0$, les estrelles queden totalment plegades. D'aquesta manera, l'aplicació desenvolupada amb GeoGebra permet un plegat en planta i en alçat.

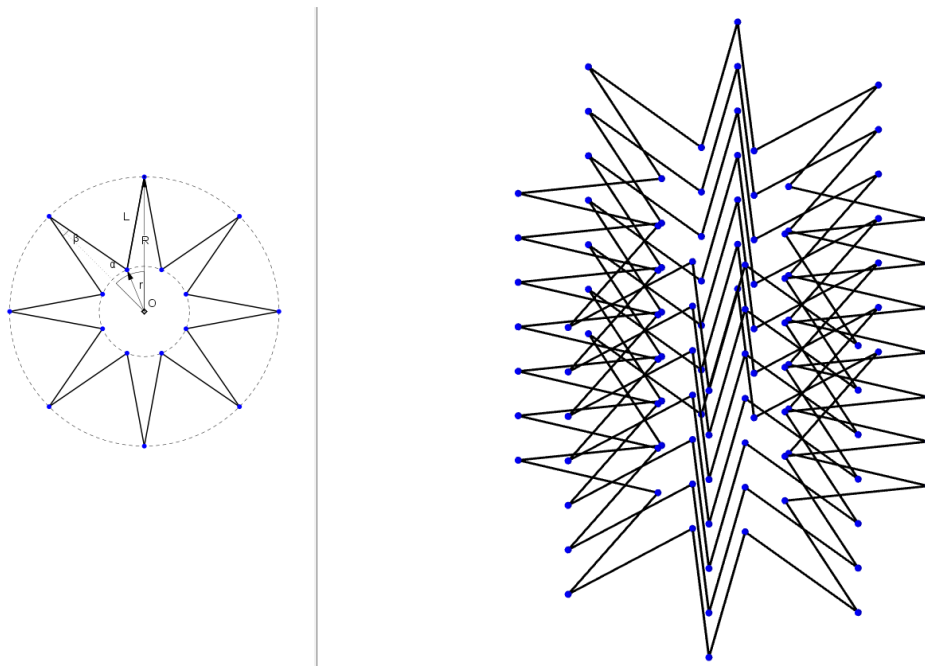


Fig. 34.20

34.17 ED. Reglades

Es parteix d'un cercle de radi R . D'aquest parteixen 12 barres de longitud L separades un angle

α constant. Les barres, entre elles, es troben dislocades en altura també un angle α . Aquestes, en la seva part superior, es veuen reflectides i situades en un cercle de dimensió inferior a R però col·locades en el mateix pla que les barres anteriors. Com que aquestes també han de tenir una dimensió L , es troben en un punt inferior al cercle d'origen de radi R (fig. 34.21). El punt lliscant que permet determinar l'amplitud de l'angle α serveix igualment per plegar l'estructura ($\alpha=0$), en el benentès que els dos grups de barres es pleguen en dues línies independents.

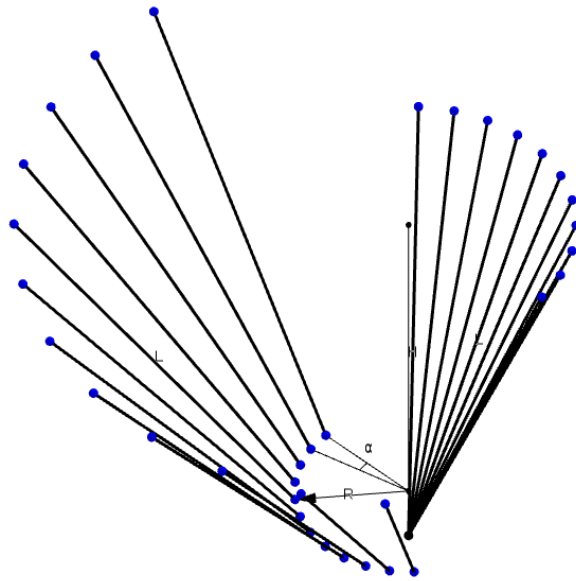


Fig. 34.21

·'Sistemas estructurales desplegables para infraestructuras de intervención urbana autoconstruidas'. Jon Beguiristain Mitxelena.

Universidad del País Vasco. Euskal Herriko Unibertsitatea. 2016

·'Estructuras espaciales desmontables y desplegables'. Estudio de la obra del arquitecto Emilio Pérez Piñero. Lina Puertas del Río. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. 1989.

·'Estructuras espaciales desplegables curvas'. Félix Escrig-J. P. Valcárcel. Consejo Superior de Investigaciones Científicas